Определение параметров схемы замещения асинхронного двигателя по справочным данным

В справочной литературе по асинхронным двигателям всегда приводятся следующие параметры, соответствующие номинальному режиму работы:



- механическая мощность  $P_n$  [BT];
- линейное или фазное напряжение питания U<sub>n</sub> [B];
- линейный или фазный ток *I<sub>n</sub>* [A];
- скорость вращения n<sub>n</sub> [об/мин] или скольжение s<sub>n</sub>;
- номинальный момент нагрузки *M<sub>n</sub>* [Нм]
- коэффициент мощности соѕ φ;
- коэффициент полезного действия η<sub>n</sub>;

а также:

- кратность максимального момента  $\lambda = M_m / M_n;$
- кратность пускового момента  $k_s = M_s / M_n;$
- кратность пускового тока  $k_i = I_s / I_n$ .

Поэтому одной из задач при любом моделирования процессов в двигателе является определение параметров схемы замещения, показанной на рис. 1, *a*..

Так как в справочных данных содержатся координаты трёх точек механической характеристики (номинальный мо-

мент и скорость вращения, момент опрокидывания и пусковой момент), а токи даны только для двух режимов (номинального и пускового), то расчёт пяти параметров необходимо вести по механическим величинам. При этом для механических величин может быть обеспечена сходимость к справочным данным, а для электрических величин будет возникать ошибка, связанная с несовершенством модели АД в виде схемы замещения.

Активное сопротивление статора  $r_1$  можно определить по рассеваемой на нём мощности  $P_s = m_1 I_n^2 r_1$ , как разности потребляемой активной мощности

 $P_1 = m_1 U_1 I_n \cos \phi_n$  и электромагнитной мощности в номинальном режиме  $P_{_{3M}} = M_n \omega_1 / z_p$  следующим образом –

$$P_{s} = P_{1} - P_{\scriptscriptstyle \mathfrak{M}}$$

$$\downarrow \qquad (1)$$

$$r_{1} = \frac{U_{1}I_{n}\cos\varphi - M_{n}\omega_{1}/(m_{1}z_{p})}{I_{n}^{2}}$$

где:  $U_1$  – фазное напряжение;  $m_1$  – число фаз;  $\omega_1 = 2\pi f_1$  – угловая частота питающей сети и  $z_p$  – число пар полюсов магнитного поля двигателя.

Однако величина  $r_1$  будет несколько завышенной, т.к. в электрическую мощность  $P_1$  входит мощность потерь в магнитопроводе, неучтённая в схеме замещения. Завышенное значение сопротивления  $r_1$  может в дальнейших расчётах приводить к некорректным (мнимым) значениям других параметров.

Поэтому лучше вначале определить приведённое активное сопротивление ротора. Проще всего это сделать по двум координатам любой точки механической характеристики и значению тока статора в этом режиме. Например, в номинальном режиме мощность скольжения равна

$$P_{sn} = M\Omega_1 s = M_n 2\pi f_1 s_n / z_p = m_1 (I'_2)^2 r'_2.$$

Тогда, полагая  $I'_2 \approx I_1$ , получим

$$\frac{M_n 2\pi f_1 s_n}{z_p m_1 (I'_2)^2} = r'_2 .$$

Но, как известно из практики, это значение будет заниженным, т.к. истинная величина сопротивления ротора соответствует мощности скольжения вблизи точки опрокидывания (см. рис. 1,  $\epsilon$ ) что не позволяет использовать такое решение, т.к. в справочных данных не приводится критическое скольжение.

Проанализируем уравнения механической характеристики

$$M(s) = \frac{m_{1}z_{p}U_{1}^{2}r_{2}'}{\omega_{1}s\left[\left(r_{1}+c_{1}r_{2}'/s\right)^{2}+\left(x_{1\sigma}+c_{1}x_{2\sigma}'\right)^{2}\right]} = \frac{m_{1}z_{p}U_{1}^{2}r'}{\omega_{1}s\left[\left(r_{1}+c_{1}r_{2}'/s\right)^{2}+\left(x_{k}\right)^{2}\right]}.$$
 (2)

