

## 8. Катушка с магнитопроводом в цепи переменного тока

Катушка с магнитопроводом является собирательным понятием для множества электромагнитных устройств, в которых магнитное поле возбуждается протекающим по проводникам током, а усиливается и формируется с помощью различных конструкций из ферромагнитных материалов. На примере цилиндрической катушки с ферромагнитным сердечником, образующим магнитопровод (рис. 7.1, б), проще и наглядней анализировать электромагнитные процессы общие по своей природе для всех подобных устройств.

### 8.1. Электромагнитные процессы при переменном токе

При подключении катушки к источнику переменного тока в электрической цепи и в магнитопроводе возникают физические явления, принципиально отличающиеся от наблюдаемых на постоянном токе. Прежде всего, это относится к явлениям в магнитопроводе, состояние которого при переменной МДС характеризуется бесконечным множеством точек, образующих петлю гистерезиса, в то время как при постоянном токе состояние ферромагнетика определялось одной рабочей точкой.

#### 8.1.1. Потери от гистерезиса

Пусть катушка подключена к источнику переменного тока с напряжением  $u_0(t) = U_{0m} \cos \omega t$ . Пренебрегая малым потоком рассеяния ( $\Phi_s$  на рис. 7.1, б) и потерями в обмотке, определим магнитный поток в сердечнике  $\Phi_0$

$$u_0(t) = -e_0(t) = \frac{d\Psi(t)}{dt} = w \frac{d\Phi_0(t)}{dt} = U_{0m} \cos \omega t$$

$$\Downarrow \quad (8.1)$$

$$\Phi_0(t) = \frac{1}{w} \int u_0(t) dt = \frac{U_{0m}}{w} \int \cos \omega t dt = \frac{U_{0m}}{w\omega} \sin \omega t = \Phi_{0m} \sin \omega t$$

Таким образом, при синусоидальном напряжении питания магнитный поток в магнитопроводе будет также синусоидальным и будет отставать по фазе от напряжения на  $90^\circ$ . Амплитудное значение ЭДС  $e_0$  равно  $E_{0m} = U_{0m} = w\omega\Phi_{0m} = w2\pi f\Phi_{0m}$ . Отсюда действующее значение ЭДС, наводимой в обмотке магнитным потоком в сердечнике

$$E_0 = U_0 = E_{0m} / \sqrt{2} = 4,44wf\Phi_{0m}. \quad (8.2)$$

Из выражения (8.2) следует, что амплитуда магнитного потока, создаваемого идеализированной катушкой

$$\Phi_{0m} = \frac{U_0}{4,44wf},$$

определяется отношением  $U_0 / f$  и при постоянной частоте и напряжении питания не зависит от материала магнитопровода и его размеров.

Построим вебер-амперную характеристику материала магнитопровода, а также синусоиды напряжения и магнитного потока (рис. 8.1). Для каждой

точки синусоиды потока определим по вебер-амперной характеристике значение тока и построим это значение для того же момента времени. В качестве примера на рис. 8.1 показано построение одной точки  $a$ - $b$ - $c$ . В результате мы получим кривую тока  $i_0(t)$ , существенно отличающуюся от синусоиды. Анализ электрической цепи в этом случае можно выполнить разложением этой кривой в ряд Фурье или путём её замены эквивалентной синусоидой. Обычно при расчётах пользуются эквивалентной синусоидой, т.к. гармонический анализ существенно усложняет задачу и не всегда оправдан, в связи с тем, что кривая тока строится по статистически усреднённым параметрам вебер-амперной характеристики и статистическая погрешность может превышать или быть соизмеримой с погрешностью перехода к эквивалентной синусоиде.

