

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

**А.А. Усольцев**

**СОВРЕМЕННЫЙ  
АСИНХРОННЫЙ ЭЛЕКТРОПРИВОД  
ОПТИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ**

Учебное пособие



Санкт-Петербург

2011

Усольцев А.А. Современный асинхронный электропривод оптико-механических комплексов/Учебное пособие. СПб: СПбГУ ИТМО, 2011, – 164 с.

Пособие содержит основные положения теории частотного управления асинхронными двигателями, математические модели асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором в векторном представлении, а также принципы построения и характеристики современных систем асинхронного электропривода оптико-механических комплексов с модульным (скалярным) и векторным управлением двигателем.

Пособие предназначено для студентов электромеханических специальностей ВУЗОВ.

Рекомендовано к печати учёным советом факультета компьютерных технологий и управления, 11.09.2010, протокол №4

© Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, 2011

© А.А. Усольцев, 2011

## Введение

В последние два десятилетия регулируемый асинхронный электропривод претерпел существенные изменения в своем развитии и полностью вытеснил из многих областей синхронный привод и привод постоянного тока. Это связано прежде всего с достижениями в области силовой электроники и микропроцессорной техники, на основе которых были разработаны преобразователи частоты, обеспечивающие управление асинхронными короткозамкнутыми двигателями с энергетическими и динамическими показателями, соизмеримыми или превосходящими показатели других приводов.

Высокая скорость обработки информации современными процессорами дала толчок развитию старых и разработке новых алгоритмов управления системой «преобразователь-двигатель».

Сегодня частотное управление является для асинхронного привода оптико-механических комплексов своего рода техническим стандартом. В то же время в маломощных приводах сохраняются системы симметричного и несимметричного управления напряжением.

Целью настоящего пособия является ознакомление студентов с современными системами управления асинхронными двигателями с короткозамкнутым ротором; физическими процессами, сопровождающими работу этих систем; принципами их построения, основными характеристиками и типовыми функциями.

Практически во всех современных системах управления информация об электромагнитных процессах в двигателе представлена в векторной форме. Поэтому исходной точкой для большинства вопросов рассматриваемых в пособии являются векторные уравнения обобщенной электрической машины. Это помогает создать правильное внутреннее восприятие сложных физических явлений в форме необходимой для понимания работы системы привода в целом. Кроме того, это иллюстрирует возможность эффективного применения единого метода для анализа различных процессов и свойств систем управления, а также для синтеза этих систем и их элементов.

Однако для понимания вопросов, связанных с управлением асинхронным короткозамкнутым двигателем, и, прежде всего, ограничений, присущих способам и устройствам управления, помимо абстрактных представлений о пространственных векторах и системах координат необходимо глубокое понимание физических явлений в двигателе, связанных с воздействием на него со стороны источника питания и нагрузки. Поэтому первая часть пособия посвящена анализу физических явлений, а также статических и динамических характеристик асинхронного двигателя при работе его в условиях изменяющегося напряжения, тока и/или частоты питания.

Рассматриваемые в пособии системы и элементы систем управления приведены к форме, позволяющей легко реализовать их в среде *Matlab/Simulink* и исследовать свойства в процессе имитационного моделирования.

# 1. Асинхронный двигатель как объект управления

## 1.1. Математическое описание процессов преобразования энергии в электрической машине

### 1.1.1. Понятие обобщенного пространственного вектора

Современная теория электрических машин и электропривода строится на основе представления электромагнитных величин векторами. Это позволяет не только получить компактную запись уравнений, но также построить высокоэффективные системы управления, базирующиеся на векторных понятиях.

Большинство электрических машин переменного тока предназначено для работы в трехфазных сетях, поэтому они изготавливаются с симметричными трехфазными обмотками на статоре, причем МДС этих обмоток распределены в пространстве по закону близкому к синусоидальному, т.е. МДС, создаваемая  $k$ -й обмоткой в точке, отстоящей от оси этой обмотки на угол  $\alpha_k$  равна –  $F_k(\alpha) = F_{k0} \cos \alpha_k$ , где  $F_{k0}$  – МДС, соответствующая оси  $k$ -й обмотки.