Найдём значение производной  $\partial M / \partial s$  в режиме холостого хода. Для этого продифференцируем выражение (2)

$$\frac{\partial M}{\partial s} = \frac{m_1 z_p U_1^2}{\omega_1} \left\{ \frac{2(r_2')^2 (r_1 + c_1 r_2' / s) c_1}{s^3 \left[ (r_1 + c_1 r_2' / s)^2 + (x_k)^2 \right]^2} - \frac{r_2'}{s^2 \left[ (r_1 + c_1 r_2' / s)^2 + (x_k)^2 \right]^2} \right\}$$

а затем найдём предел при  $s \rightarrow 0$ 

Усольцев А.А. Определение параметров схемы замещения АД по справочным данным

$$\lim_{s \to 0} \frac{\partial M}{\partial s} = \frac{m_1 z_p U_1^2}{\omega_1 c_1^2 r_2'}$$

Заменяя в этом выражении производную конечными разностями между точками холостого хода и номинального режима, получим

$$\frac{m_1 z_p U_1^2}{\omega_1 c_1^2 r_2'} \approx \frac{\Delta M}{\Delta s} = \frac{M_n}{s_n} \implies r_2' \approx \frac{m_1 z_p U_1^2 s_n}{\omega_1 c_1^2 M_n}$$

Это выражение даёт хорошее приближение, но его можно несколько упростить, т.к. коэффициент приведения Т-образной схемы к Г-образной  $c_1$  находится в пределах  $1,02 < c_1 < 1,06$  и  $c_1^2 \approx 1,0$ . Тогда для приведённого сопротивления ротора получим:

$$r_2' \approx \frac{m_1 z_p U_1^2 s_n}{\omega_1 M_n} \tag{3}$$

Выражение (3) позволяет найти такое значение  $r'_2$ , при котором наклон касательной к механической характеристике в точке холостого хода будет несколько больше наклона секущей, проходящей через точку номинального режима, т.к. величина  $r'_2$  несколько завышена за счёт условия  $c_1^2 \approx 1,0$ .

Второй точкой справочных данных является точка опрокидывания. Расчётная механическая характеристика должна пройти через неё, однако предварительно нужно определить неизвестное критическое скольжение.

Из формулы Клосса

$$\frac{M_n}{M_m} = \frac{1}{\lambda} = \frac{2(1 + as_m)}{s_n / s_m + s_m / s_n + 2as_m}$$
(4)

критическое скольжение можно найти как

$$s_m = \frac{s_n}{A} \left( \lambda + \sqrt{\lambda^2 - A} \right),\tag{5}$$

где –  $a = \frac{r_1}{c_1 r_2'}$  и  $A = 1 - 2as_n(\lambda - 1)$ . Значение *а* зависит от мощности АД и из-

меняется в широких пределах  $1,5 < a < 1/s_m$ .

Коэффициент приведения Т-образной схемы (рис. 1, a) к Г-образной схеме замещения (рис. 1,  $\delta$ )<sup>\*</sup> равен

$$\underline{C}_{1} = 1 + \underline{Z}_{1} / \underline{Z}_{m} \approx c_{1} = \left| 1 + \underline{Z}_{1} / \underline{Z}_{m} \right| \approx 1 + x_{1\sigma} / x_{m}.$$
(6)

Его величина также зависит от мощности двигателя и находится в диапазоне  $1,005 < c_1 < 1,04$ .

Из уравнения критического момента

<sup>&</sup>lt;sup>\*</sup> В ветви намагничивания на рис. 1 исключено активное сопротивление ротора, т.к. оно несущественно влияет на величину комплексного сопротивления  $\underline{Z}_1 + \underline{Z}_m = r_1 + jx_{1\sigma} + jx_m \approx j(x_{1\sigma} + x_m) = jc_1x_m$ 

Усольцев А.А. Определение параметров схемы замещения АД по справочным данным

$$M_{m} = \frac{m_{1}z_{p}U_{1}^{2}}{2\omega_{1}c_{1}\left(r_{1} + \sqrt{r_{1}^{2} + x_{k}^{2}}\right)} = \frac{m_{1}z_{p}U_{1}^{2}}{2\omega_{1}c_{1}\left(r_{1} + c_{1}r_{2}'/s_{m}\right)}$$
(7)

с учётом выражения для критического скольжения

$$s_m = \frac{c_1 r_2'}{\sqrt{r_1^2 + x_k^2}}$$
(8)