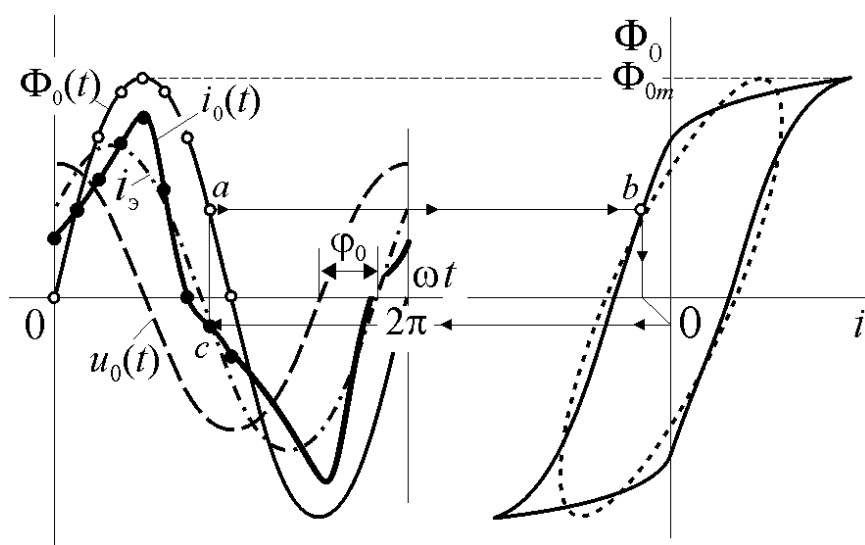


Рис. 8.1

Переход к эквивалентной синусоиде выполняется при соблюдении двух условий: 1) равенство действующих значений реального и эквивалентного тока  $I_0 = I_{0э}$  и 2) равенство активной мощности, потребляемой катушкой с реальным и эквивалентным током  $P_0 = P_{0э}$ . Так как при этой замене ток становится синусоидаль-

ным и магнитный поток также является синусоидальной функцией времени, то траекторией точки на плоскости вебер-амперной характеристики, характеризующей состояние магнитопровода в каждый момент времени, будет эллипс. Следовательно, замена кривой тока эквивалентной синусоидой означает замену истинной кривой  $\Phi_0 = F(i)$  эквивалентным эллипсом. Причём, из второго условия следует, что площадь эквивалентного эллипса будет равна площади петли гистерезиса  $\Phi_0 = F(i)$ , т.к. эта площадь равна энергии, затрачиваемой на один цикл перемагничивания материала магнитопровода и потребляемой катушкой от источника питания.

Энергия, затрачиваемая на перемагничивание, выделяется в материале сердечника в виде тепла. Это находит отражение в фазовом сдвиге эквивалентной синусоиды тока  $i_3$  относительно напряжения  $u_0$ , составляющем угол

$$\varphi_0 = \arccos\left(\frac{P_0}{U_0 I_{0э}}\right) < \pi/2 \quad (\text{рис. 8.1}). \text{ При отсутствии потерь на перемагничи-}$$

вание эквивалентный эллипс вырождается в отрезок прямой линии и фазовый сдвиг тока относительно потока становится равным нулю, а относительно напряжения –  $\pi/2$ .

Потери, связанные с перемагничиванием, называются потерями от гистерезиса. Это название отражает то обстоятельство, что при отсутствии явления гистерезиса потери на перемагничивание будут нулевыми, т.к. нулевой будет площадь гистерезисной петли. Мощность потерь от гистерезиса равна

$$P_{\Gamma} = \eta f B_m^n V \quad (8.3)$$

где  $\eta$  – коэффициент, характеризующий материал сердечника;  $f$  – частота питания;  $V$  – объём сердечника;  $B_m$  – максимальное значение магнитной индукции;  $1,0 < n < 2,0$  – показатель степени, зависящий от материала и величины магнитной индукции.

### 8.1.2. Потери от вихревых токов.

Другим явлением, возникающим при питании катушки переменным током, являются вихревые токи. Материал сердечника является проводником, находящимся в переменном магнитном поле. Поэтому в нём индуцируется ЭДС, под действием которой в плоскости перпендикулярной направлению магнитного потока возникают токи  $i_{\text{в}}$ , замыкающиеся по контурам напоминающим «вихри» (рис. 8.2).

Протекание тока в любом проводнике вызывает его нагрев, т.е. тепловые потери энергии. Их мощность для вихревых токов определяется выражением

$$P_{\text{в}} = \xi d^2 f^2 B_m^2 V \quad (8.4)$$

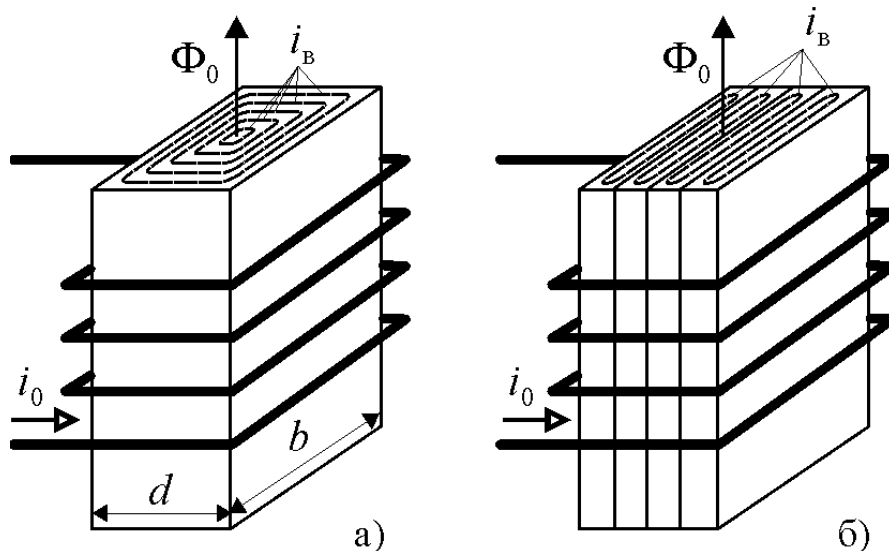


Рис. 8.2

где  $\xi$  – коэффициент, пропорциональный удельной проводимости материала сердечника;  $d \ll b$  – толщина листа магнитопровода;  $f$  – частота питания;  $V$  – объём сердечника;  $B_m$  – максимальное значение магнитной индукции.