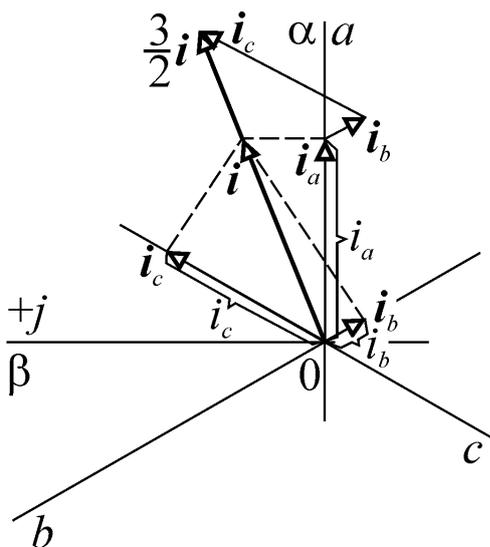


Рис. 1.1. Синтез обобщенного вектора тока  $i$  и разложение его на фазные составляющие

Синусоидальность распределения позволяет представить МДС или пропорциональные им токи обобщенным пространственным вектором на плоскости, перпендикулярной оси ротора машины. В дальнейшем под обобщенным вектором мы будем понимать вектор, проекции которого на оси фазных обмоток в любой момент времени равны мгновенным значениям фазных величин, представляемых этим вектором.

Если ток в каждой обмотке представить вектором ( $i_a, i_b, i_c$  рис. 1.1), модуль которого равен мгновенному значению тока ( $i_a, i_b, i_c$ ), а направление совпадает с осью обмотки, и сложить

эти векторы, то мы получим пространственный вектор тока  $\frac{3}{2}i$ . Модуль этого вектора будет в полтора раза больше модуля вектора  $i$ , проекции которого на оси фазных обмоток равны мгновенным значениям фазных токов  $i_a, i_b, i_c$ . Следовательно, для того, чтобы вектор, полученный сложением фазных векторов, соответствовал данному выше определению, его нужно уменьшить в полтора раза, умножив на коэффициент  $2/3$ . В общем случае  $m$ -фазной системы обмоток модуль суммарного вектора в  $m/2$ -раз больше модуля обобщенного вектора  $i$ , соот-

ветственно, коэффициент, на который нужно умножить результат суммирования равен  $2/m$ .\*

Для упрощения математических операций координаты точек на любой плоскости можно объединить в комплексные числа. Тогда, совместив вещественную ось плоскости обобщённых векторов с осью обмотки фазы  $a$ , можно записать описанные выше операции построения обобщённого вектора тока в виде

$$\mathbf{i} = \frac{2}{3}(\mathbf{i}_a + \mathbf{i}_b + \mathbf{i}_c) = \frac{2}{3}(\mathbf{i}_a + \mathbf{i}_b \mathbf{a} + \mathbf{i}_c \mathbf{a}^2)^* \quad (1.1)$$

где  $\mathbf{a} = e^{j2\pi/3} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$  – оператор трехфазной системы,

$\mathbf{i}_a = i_a$ ;  $\mathbf{i}_b = i_b \mathbf{a}$ ;  $\mathbf{i}_c = i_c \mathbf{a}^2$  – векторы фазных токов, а  $i_a, i_b, i_c$  – их мгновенные значения.\*\*

Основное свойство симметрии фазных величин\*\*\* заключается в равенстве нулю суммы фазных операторов. Для трехфазной системы это очевидно из равенства  $-\mathbf{a}^0 + \mathbf{a}^1 + \mathbf{a}^2 = 1 + \mathbf{a} + \mathbf{a}^2 = 1 - \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} = 0$ .

При симметричном питании и прямом порядке следования фаз токи равны  $i_{a+} = I_{m+} \sin(\omega t + \delta_+)$ ;  $i_{b+} = I_{m+} \sin(\omega t + \delta_+ + 2\pi/3)$ ;  $i_{c+} = I_{m+} \sin(\omega t + \delta_+ - 2\pi/3)$ .