можно найти r<sub>1</sub>

$$r_{1} = \frac{m_{1}z_{p}U_{1}^{2}}{2\omega_{1}\lambda M_{n}} - \frac{c_{1}r_{2}'}{s_{m}},$$
(9)

а затем из выражения (8) можно определить  $x_k$ :

$$x_{\kappa} = \sqrt{\left(\frac{c_{1}r_{2}'}{s_{m}(a,c_{1})}\right)^{2} - r_{1}^{2}} = x_{1\sigma} + c_{1}x_{2\sigma}'.$$
 (10)

Индуктивное сопротивление короткого замыкания  $x_k$  далее можно разделить на сопротивления потоков рассеяния статора и ротора $x_{1\sigma}$  и  $x'_{2\sigma}$ , полагая

$$x_{1\sigma} = x'_{2\sigma} = \frac{x_k}{2}.$$
 (11)

Для определения индуктивного сопротивления цепи намагничивания  $x_m$  преобразуем последовательное соединение главной цепи схемы рис. 1,  $\delta$  в параллельное, выделив активную и реактивную составляющие комплексной проводимости (рис. 1,  $\epsilon$ )

$$g(s) = \frac{r_1 + c_1 r_2' / s}{c_1 \left[ \left( r_1 + c_1 r_2' / s \right)^2 + x_k^2 \right]}; \quad b(s) = \frac{x_k}{c_1 \left[ \left( r_1 + c_1 r_2' / s \right)^2 + x_k^2 \right]}.$$
 (12)

Величина  $x_m$  слабо влияет на электромеханические процессы и входит в уравнение механической характеристики АД только посредством коэффициента  $c_1$ . В то же время, проводимость ветви намагничивания  $1/x_m$  в режимах близких к номинальному соизмерима с реактивной проводимостью главной цепи b(s) и существенно влияет на энергетические параметры. Поэтому её целесообразно баланса реактивной определять ИЗ мощности  $Q_1 = Q_k + Q_m = U_1 I_n \sqrt{1 - \cos^2 \phi}$ , где  $Q_k$  – реактивная мощность, расходуемая на формирование полей рассеяния статора и ротора. После преобразования главной цепи мощности потоков рассеяния и основного потока могут быть представлены через одинаковое для всех ветвей фазное напряжение U<sub>1</sub> как  $Q_k = U_1^2 b(s_n)$ , и  $Q_m = U_1^2 b_m = U_1^2 / (c_1 x_m)$ . Подставляя эти выражения в уравнение баланса мощностей, получим –

Усольцев А.А. Определение параметров схемы замещения АД по справочным данным

$$x_{m} = \frac{1}{c_{1} \left[ I_{n} \sqrt{1 - \cos^{2} \varphi} / U_{1} - b(s_{n}) \right]} = \frac{1}{I_{n} \sqrt{1 - \cos^{2} \varphi} / U_{1} - b(s_{n})} - x_{1\sigma}.(13)$$

Таким образом, из исходных данных мы получили все искомые параметры в виде функций коэффициентов a и  $c_1$ , которые, в свою очередь, определяются величинами сопротивлений  $r_1$  и  $r_2'$ . Параметры схемы замещения образуют сложные нелинейные взаимозависимые функции, для которых невозможно проверить условие сходимости, поэтому проведём предварительный анализ погрешностей вычисления справочных данных при различных значениях  $r_1$  и  $r_2'$ . В качестве начальных выберем заведомо завышенные зна-



чения  $r_{1m}$  и  $r'_{2m}$ , вычисленные по выражениям (1) и (3), а затем для диапазонов  $0 \le \rho_1 = r_1 / r_{1m} \le 1,0$  и  $0,9 \le \rho'_2 = r'_2 / r'_{2m} \le 1,1$  определим остальные параметры схемы замещения и рассчитаем максимальный и номинальный момент, а также номинальный и пусковой ток.

Погрешности расчёта  $\delta_{M_n}$ ,  $\delta_{M_n}$ ,  $\delta_{I_n}$  и  $\delta_{I_s}$  образуют в трёхмерном пространстве поверхности (рис. 2), которые могут пересекать или не пересекать нулевую плоскость. Если поверхность погрешности пересекает нулевую плоскость, то она образует на ней след, координаты точек которого соответствуют значениям сопротивлений статора и ротора, обеспечивающих совпадение расчётного и справочного значений соответствующей величины. Точки пересечения следов погрешностей, соответствуют координатам, при которых условие сходимости к справочным данным выполняется одновременно для всех пересекающихся величин.