Из выражения (8.4) следует, что мощность потерь от вихревых токов пропорциональная второй степени толщины листов, из которых изготовлен сердечник. Это объясняется тем, что мощность пропорциональна квадрату тока, вызывающего нагрев. Поэтому, если ток  $I$  разделить на  $n$  токов, протекающих в контурах с приблизительно

таким же сопротивлением, то  $P_1 = I^2 R_1 > P_2 = (I/n)^2 R_2 \Rightarrow P_1/P_2 \approx n^2 \Big|_{R_1 \approx R_2}$ , т.е. при разделении магнитопровода на  $n$  изолированных листов мощность потерь уменьшится приблизительно в  $n^2$  раз. Условие  $R_1 \approx R_2$  выполняется, если  $d \ll b$ , что также является условием в выражении (8.4).

Энергия, преобразуемая в тепло вихревыми токами, потребляется от источника питания катушки и может быть очень большой. Поэтому все магнитопроводы устройств, работающих на переменном токе или в режиме меняющегося во времени магнитного потока, изготавливаются из изолированных друг от друга листов, толщина которых выбирается в зависимости от частоты. Чем выше частота, тем тоньше должны быть листы, чтобы уменьшением толщины  $d$  компенсировать увеличение удельных потерь с ростом  $f$  (см. выражение 8.4). Разделение магнитопровода на пластины называется «шихтованием», от нем. *Schichte* – слой. Оно выполняется вдоль направления магнитного потока. Отдельные пластины сердечника изолируются друг от друга окалиной, возникающей на их поверхности при термообработке, или лаком.

На высоких частотах и радиочастотах вместо листов магнитопроводы изготавливают из керамики, в которую включают ферромагнитный порошок. Такие материалы называются ферритами.

Дополнительным средством снижения потерь от вихревых токов является увеличение удельного сопротивления ферромагнетиков. Для этого в них добавляют соответствующие вещества. Например, в электротехнические стали включают кремний (0,5...5%).

Кроме тепловых потерь вихревые токи создают магнитный поток, направленный встречно по отношению к потоку  $\Phi_0$  и уменьшают его, создавая

эффект размагничивания сердечника. Это явление не столь существенно как нагрев, но при определенных обстоятельствах также должно учитываться.

### 8.1.3. Векторная диаграмма и схема замещения

Замена кривой тока эквивалентной синусоидой позволяет при анализе процессов в катушке с ферромагнитным сердечником использовать методы анализа цепей с синусоидальными токами и напряжениями.

Построим векторную диаграмму напряжения  $\underline{U}_0$  и тока катушки  $\underline{I}_0 = \underline{I}_3$ , соответствующую рис. 8.1. Ток  $i_0$  отстаёт по фазе от напряжения  $u_0$  на угол  $\varphi_0 < \pi/2$ . Угол  $\delta = \pi/2 - \varphi_0$  называется углом

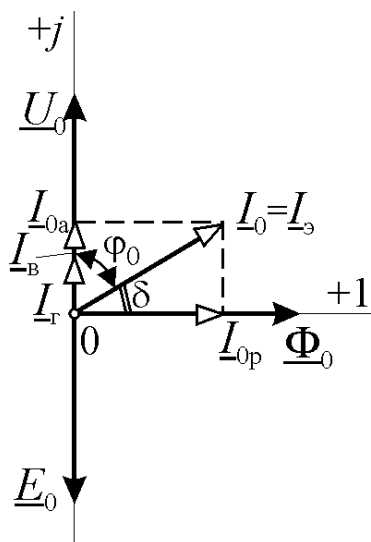


Рис. 8.3

магнитных потерь или углом магнитного запаздывания. Первое название связано с тем, что синус этого угла определяет активную составляющую тока