Подставляя эти значения в (1.1), мы получим годограф вектора тока

$$\mathbf{i}_+ = \frac{2I_{m+}}{3} \left[ \begin{array}{l} \sin(\omega t + \delta_+) + \sin(\omega t + \delta_+ + 2\pi/3) \left( -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \\ + \sin(\omega t + \delta_+ - 2\pi/3) \left( -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \end{array} \right] = \quad (1.2)$$

$$= \frac{2I_{m+}}{3} \left[ \frac{3}{2} \cos(\omega t + \delta_+) + j\frac{3}{2} \sin(\omega t + \delta_+) \right] = I_{m+} e^{j(\omega t + \delta_+)} = I_{m+} e^{j\delta_+} e^{j\omega t} = \underline{I}_+ e^{j\omega t}$$

где  $\underline{I}_+ = I_{m+} e^{j\delta_+}$  – комплексное число-вектор. Следовательно, в этом случае конец вектора тока перемещается в пространстве по окружности с радиусом равным амплитуде фазного тока  $I_{m+}$  с угловой частотой  $\omega$ . При этом в начальный момент времени ( $t = 0$ ) его угол с осью обмотки фазы  $a$  составляет  $\delta_+$ .

При обратном порядке следования фаз мгновенные значения токов будут определяться функциями

$$i_{a-} = I_{m-} \sin(\omega t + \delta_-); \quad i_{b-} = I_{m-} \sin(\omega t + \delta_- - 2\pi/3); \quad i_{c-} = I_{m-} \sin(\omega t + \delta_- + 2\pi/3)$$

\* Доказательство см. в приложении 2

\*\* Совмещение системы координат с осью одной из фазных обмоток выражается нулевой степенью соответствующего фазного оператора. Если, например, систему координат нужно совместить с осью фазы  $b$ , то обобщённый вектор будет определяться выражением  $\mathbf{i} = 2(i_a \mathbf{a}^2 + i_b \mathbf{a}^0 + i_c \mathbf{a}^1)/3$

\*\*\* Обозначение вектора строчным символом принято для указания на то, что его координаты являются функциями времени аналогично тому, как строчные символы при обозначении скалярных величин указывают на мгновенное значение.

\*\*\*\* Доказательство см. в приложении 1

и обобщённый вектор тока будет равен

$$\underline{i}_- = \frac{2I_{m-}}{3} \left[ \frac{3}{2} \cos(\omega t + \delta_-) - j \frac{3}{2} \sin(\omega t + \delta_-) \right] = I_{m-} e^{-j(\omega t + \delta_-)} = I_{zm} e^{-j\delta_-} e^{-j\omega t} = \underline{I}_-^* e^{-j\omega t},$$

т.е. он будет описывать на плоскости окружность радиусом  $I_{m-}$ , вращаясь при этом в отрицательном направлении.

Из курса электротехники известно, что любую несимметричную трехфазную систему питания можно представить суммой трех симметричных составляющих: прямой, обратной и нулевой последовательности

$$\begin{aligned} i_a &= i_{a+} + i_{a-} + i_0; \quad i_b = i_{b+} + i_{b-} + i_0; \quad i_c = i_{c+} + i_{c-} + i_0 \\ &\Downarrow \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$\underline{I}_a = \underline{I}_+ + \underline{I}_- + \underline{I}_0; \quad \underline{I}_b = \underline{a}^2 \underline{I}_+ + \underline{a} \underline{I}_- + \underline{I}_0; \quad \underline{I}_c = \underline{a} \underline{I}_+ + \underline{a}^2 \underline{I}_- + \underline{I}_0$$

значения которых определяются через временные векторы или комплексные амплитуды фазных токов как

$$\underline{I}_+ = (\underline{I}_a + \underline{a} \underline{I}_b + \underline{a}^2 \underline{I}_c) / 3; \quad \underline{I}_- = (\underline{I}_a + \underline{a}^2 \underline{I}_b + \underline{a} \underline{I}_c) / 3; \quad \underline{I}_0 = (\underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c) / 3. \quad (1.4)$$

Подставляя фазные токи (1.3) в (1.1), мы получим пространственный вектор тока

$$\begin{aligned} \underline{i} &= \frac{2}{3} \left[ (i_{a+} + i_{a-} + i_0) + (i_{b+} + i_{b-} + i_0) \underline{a} + (i_{c+} + i_{c-} + i_0) \underline{a}^2 \right] = \\ &= \frac{2}{3} \left[ (i_{a+} + i_{a-}) + (i_{b+} + i_{b-}) \underline{a} + (i_{c+} + i_{c-}) \underline{a}^2 + i_0 (1 + \underline{a} + \underline{a}^2) \right] = \underline{i}_+ + \underline{i}_- \end{aligned}$$

Это означает, что обобщённый вектор тока не содержит нулевой составляющей и ее при анализе нужно учитывать особо. Иными словами, при любом виде асимметрии обобщённый вектор будет содержать только симметричные составляющие прямой и обратной последовательности.