На рис. 3, *а-в* показаны следы соответствующих погрешностей для машин различной мощности. Из этих рисунков следует, что совпадение со справочными значениями всегда можно обеспечить только для максимального или номинального момента, но невозможно выполнить это одновременно, т.к. следы погрешностей  $\delta_{M_m}$  и  $\delta_{M_n}$  не пересекаются. Не пересекаются и плоскости этих погрешностей (см. рис. 2). Для маломощных машин кроме максимального или номинального момента невозможно получить нулевую погрешность расчёта (рис. 3, *a*). У машин средней и большой мощности сходимость к справочным данным можно обеспечить также для номинального тока ( $\delta_L$ ), но, опять-таки, изолированно от остальных величин. В среднем



диапазоне мощностей при больших значениях  $r_1$  и  $r_2'$  поверхность погрешности пускового тока оставляет след на нулевой плоскости, который пересекает следы максимального и номинального моментов в точках p и q соответственно (рис. 3,  $\delta$ ). Следовательно, для этих машин можно найти значения сопротивлений, обеспечивающих совпадение справочных и расчётных величин максимального момента и пускового тока или номинального момента и пускового тока.

Рассмотрим теперь зависимость параметров схемы замещения и погрешностей расчёта при вариации величины сопротивления ротора  $r'_2$  так, чтобы ошибка максимального момента была нулевой, т.е. пересечём поверхности ошибок по координатам следа *uv* (см. рис. 3, *a*-*в*). На рис. 3, *г* показаны относительные расчётные значения параметров схемы замещения ( $\rho_1$ ,  $\chi_k$ ,  $\chi_m$ ),

и относительные ошибки определения максимального и пускового момента, а также пускового тока для этих параметров ( $\delta_{M_m}$ ,  $\delta_{M_s}$ ,  $\delta_{I_s}$ ). Из этого рисунка следует, что для всех значений  $\rho'_2 = r'_2 / r'_{2m} > \rho'_{2d}$  существует значение  $\rho_1$ , обеспечивающее получение справочной величины λ, т.к. в этой области  $\delta_{M_m} = 0$ . Однако область  $\rho'_2 > \rho'_{2b}$  соответствует отрицательным значениям  $\rho_1$ , что невозможно в принципе. Линия сd соответствует максимальному значению  $r_1 = r_{1m}$ , вычисленному по выражению (1), и в области  $\rho'_{2d} > \rho'_2 > \rho'_2_f$  остаётся постоянной. Больше этого значения активное сопротивление статора быть не может, т.к. выражение (1) получено из уравнения баланса активной мощности, рассчитанной по справочным данным. Однако при  $\rho'_2 < \rho'_{2d}$  невозможно обеспечить нулевую ошибку вычисления максимального момента  $\delta_{M_m}$ , а т.к. задача определения параметров решается при условии обеспечения сходимости расчётных величин к справочным данным механической характеристики, то параметры в этой области являются недопустимыми значениями. При этом за пределами нижней границы области (линия ef) вообще невозможно вещественное решение для индуктивного сопротивления короткого замыкания.

Таким образом, диапазон возможных значений активного сопротивления ротора составляет  $\rho'_{2b} > \rho'_2 > \rho'_{2d}$ . Однако погрешности расчёта пускового тока и момента снижаются у границы области  $\rho'_{2d}$  (см. рис. 2,  $\delta$  и 3,  $\delta$ ), поэтому при построении алгоритма вычисления целесообразно принять  $\rho_1 = 1$ , а значение  $\rho'_2$  определять из условия получения номинального опрокидывающего момента. При этом значения тока и момента в режиме короткого замыкания  $(I_s, M_s)$ , а также другие расчётные величины, могут отличаться от справочных данных и если эти отличия значительны, тогда необходимо построить дополнительный цикл в программе расчёта с декрементом значения  $\rho_1$  по условию минимизации большей из погрешностей  $\delta_x$ , где x – некоторая, погрешность расчёта которой требуется минимизировать.