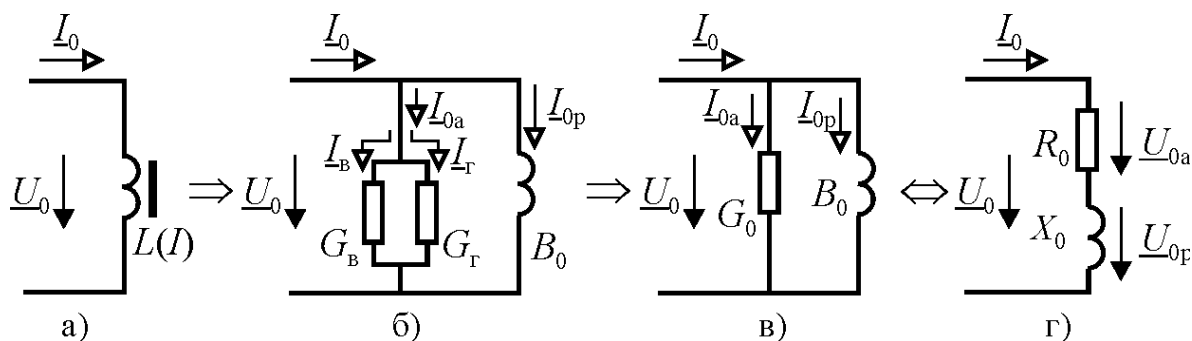


Рис. 8.4

$I_{0a} = I_0 \sin \delta = I_0 \cos \varphi_0$  и, следовательно, активную мощность, потребляемую катушкой  $P_0 = U_0 I_{0a}$ . Второе название связано с отставанием (запаздыванием) магнитного потока  $\Phi_0$  от возбуждающего его тока  $i_0$  на угол  $\delta$ .

Активная мощность, потребляемая катушкой, расходуется на покрытие потерь от гистерезиса и вихревых токов, т.е. потерь в магнитопроводе, называемых также потерями в «стали»

$$P_0 = U_0 I_{0a} = P_G + P_B = U_0 (I_G + I_B) \quad (8.5)$$

Поэтому активную составляющую тока катушки можно разделить на слагаемые, соответствующие составляющим мощности потерь.

Вторая реактивная составляющая тока —  $I_{0p} = I_0 \cos \delta = I_0 \sin \varphi_0$  соответствует реактивной мощности  $Q_0 = U_0 I_{0p}$ , расходуемой на формирование магнитного потока катушки  $\Phi_0$ .

Векторной диаграмме рис 8.3. соответствует схема двухполюсника, приведённая на рис. 8.4, б и далее преобразованная к эквивалентным схемам замещения на рис. 8.4, в и г. Параметры этих схем определяются мощностью, потребляемой катушкой

$$\begin{aligned} G_0 &= (I_0 / U_0) \cos \varphi_0; & R_0 &= (U_0 / I_0) \cos \varphi_0; \\ B_0 &= (I_0 / U_0) \sin \varphi_0; & X_0 &= (U_0 / I_0) \sin \varphi_0; \\ \cos \varphi_0 &= P_0 / (U_0 I_0) \end{aligned} \quad (8.6)$$

Таким образом, полученные эквивалентные линейные двухполюсники рис. 8.4, в и г соответствуют электромагнитным процессам в сердечнике катушки без учета процессов в её обмотке, т.е. *идеальной катушке*.

В реальной катушке часть магнитных линий поля, возбуждаемого обмоткой, замыкается по воздуху, минуя магнитопровод, и образует т.н. *магнитный поток рассеяния*  $\Phi_s$  (рис. 7.1, б). Воздушная среда, по которой замыкается этот поток, обладает очень малой магнитной проницаемостью по сравнению с ферромагнетиком сердечника. Поэтому и величина потока рассеяния незначительна и составляет единицы или доли процента от потока

$\Phi_0$ . Поток рассеяния, как всякий поток в воздушной среде, обладает линейной вебер-амперной характеристикой  $\Psi_s = L_s i_0$ , где  $L_s = \text{const}$  – индуктивность рассеяния. Электродвижущая сила, наводимая в обмотке потоком рассеяния, равна  $e_L = -\frac{d\Psi_s}{dt} = -L_s \frac{di_0}{dt}$  и является ничем иным как ЭДС самоиндукции.

При полном описании электромагнитных процессов в катушке кроме ЭДС потока рассеяния нужно учесть её активное сопротивление и связанные с ним потери электрической энергии. Тогда уравнение Кирхгофа для электрической цепи обмотки будет иметь вид

$$u = u_R + u_L + u_0 = Ri_0 + L_s \frac{di_0}{dt} + u_0$$

$$\Updownarrow \tag{8.7}$$

$$\underline{U} = R\underline{I}_0 + jX_s\underline{I}_0 + \underline{U}_0 = R\underline{I}_0 + jX_s\underline{I}_0 + \underline{Z}_0\underline{I}_0$$

где  $u_L = -e_L$  и  $u_0 = -e_0 = -w \frac{d\Phi_0}{dt}$  – напряжения, соответствующие ЭДС инду-