Пусть начальные фазы обеих составляющих равны нулю ( $\delta_+ = \delta_- = 0$ ), тогда

$$\underline{i} = \underline{i}_+ + \underline{i}_- = I_{m+} e^{j\omega t} + I_{m-} e^{-j\omega t} = (I_{m+} + I_{m-}) \cos \omega t + j(I_{m+} - I_{m-}) \sin \omega t.$$

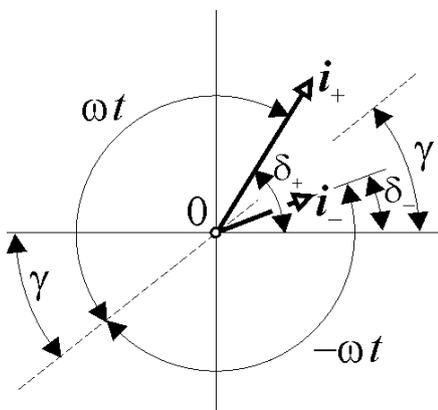


Рис. 1.2. Движение векторов составляющих прямой и обратной последовательности

Это выражение представляет собой параметрическое уравнение эллипса с полуосями, равными сумме и разности модулей составляющих прямой и обратной последовательности. При ненулевых начальных фазах в некоторый момент времени  $t$  векторы составляющих прямой и обратной последовательности ( $\underline{i}_+$  и  $\underline{i}_-$  на рис. 1.2.), вращаясь в противоположных направлениях, займут одинаковое положение, соответствующее большой оси эллипса. При этом будут выполняться соотношения

$$\gamma = \delta_+ + \omega t - \pi; \quad \gamma = \pi - \omega t + \delta_-$$

↓

$$\gamma = (\delta_+ + \delta_-) / 2$$

Значит, большая ось эллипса годографа вектора тока будет располагаться на биссектрисе угла между начальными фазами, т.е. под углом  $\gamma$  к оси обмотки фазы  $a$ .

Таким образом, при несимметричных фазных токах годографом пространственного вектора является эллипс, соотношение осей которого определяется степенью асимметрии. Предельным видом этого годографа при отсутствии асимметрии будет окружность, а при равенстве составляющих прямой и обратной последовательности – отрезок прямой с длиной равной двойному значению их модуля.

Рассмотрим в качестве примера некоторую произвольную систему фазных токов (рис. 1.3 а)

$$i_a = 1\sin(\omega t + \pi/6); i_b = 0,8\sin(\omega t + 3\pi/4); i_c = 1,5\sin(\omega t - 5\pi/3).$$

В соответствии с (1.5) симметричные составляющие этой системы равны

$$\underline{I}_+ = 0,704e^{-j0,84}; \underline{I}_- = 0,24e^{j1,38}; \underline{I}_0 = 0,651e^{j0,93}.$$

Годографом вектора тока будет эллипс с большой и малой полуосями  $A = 0,704 + 0,24 = 0,944$ ;  $B = 0,704 - 0,24 = 0,463$  и наклоном большой оси  $(1,38 + 0,84)/2 = 1,11$  ( $63,5^\circ$ ).

Если подставить исходные фазные токи в выражение (1.1) и определить обобщённый вектор  $\mathbf{i}$ , а затем найти его проекции на фазные оси (см. ниже), то мы получим фазные токи

$$i'_a = 0,591\sin(\omega t - 0,51); i'_b = 0,942\sin(\omega t - 2,9); i'_c = 0,649\sin(\omega t + 0,91),$$

существенно отличающиеся от исходных (рис. 1.3, а), т.к. они не содержат нулевой составляющей (рис. 1.3, б).