Для получения всех характеристик двигателя расчёт нужно вести, пользуясь схемой замещения на рис. 1, *а*. Тогда относительный максимальный момент в условии прерывания цикла должен определяться по выражению:

$$\mu_{m} = \frac{m_{1}z_{p} \left[ \left[ \underline{I}_{2}'(s_{m}) \right]^{2} \right] r_{2}'}{\omega_{1}s_{m}M_{m}}, \qquad (14)$$

где  $\underline{I'}_{2}(s_m)$  – комплексное значение тока ротора в точке опрокидывания.

На рис. 4 приведены блок-схемы расчёта параметров АД, построенные в соответствии с рассмотренными выше закономерностями. Основной задачей является определение значения сопротивления ротора  $r'_2$ . Это можно сделать двумя способами: 1) созданием цикла расчёта относительного максимального

Начало		Начало
$\underbrace{\begin{array}{c} \underbrace{m_{1}, z_{p}, \omega_{1},} \\ U_{1}, I_{n}, M_{n}, s_{n}, \lambda \end{array}}_{I}$		$\underbrace{U_1, Z_p, \omega_1,}_{U_1, I_n, M_n, S_n, \lambda}$
$r_{10} = \frac{U_1 I_n \cos \varphi - M_n \omega_1 / (m_1 z_p)}{I_1^2}$ $r_{20} = \frac{m_1 U_1^2 s_n}{m_1 U_1^2 s_n}; k_1 = 1; k_2 = 1$		$r_{10} = \frac{U_1 I_n \cos(-M_n \omega_1 / (m_1 z_p))}{I_n^2}$ $r' = \frac{m_1 U_1^2 s_n}{I_n^2}; k_1 = 1; h = h_0$
$ \xrightarrow{120} M_n \omega_1  \delta_x = 1 $		$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
$\delta_x$ TOL		$ \begin{array}{c}     a(r_{2}) = \kappa_{1}r_{10}/(r_{2}) \\     A(r_{2}') = 1 - 2a(r_{2}') \cdot s_{n}(\lambda - 1) \\     s_{m}(r_{2}') = s_{n}[\lambda + \sqrt{\lambda^{2} - A(r_{2}')}] / A(r_{2}') \end{array} $
$\begin{bmatrix} 0 \downarrow \\ k_1 = k_1 - \Delta_k \\ \delta_x = 1; \mu_m = 1 \end{bmatrix}$		$x_{k}(r'_{2}) = \sqrt{\left[r'_{2}/s_{m}(r'_{2})\right]^{2} - k_{1}r_{10}^{2}}$ $b(r'_{2}) = \frac{x_{k}(r'_{2})}{(k_{1}r_{10} + r'_{2}/s_{m})^{2} + [x_{k}(r'_{2})]^{2}}$
$0$ $\mu_m < \lambda$ $0$	¥	$\begin{bmatrix} 1 \\ x_m(r'_2) = \frac{1}{[(I_n \sqrt{1 - \cos^2 \varphi})/U_1 - b(r'_2)]} \\ I'_2(r'_2) = f(k_1 r_{10} r'_2, x_k, x_m s_m, U_1) \end{bmatrix}$
$ \begin{array}{c} 1\\ k_2 = k_2 - \Delta_k\\ \mu_m = 1 \end{array} $	$\begin{bmatrix} r_1 = k_1 r_{10}; r'_2 = k_2 r'_{20} \\ h = h_0; \mu_s = 0 \end{bmatrix}$	$\mu_m(r_2') = \frac{m_1 z_p  I_2(r_2') ^2 r_2'}{\omega_1 s_m M_n}$
$ \begin{array}{c} \mu' = \mu_{m}; \ a = k_{1}r_{10}/(k_{2}r_{20}') \\ A = 1 - 2as_{n}(\lambda - 1) \end{array} $		$k_r(h) = h \frac{\operatorname{sh}(2h) + \operatorname{sin}(2h)}{\operatorname{ch}(2h) - \operatorname{cos}(2h)} $ $k_r(h) = -\frac{3}{\operatorname{sh}(2h) - \operatorname{sin}(2h)} $ $k_r(h) = -\frac{3}{\operatorname{sh}(2h) - \operatorname{sin}(2h)} $
$\frac{s_m = s_n (\lambda + \sqrt{\lambda^2 - A})/A}{x_k = \sqrt{(k_2 r'_{20} / s_m)^2 - k_1 r_{10}^2}; x_{1\sigma} = x'_{2\sigma} = x_k/2}$	$\frac{1}{h=h+\Delta_{h}}$	$\mu_{s}(h) = \frac{m_{x}(h) - 2h \operatorname{ch}(2h) - \cos(2h)}{m_{1}z_{p}U_{1}^{2}r'_{2}k_{r}(h)} \frac{m_{1}z_{p}U_{1}^{2}r'_{2}k_{r}(h)}{\omega_{1}\left\{\left[r_{1}+r'_{2}k_{r}(h)\right]^{2}+\left[r_{1}\sigma+x_{2}\sigma_{x}(h)\right]^{2}\right\}M_{n}}$
$b = \frac{b}{(k_1 r_{10} + k_2 r_{20} / s_n)^2 + x_k^2}$ $x_m = \frac{1}{(I \sqrt{1 - \cos^2(\alpha)})/(I - b)}$	$k_{x} = \frac{5}{2h} \cdot \frac{\sin(2h) - \sin(2h)}{\cosh(2h) - \cos(2h)}$ $k = h \frac{\sinh(2h) + \sin(2h)}{\sin(2h)}$	
$\mu_{-} = \frac{m_{1}z_{p} \underline{I}_{2}^{2} k_{2}r_{20}', x_{1\sigma}x_{2\sigma}', x_{ms}s_{m}U_{1})}{\mu_{-}}$	$\mu_{s} = \frac{m_{1}z_{p}U_{1}^{2}r'_{2}k_{r}}{\omega_{1}\left[(r_{1}+r'_{2}k_{r})^{2}+(r_{1\sigma}+x_{2\sigma}k_{x})^{2}\right]M_{n}}$	$\delta_x < 10L$
	<sup>'</sup> <sub>2</sub> , x <sub>10</sub> ,	$\begin{bmatrix} \kappa_1 - \kappa_1 - \Delta_k \\ \delta_x = 1; \mu_m = 1 \end{bmatrix}$
$x_{2\sigma}$ , $x_{2\sigma}$		$\left[\frac{r_2'=\operatorname{root}\left[\mu_m(r_2')-\lambda,r_{20}'\right]}{\Gamma_{20}}\right]$
		$\begin{bmatrix} O_x = (O_x - O_x) / O_y \end{bmatrix}$
Рис. 4		$r_1, r_2', x_{1\sigma},$
		$\begin{pmatrix} x_{2\sigma}, x_m, s_m, h \\ \downarrow \\ \hline \\ \hline$