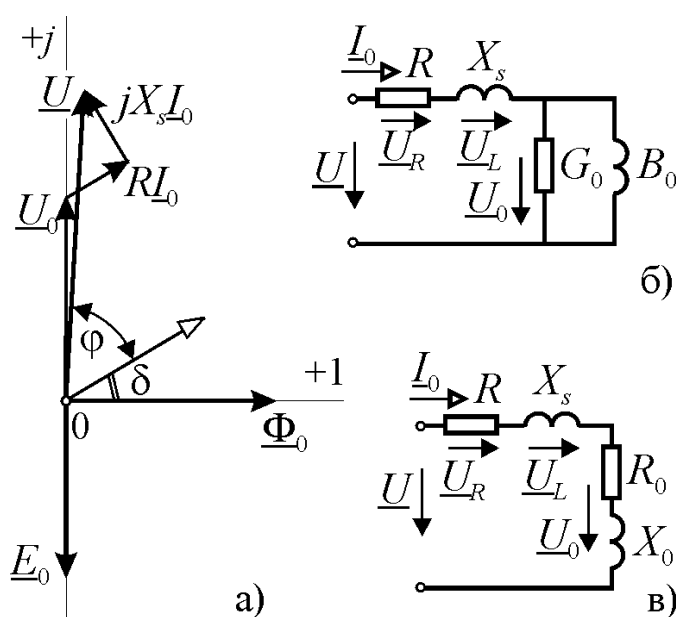


Рис. 8.5

цируемым в обмотке магнитным потоком рассеяния и потоком в сердечнике;  $X_s = \omega L_s$  – индуктивное сопротивление рассеяния;  $\underline{Z}_0 = R_0 + jX_0$  – комплексное сопротивление схемы замещения электромагнитных процессов в сердечнике.

В уравнении (8.7) учтены все электромагнитные процессы происходящие в катушке с ферромагнитным сердечником. Это уравнение можно представить также векторной диаграммой и схемами замещения, показанными на рис. 8.5.

*Вопросы для самопроверки*

1. Чем определяется величина магнитного потока, создаваемого катушкой?
2. При каких условиях осуществляется переход от кривой тока в катушке к эквивалентной синусоиде?
3. Какой вид имеет функция  $\Phi_0(i)$  для эквивалентной синусоиды?
4. Как влияет форма петли гистерезиса на параметры эквивалентной синусоиды тока?

5. Что такое вихревые токи? Как они возникают?
6. Что такое «шихтование» магнитопровода и для чего оно применяется?
7. Какое влияние оказывают вихревые токи на электромагнитные процессы?
8. Что такое угол магнитных потерь (магнитного запаздывания)?
9. Как на схеме замещения отражаются процессы преобразования энергии в магнитопроводе?
10. Нарисуйте полную схему замещения и поясните как отражаются на ней электромагнитные процессы, происходящие в катушке с магнитопроводом при питании от источника переменного тока?

### 8.2. Упрощённый анализ электромагнитных процессов

Если не учитывать явление гистерезиса, то зависимость  $B = f(H)$  материала сердечника можно представить кривой намагничивания и для магнитопровода с известными геометрическими параметрами построить вебер-амперную характеристику (рис. 8.6). Каждой точке вебер-амперной характеристики соответствуют два значения индуктивности: статическая индуктивность  $L_{ст}$  и дифференциальная или динамическая индуктивность  $L_{диф}$

$$L_{ст} = \frac{\Psi}{I} = \frac{m_{\Psi}}{m_I} \operatorname{tg} \alpha; \quad L_{диф} = \lim_{\Delta I \rightarrow 0} \frac{\Delta \Psi}{\Delta I} = \frac{d\Psi}{dI} = \frac{m_{\Psi}}{m_I} \operatorname{tg} \beta.$$

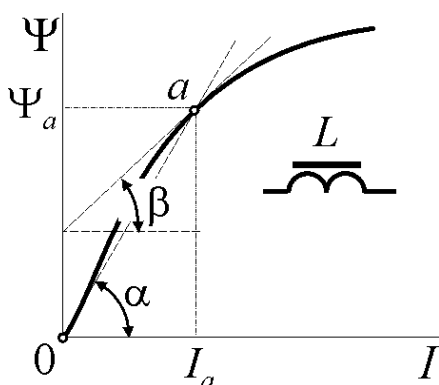


Рис. 8.6

Статическая индуктивность определяет соотношение между током и потокосцеплением катушки при постоянном токе, а динамическая – при небольших отклонениях тока вблизи рабочей точки  $a$ .

Таким образом, магнитопровод катушки представляет собой нелинейный индуктивный элемент и, пользуясь его вебер-амперной характеристикой, можно исследовать процессы в электрической цепи обмотки методами анализа нелинейных электрических цепей.

