

Законы Кирхгофа являются одной из форм закона сохранения энергии и справедливы для любой электрической цепи. С их помощью можно решать задачи анализа и синтеза цепей. В первом случае определяются токи и падения напряжения в ветвях цепи при известных параметрах ее элементов, а во втором – параметры элементов при заданных токах и/или напряжениях в ветвях (ветви). Задача синтеза является более сложной и в пределах данного курса не рассматривается.

Для определения токов в ветвях используется следующий алгоритм составления уравнений:

1. **Определяют число ветвей (N_v) и число узлов (N_y)** электрической цепи, что позволяет определить число уравнений, составляемых по первому закону Кирхгофа $N_I = N_y - 1$ (уравнения узлов) и по второму закону Кирхгофа $N_{II} = N_v - N_I$ (уравнения контуров);
2. **Произвольно задают направление токов во всех ветвях**, кроме ветвей с источниками тока (токи источников предполагаются известными);
3. **Для всех узлов цепи, кроме одного, выбранного произвольно, составляют уравнения по первому закону Кирхгофа**, считая токи, направленные к узлу положительными, а от узла – отрицательными (или наоборот, но для всех узлов одинаково);
4. **Произвольно выбирают на схеме цепи замкнутые контуры** (пути перемещения вдоль ветвей схемы с возвратом в исходную точку) таким образом, чтобы:
 - каждая ветвь цепи вошла, по крайней мере, в один контур,
 - все контуры отличались друг от друга, по крайней мере, одной ветвью;
5. **Для произвольно выбранных контуров числом $N_k = N_{II} = N_v - N_y + 1$** (N_v – число ветвей; N_y – число узлов цепи)
 - **произвольно задают направление обхода каждого контура**
 - **составляют уравнения по второму закону Кирхгофа**, включая в левую часть уравнений падения напряжения на сопротивлениях контура, а в правую – ЭДС источников, действующих в контуре. При этом падения напряжения и ЭДС включают в уравнения с положительным знаком, если направление обхода контура совпадает с направлением тока в соответствующих сопротивлениях и направлением действия ЭДС источников. В противном случае они входят в уравнения с отрицательным знаком.

Пример:

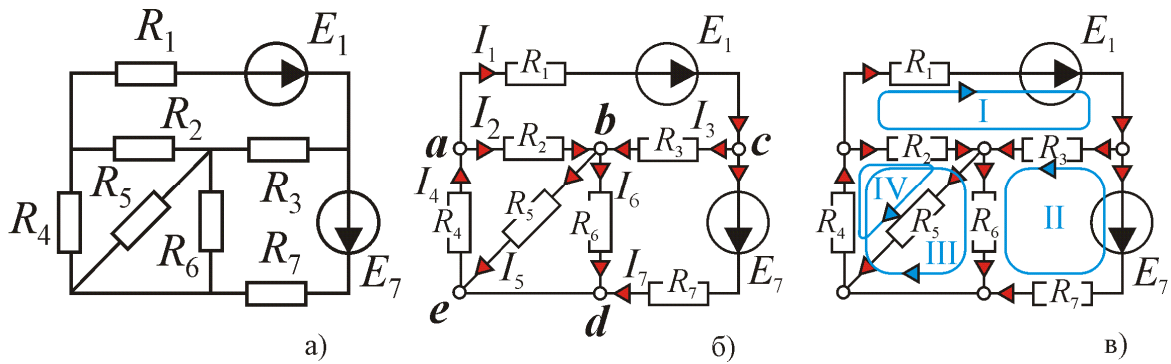


Схема электрической цепи на рисунке содержит 7 ветвей ($N_B=7$) и 4 узла ($N_Y=4$). Точка соединения резистивных элементов R_4 и R_5 (e) не является узлом, а образует вместе с соединением R_6 и R_7 узел (d).

Таким образом, для этой схемы нужно составить семь уравнений Кирхгофа: три уравнения для узлов ($N_I=N_Y-1=4-1=3$) и четыре уравнения для контуров ($N_{II}=N_B-N_I=N_B-N_Y+1=7-4+1=4$).

Выберем произвольно направления токов в ветвях, как показано на рисунке красными стрелками.

Выберем произвольно три из четырёх узлов, например, (a), (c) и (d) и составим для них уравнения Кирхгофа, полагая токи, направленные к узлам, положительными, а от узлов – отрицательными.

$$\begin{aligned}
 (a) \quad I_4 - I_1 - I_2 &= 0 & I_4 &= I_1 + I_2 \\
 (c) \quad I_1 - I_3 - I_7 &= 0 & \Leftrightarrow I_1 &= I_3 + I_7 \\
 (d) \quad I_5 + I_6 + I_7 - I_4 &= 0 & I_4 &= I_5 + I_6 + I_7
 \end{aligned}$$

Выберем произвольно четыре контура [(I), (II), (III) и (IV)] и направления их обхода, как показано на рисунке синими стрелками. Контурные уравнения могут быть любыми, однако, чтобы уменьшить вероятность ошибок, целесообразно замыкать их по кратким маршрутам. Например, в контур (I) вместо R_3 можно было включить $E_7 R_7 R_6$. Это никоим образом не повлияло бы на результат вычисления токов в ветвях, но только увеличило бы количество элементов уравнения.

Составим для выбранных контуров уравнения Кирхгофа.

$$\begin{aligned}
 (I) \quad I_1 R_1 - I_2 R_2 + I_3 R_3 &= E_1 \\
 (II) \quad I_3 R_3 + I_6 R_6 - I_7 R_7 &= -E_7 \\
 (III) \quad I_2 R_2 + I_4 R_4 + I_6 R_6 &= 0 \\
 (IV) \quad I_2 R_2 + I_4 R_4 + I_5 R_5 &= 0
 \end{aligned}$$

Контур (IV) можно было замкнуть через $R_5 R_6$. Тогда уравнение для этого контура, при том же направлении обхода, имело бы вид

$$(IV) \quad I_6 R_6 - I_5 R_5 = 0 \Leftrightarrow I_5 R_5 = I_6 R_6.$$