момента  $\mu_m = M_m / M_n$  по выражениям (5), (9)-(11), (14) с декрементом

 $r'_{2} = k_{2}r'_{20} = r'_{20}(1 - n \cdot \Delta_{r})$  на величину  $\Delta_{r} = 0,00001^{*}$  и условием прерывания при равенстве расчётного значения опрокидывающего момента справочному значению (рис. 4, *a*);. 2) численным решением уравнения  $\mu_{m}(r'_{2}) - \lambda = 0$  с ис-

<sup>&</sup>lt;sup>\*</sup> столь малый декремент необходим для обеспечения сходимости решения у машин мощностью выше 20 кВт

пользованием встроенных в математические пакеты функций определения нулей (рис. 4, б). Во втором случае необходимо предварительно описать функцию  $\mu_m(r'_2)$  (блок *l*б на рис. 4, б), после чего использовать какую-либо встроенную процедуру численного решения. В пакете *Mathcad* это функция root[ $f(x), x_0$ ], а в пакете *Matlab* – fzero[ $f(x), x_0$ ], причём, при решении в среде *Matlab* функцию  $\mu_m(r'_2)$  необходимо описать *m*-файлом. Обе функции возвращают вещественное число, соответствующее условию f(x) = 0. Начальным значением  $x_0$  в обоих случаях может быть величина  $r'_2$ , вычисленная по выражению (3).

Если необходимо снизить расчётную погрешность  $\delta_x$  какой-либо величины *x* и её след на плоскости нулевой погрешности пересекает след погрешности опрокидывающего момента, то в алгоритме можно создать цикл, показанный на рис. 4 штриховыми линиями, с условием прерывания при уменьшении расчётной погрешности до допустимого значения *TOL*.

Оба способа построения алгоритма расчёта параметров обеспечивают полное соответствие опрокидывающего момента справочному значению при построении механических характеристик по выражению (2) и при расчёте момента путём вычисления тока ротора по схеме замещения на рис. 1, *а* (кривые *1* и *2* на рис. 5 соответственно). В номинальном режиме, как и следовало ожидать, отклонение от справочных значений составляет -1...-2%.