Рассмотрим процессы в электромагнитном устройстве, эскиз которого приведён на рис. 8.7,  $a$ . Оно представляет собой катушку с ферромагнитным сердечником, часть которого сделана подвижной и может перемещаться, изменяя длину воздушного зазора  $\delta$ . Подвижная часть магнитопровода называется ярмом. Магнитная цепь этого устройства ничем не отличается от магнитной цепи катушки на рис. 7.1,  $b$ , за исключением того, что её воздушный зазор разделён на две части. Но т.к. магнитная цепь неразветвлённая и по всем её элементам замыкается один и тот же магнитный поток, то оба зазора можно объединить в один с длиной  $2\delta$ , а

участок ярма включить в состав сердечника. Тогда вебер-амперные характеристики магнитной цепи будут аналогичны характеристикам, приведённым на рис. 7.4, б.

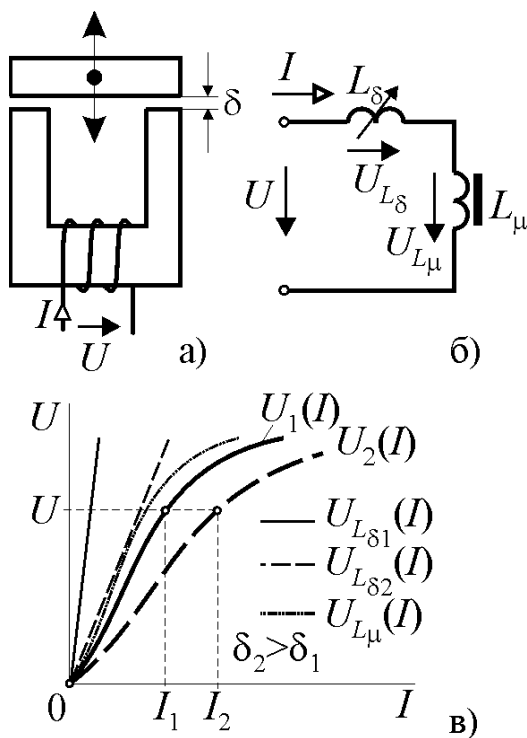


Рис. 8.7

Учитывая, что обмотка подключена к источнику переменного синусоидального тока с частотой  $\omega$ , можно перейти от вебер-амперных характеристик магнитопровода и воздушного зазора к вольт-амперным характеристикам в соответствии с соотношением  $u = d\Psi / dt \Rightarrow U = \omega\Psi$ . Эти характеристики показаны на рис. 8.7, в.

Если пренебречь потерями энергии в обмотке и магнитным потоком рассеяния, то схема замещения электрической цепи катушки будет иметь вид рис. 8.7, б. Она представляет собой последовательное соединение линейного индуктивного элемента, соответствующего индуктивности воздушного зазора  $L_\delta$  и нелинейного индуктивного элемента, соответствующего индуктивности магнитопровода  $L_\mu$ . Следовательно, ВАХ электрической

цепи  $U(I) = U_{L_\delta}(I) + U_{L_\mu}(I)$  представляет собой характеристику, построенную путём суммирования абсцисс ВАХ характеристик элементов  $L_\delta$  и  $L_\mu$ . При изменении воздушного зазора будет изменяться наклон его ВАХ  $U_{L_\delta}(I)$ . Соответственно будет изменяться и ВАХ  $U(I)$  и при постоянном напряжении питания  $U = \text{const}$  будет изменяться ток в цепи катушки. На рис. 8.7, в показаны характеристики, соответствующие двум размерам воздушного зазора  $\delta_2 > \delta_1$ . При увеличении зазора его индуктивность уменьшается  $L_\delta$ , уменьшаются также общая индуктивность цепи  $L = L_\delta + L_\mu$  и её индуктивное сопротивление  $X_L = \omega L$ . В результате этого ток в цепи возрастает.

Таким образом, перемещением ярма магнитопровода катушки можно регулировать ток в её цепи. Основанные на этом принципе регуляторы тока просты, надёжны и дешёвы. Обычно они применяются в оборудовании, эксплуатирующемся в тяжёлых условиях персоналом низкой квалификации.

#### Вопросы для самопроверки

1. Что такое статическая (дифференциальная) индуктивность?



2. Что представляет собой схема замещения электрической цепи катушки с ферромагнитным сердечником и переменным воздушным зазором?
3. Поясните, как можно регулировать ток в цепи катушки перемещением ярма её магнитопровода?

### 8.3. Явление феррорезонанса

Резонанс в электрических цепях, содержащих катушку с магнитопроводом, называется феррорезонансом. Нелинейность индуктивности катушки приводит к возникновению явлений, не наблюдаемых при резонансе в линейных электрических цепях. Причём, чем больше нелинейность, тем более ярко выражены эти явления. Поэтому в устройствах, принцип действия которых основан на явлении феррорезонанса, используют катушки с замкнутым магнитопроводом, т.е. без воздушного зазора.