Для несинусоидальных величин также можно построить годограф обобщённого вектора. Пусть, например, рассмотренные выше несимметричные токи содержат также третью гармонику

$$i_a = 1\sin(\omega t + \pi/6) + 0,15\sin(3\omega t + \pi/6);$$

$$i_b = 0,8\sin(\omega t + 3\pi/4) + 0,2\sin(3\omega t - \pi/8);$$

$$i_c = 1,5\sin(\omega t - 5\pi/3) + 0,25\sin(3\omega t - \pi/6)$$

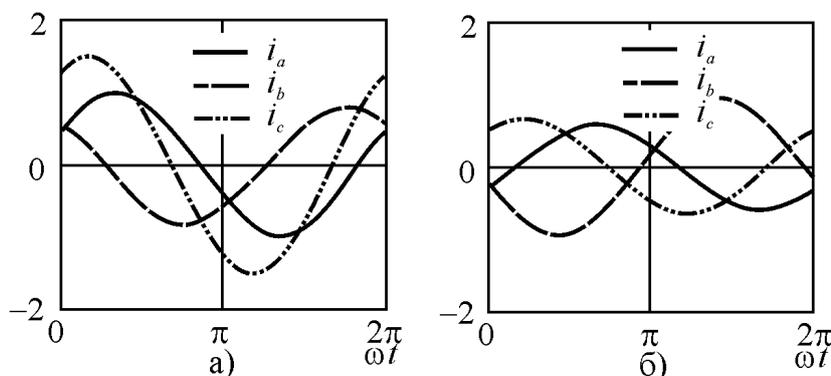


Рис. 1.3. Фазные токи (а) и проекции на фазные оси обобщённого вектора тока (б)

(рис. 1.4 а). Подставляя эти значения в (1.1), мы получим координаты вектора  $\mathbf{i}$  и можем построить его годограф (рис. 1.4 б). Этот годограф сводится к сумме кривых второго порядка, соответствующих каждой гармонической составляющей фазных токов.

Обобщённый вектор, как и любой вектор на плоскости, можно представить через координаты точки его

конца или, что то же самое, через его проекции на оси координат, объединённые алгебраической формой записи комплексного числа. Если оси вещественной и мнимой составляющих обозначить, как  $\alpha$  и  $\beta$  (рис. 1.1), то обобщённый вектор тока будет равен

$$\mathbf{i} = i_\alpha + j i_\beta.$$

Подставляя в выражение (1.1) значения оператора системы, записанные в алгебраической форме, и разделяя вещественную и мнимую части, получим

$$i_\alpha = \operatorname{Re}(\mathbf{i}) = \frac{2}{3} \left( i_a - \frac{i_b - i_c}{2} \right); \quad i_\beta = \operatorname{Im}(\mathbf{i}) = \frac{i_b - i_c}{\sqrt{3}}$$

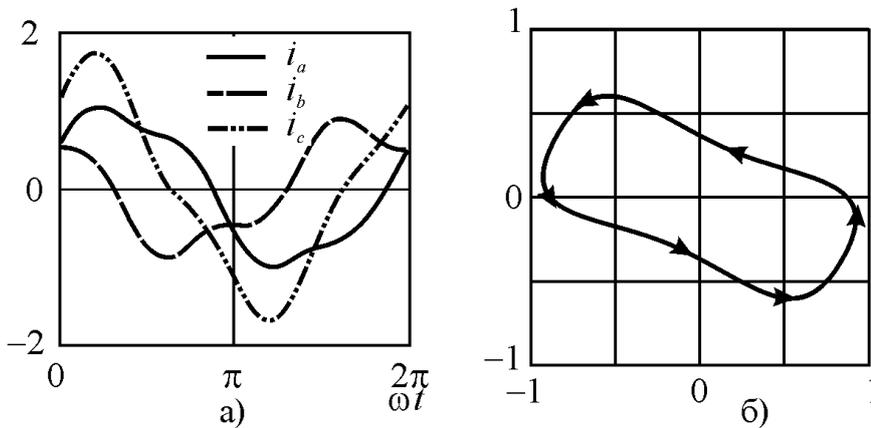


Рис. 1.4. Несинусоидальные фазные токи (а) и соответствующий им годограф обобщённого вектора (б).