Значительно более серьёзные расхождения со справочными данными наблюдаются при скольжениях больше критического. На рис. 5 показана линия справочной кратности пускового момента  $k_s$ . Пусковой момент характеристик 1 и 2 примерно в полтора раза меньше справочного значения. Это связано с тем, что при расчётах не учитывается явление вытеснения тока в стержнях обмотки ротора и соответствующие изменения расчётного активного сопротивления и индуктивного сопротивления рассеяния.

Для учёта явления вытеснения необходимо определить глубину паза *h* в коэффициентах

$$k_{r}(s) = \xi \frac{\sin 2\xi + \sin 2\xi}{\cosh 2\xi - \cos 2\xi}; \quad k_{x}(s) = \frac{3}{2\xi} \frac{\sin 2\xi - \sin 2\xi}{\cosh 2\xi - \cos 2\xi}; \quad (15)$$
  
$$\xi \approx h |s|^{\beta} \Longrightarrow \xi \approx h |_{s=1}; \quad \beta = 0, 5...3, 0$$

где *s* – скольжение;  $\beta$  – показатель степени в функции зависимости глубины проникновения тока при вытеснении  $\xi(s)$ , обычно принимаемый равным 0,5. Однако его значение можно увеличивать для получения формы механической характеристики, соответствующей справочным данным.

Определение глубины паза *h* позволяет учесть эффект вытеснения путем умножения во всех выражениях и на схеме замещения значений  $r'_2$  и  $x'_{2\sigma}$  на коэффициенты  $k_r(s)$  и  $k_x(s)$  соответственно (см. рис. 6).

При пуске АД *s* = 1 и

$$\xi \approx h \Big|_{s=1}; \ k_r(1) = h \frac{\operatorname{sh} 2h + \sin 2h}{\operatorname{ch} 2h - \cos 2h}; \ k_x(1) = \frac{3}{2h} \frac{\operatorname{sh} 2h - \sin 2h}{\operatorname{ch} 2h - \cos 2h}$$

поэтому глубину паза h можно определить численным решением уравнения

$$\frac{z_{p}m_{1}U_{1}^{2}r_{2}\cdot k_{r}(1)}{\omega_{1}\left\{\left[r_{1}+r_{2}^{\prime}k_{r}(1)\right]^{2}+\left[x_{1\sigma}+x_{2\sigma}^{\prime}k_{x}(1)\right]^{2}\right\}M_{n}}=\mu_{s}(h)-k_{s}=0.$$
 (16)



Это можно сделать теми же способами, которые использовались при определении  $r'_2$ . Однако здесь необходимо более точно определить начальное значение  $h_0$  предварительным построением

функция  $\mu_s(h)$ , т.к. она имеет экстремум. Кроме того, при малых *h* производная  $\partial \mu_s / \partial h$  равна нулю (см. рис. 7), что в случае численного решения уравнения  $\mu_s(h) - k_s = 0$  приводит к неустойчивости решения в этой области. На рис. 7, *a* показана поверхность относительного пускового момента, рассчитанного для разных величин мощности двигателя по выражению (16), и поверхность справочного пускового момента (непрозрачная поверхность), а на рис. 7,  $\delta$  – функция  $\mu_s(h)$  для крайних значений мощности. Искомые значения *h* соответствуют точкам кривых с  $\partial \mu_s / \partial h > 0$ , т.е. точкам *a* и *c*. Поэто-

му для машины малой мощности начальное значение следует выбрать равным  $h_0 \approx 1$ , а для мощной машины –  $h_0 \approx 3$ .

На рис. 4, *а* показан алгоритм определения глубины паза *h* с циклом инкрементирования на величину  $\Delta_h = 0,001$ , в котором условием прерывания является сходимость относительного пускового момента  $\mu_s$ , рассчитываемого в блоке 2*a* по выражению (16), к справочному значению кратности  $k_s$ . В алгоритме рис. 4, *б* в блоке 2*б* предварительно определяется функция  $\mu_s(h)$ , а затем находится корень уравнения  $\mu_s(h) - k_s = 0$ .