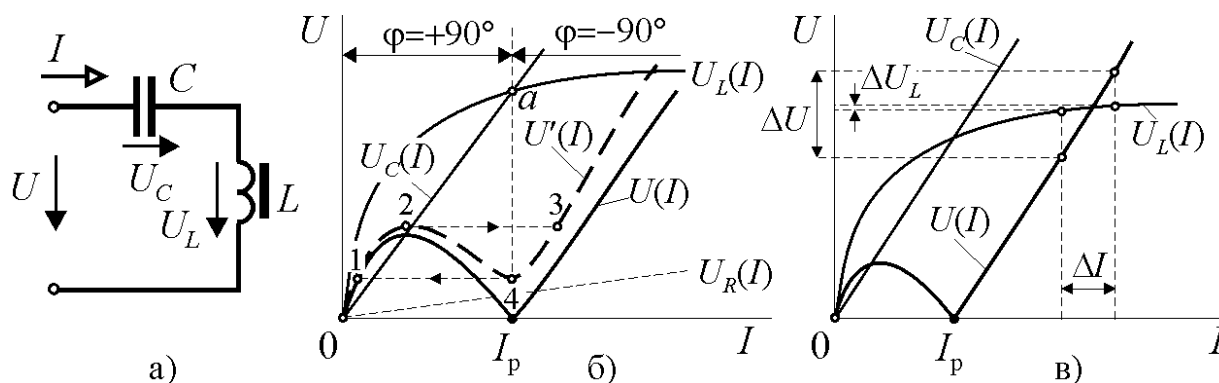


Рис. 8.8

*Феррорезонанс напряжений.* Этот вид резонанса наблюдается при последовательном включении конденсатора и катушки с ферромагнитным сердечником. Пренебрегая потерями в обмотке, получим схему замещения, приведённую на рис. 8.8, а.

На рис. 8.8, б приведены ВАХ ёмкостного элемента  $U_C(I)$  и нелинейного индуктивного элемента  $U_L(I)$ . Так как напряжения на ёмкостном и индуктивном элементах находятся в противофазе, то ВАХ резонансного контура  $U(I)$  получается вычитанием ординат  $U(I) = |U_L(I) - U_C(I)|$ . Режим резонанса наступает при токе  $I_p$ , соответствующем точке а пересечения ВАХ элементов цепи. При этом падение напряжения на входе цепи будет равно нулю. До точки резонанса входное сопротивление цепи имеет индуктивный характер, а после этой точки фазовый сдвиг скачком меняется на  $180^\circ$  и цепь приобретает ёмкостный характер.

В действительности обмотка катушки обладает активным сопротивлением. Поэтому кривая ВАХ будет иметь несколько иной вид  $U'(I)$ , но сохранит при этом характерные участки. Главной её особенностью является наличие участка с отрицательным значением  $dU/dI$ . Это неустойчивый участок ВАХ

и рабочая точка не может на нём находиться. При плавном увеличении входного напряжения от нуля до точки 2, соответствующей границе участка  $dU/dI < 0$ , ток будет плавно увеличиваться, но в точке 2 малейшие колебания напряжения приведут к тому, что рабочая точка цепи скачкообразно переместится в положение 3. При этом резко возрастёт входной ток и скачкообразно изменится фазовый сдвиг между током и напряжением на входе цепи от  $+90^\circ$  до  $-90^\circ$ . Дальнейшее увеличение входного напряжения будет сопровождаться плавным увеличением тока с сохранением его ёмкостного характера.

Если после выхода на участок ВАХ находящийся за точкой 3 начать плавное снижение входного напряжения, то можно сместить рабочую точку в положение минимума 4. Однако и здесь при малейшей нестабильности напряжения произойдёт скачкообразный переход в точку 1, сопровождающийся резким падением величины тока и изменением его характера.

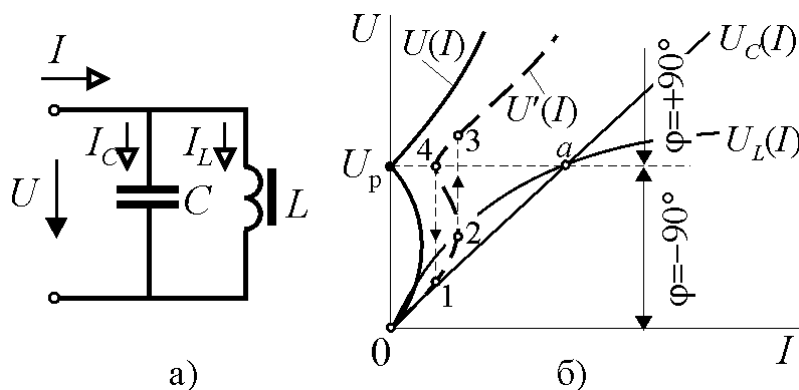


Рис. 8.9

**Феррорезонанс токов.** При параллельном соединении катушки и конденсатора в контуре наблюдается резонанс токов.

Здесь аналогичные процессы происходят при питании цепи от источника тока. При плавном увеличении

входного тока напряжение возрастает до точки 2, ограничивающей неустойчивый участок, а затем скачкообразно возрастает до точки 3 с одновременным изменением фазы на  $180^\circ$ . При последующем снижении тока до точки 4 напряжение плавно уменьшается, а затем, скачком меняя амплитуду и фазу, переходит в точку 1.

Участок ВАХ выше точки 4 при определённом выборе параметров контура обладает малым дифференциальным сопротивлением. Это свойство характеристики параллельного резонансного контура используется в устройствах стабилизации переменного напряжения, называемых *феррорезонансными стабилизаторами*.

На рис. 8.10, а показана схема замещения такого стабилизатора. Она состоит из последовательного соединения линейного индуктивного элемента  $L_1$  и параллельного феррорезонансного контура  $CL_2$ . Нагрузка стабилизатора подключается параллельно резонансному контуру.

Пренебрегая потерями в цепи, построим ВАХ резонансного контура  $U_2(I)$ . Так как индуктивный элемент  $L_1$  и резонансный контур соединены последовательно, то ВАХ цепи для входного напряжения и тока  $U_1(I)$  полу-

чается суммированием ординат точек линейной ВАХ  $U_{L_1}(I)$  и ВАХ контура  $U_2(I)$ .

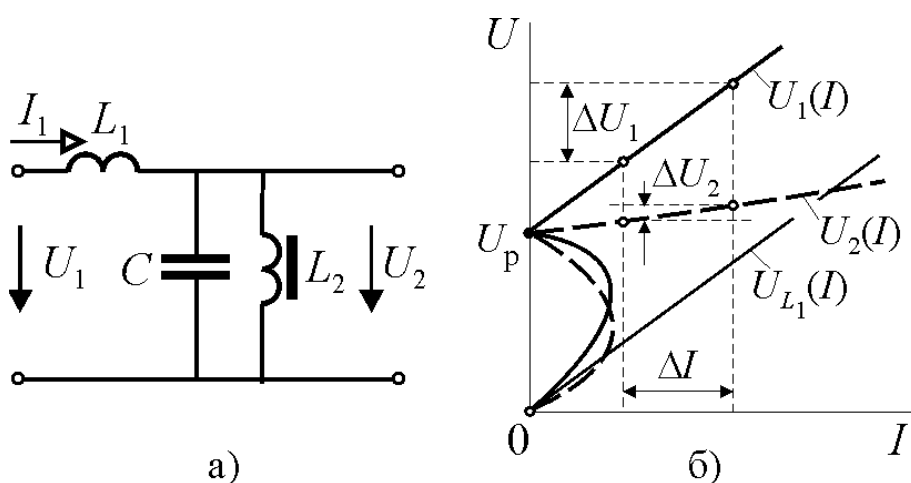


Рис. 8.10

Из построения на рисунке 8.10, б следует, что при входном напряжении  $U_1$ , превышающем резонансное значение  $U_p$ , изменение  $U_1$  на величину  $\Delta U_1$  приведёт к изменению тока на величину  $\Delta I$  и соответствующему изменению

напряжения в нагрузке на величину  $\Delta U_2$ . Однако за счёт того, что дифференциальное сопротивление характеристики  $U_2(I)$  значительно меньше, чем характеристики  $U_1(I)$ , величина  $\Delta U_2$  будет существенно меньше, чем  $\Delta U_1$  и в цепи возникнет эффект стабилизации напряжения нагрузки.

Эффект стабилизации напряжения можно получить также при подключении нагрузки параллельно катушке в последовательном резонансном контуре, если катушка обладает малым дифференциальным сопротивлением в области насыщения. При токах, превышающих резонансное значение  $I_p$  (рис. 8.8, в), значительное изменение входного напряжения  $\Delta U$  будет приводить к существенно меньшим изменениям напряжения на катушке  $\Delta U_L$ .

#### Вопросы для самопроверки

1. Что такое феррорезонанс?
2. Как и почему изменяется ток и характер реактивного сопротивления последовательного контура при изменении напряжения питания?
3. Как и почему изменяется напряжение и характер реактивного сопротивления параллельного контура при изменении входного тока?
4. Что такое феррорезонансный стабилизатор напряжения и как он работает?