На рис. 5 приведена механическая характеристика 3, рассчитанная по схеме замещения рис. 6, *a* с учётом вытеснения тока. Нетрудно заметить, что на рабочем участке, где вытеснение слабое, эта характеристика совпадает с характеристикой 2, рассчитанной без учета вытеснения, а затем она от неё отклоняется и приходит в точку, соответствующую справочному пусковому моменту.



Изменение активного сопротивления вызывает увеличение опрокидывающего момента и критического скольжения. Это хорошо видно на рис. 5 в увеличенном масштабе. В то же время в области рабочей точки явление вытеснения практически не влияет на механическую характеристику, что проявляется в полном слиянии характеристик 2 и 3. В принципе цикл вычисления глубины паза можно ввести в основной цикл расчёта параметров, исключая тем самым положительную погрешность момента опрокидывания, связанную с вытеснением тока. Однако в этом нет необходимости, если принять во внимание, что диапазон возможного отклонения исходных справочных данных значительно превышает ошибку, вносимую вытеснением. На рис. 8 показаны электромеханические характеристики, рассчитанные без учёта (кривая 1) и с учётом (кривая 2) вытеснения тока. На правом рисунке показана область номинального режима этих характеристик. Из этого рисунка следует, что в номинальном режиме расхождение электромеханических характеристик со справочными данными существенно больше, чем механических характеристик, но оно также не зависит от того, учитывается вытеснение или нет. Граница левого рисунка равна кратности пускового тока, поэтому на нём хорошо видна ошибка его вычисления. Здесь также как у механической характеристики отчётливо наблюдается влияние вытеснения при больших скольжениях. При пуске ошибка расчёта может иметь различный знак и достигать 15...20%.



Такая картина объясняется неадекватностью схемы замещения. Реальные процессы в машине гораздо сложнее тех, которые моделируются этой схемой, а т.к. расчёт параметров производится по точкам механической характеристики, то в электромеханической характеристике в полной мере проявляется это несоответствие. Тем не менее, для рабочего участка характеристики погрешность вполне приемлемая, что позволяет сделать вывод о возможности использования рассмотренной методики определения параметров схемы замещения, а также самой схемы для моделирования электромагнитных и электромеханических процессов в асинхронной машине.

На рис. 9 в общем и в увеличенном масштабе показаны рабочие характеристики, полученные расчётом по схеме замещения рис. 6, *а*. В номинальном режиме  $(P_2/P_n = 1)$  фазный ток меньше номинального на 2...5%, а КПД и соs  $\varphi$  несколько больше справочных значений. Это связано с тем, что в модели не учитываются потери энергии в магнитопроводе, механические и дополнительные потери. Однако и для энергетических показателей отклонение от справочных значений следует признать вполне удовлетворительным.

На рис. 10, *а* показаны относительные погрешности расчёта по схеме замещения рис. 6, *а* номинальных токов, моментов, коэффициентов мощности и КПД для двигателей серии 5А в диапазоне мощностей от 1,5 до 250 кВт.



Из этого рисунка следует, что погрешности вычисления номинального тока и момента всегда отрицательные. Погрешность момента практически не зависит от мощности и не превышает 2%. Погрешность вычисления тока несколько выше, но для двигателей мощностью более 5 кВт она не превышают 5%. Погрешность вычисления КПД в номинальном режиме для двигателей мощностью выше 5 кВт практически нулевая, а для маломощных двигателей – положительная и не превышает 2%. Расчётный коэффициент мощности обладает всегда положительной погрешностью, не превышающей 3% у мощных машин и 5% у машин малой мощности.



Несмотря на то, что погрешность расчёта пускового момента равна нулю, ошибка вычисления пускового тока (рис. 10, б) значительно превышает все остальные погрешности, достигая 25...30% у маломощных машин. Однако у машин мощностью более 5 кВт эта погрешность не превышает 10%. Это свидетельствует о неадекватности используемой модели вытеснения тока и/или о возможном несоответствии справочных значений кратности пускового тока и пускового момента. Для некоторых машин эту погрешность можно снизить введением дополнительного цикла в алгоритм расчёта параметров. Однако при этом увеличатся другие погрешности.

В целом можно сделать заключение о том, что рассмотренная математическая модель асинхронного двигателя и методика расчёта её параметров дают вполне удовлетворительный результат для машин мощностью от 5 до 250 кВт. Для машин меньшей мощности требуется уточнение модели и методики расчёта параметров.