Переход от представления обобщённого вектора проекциями на оси фазных обмоток к представлению его проекциями на ортогональные оси комплексной плоскости эквивалентно преобразованию трехфазной системы обмоток в двухфазную. В матричной форме эти преобразования координат с учё-

том  $i_0 = (i_a + i_b + i_c)/3$  можно записать как

$$\begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 & 1 \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{pmatrix}. \quad (1.5)$$

При отсутствии нулевого провода  $i_a + i_b + i_c = 0$ . Тогда для определения проекций на оси  $\alpha\beta$  достаточно использовать два фазных тока –

$$i_\alpha = i_a; \quad i_\beta = \frac{i_a + 2i_b}{\sqrt{3}} \Big|_{i_c = -i_a - i_b} = -\frac{i_a + 2i_c}{\sqrt{3}} \Big|_{i_b = -i_a - i_c} \quad (1.6)$$

Пользуясь известными геометрическими понятиями, обобщённый вектор можно представить также во вращающейся системе координат. Переход к новой системе координат  $xy$ , развернутой относительно исходной  $\alpha\beta$  на некоторый угол  $\vartheta$  (рис. 1.5), осуществляется из очевидного соотношения аргументов комплексных чисел следующим образом:

$$\mathbf{i}^{(\alpha\beta)} = i_m e^{j\alpha^{(\alpha\beta)}} = i_m e^{j[\alpha^{(xy)} + \vartheta]} = i_m e^{j\alpha^{(xy)}} e^{j\vartheta} = \mathbf{i}^{(xy)} e^{j\vartheta} \Leftrightarrow \mathbf{i}^{(xy)} = \mathbf{i}^{(\alpha\beta)} e^{-j\vartheta}$$

При этом на угол  $\vartheta$  не накладывается никаких ограничений, т.е. он может иметь постоянное значение, но может также изменяться произвольным образом. Для системы координат вращающейся с угловой частотой  $\omega$  он равен  $\vartheta = \omega t$ . Таким образом, если под  $e^{j\vartheta} = e^{j\omega t}$  понимать оператор вращения, то переход к неподвижной системе координат  $\alpha\beta$  осуществляется умножением на оператор прямого вращения  $e^{j\omega t}$ , а к вращающейся  $xy$  – умножением на оператор обратного вращения  $e^{-j\omega t}$

В развернутом виде преобразование координат  $\alpha\beta \rightarrow xy$  можно записать как

$$\begin{aligned} \mathbf{i}^{(xy)} &= i_x + j i_y = (i_\alpha + j i_\beta) e^{-j\vartheta} = \\ &= (i_\alpha + j i_\beta) [\cos(-\vartheta) + j \sin(-\vartheta)] \end{aligned}$$

Разделяя вещественную и мнимую часть, можно представить связь между составляющими обобщенного вектора тока в различных системах координат в виде

$$\begin{pmatrix} i_x \\ i_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \vartheta & \sin \vartheta \\ -\sin \vartheta & \cos \vartheta \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \vartheta & -\sin \vartheta \\ \sin \vartheta & \cos \vartheta \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} i_x \\ i_y \end{pmatrix} \quad (1.7)^*$$

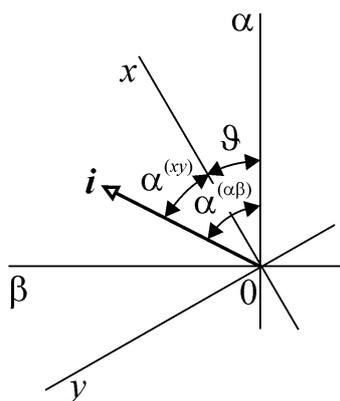


Рис. 1.5. Вектор тока  $\mathbf{i}$  в неподвижной ( $\alpha\beta$ ) и вращающейся ( $xy$ ) системах координат

Преобразование системы координат является одной из важнейшей функций, используемых в современных системах управления приводом, которая позволяет изменить характер фазных величин. Пусть, например, рассматриваемая нами система токов содержит только составляющую прямой последовательности с частотой  $\omega$ , т.е. фазные токи симметричны и  $\mathbf{i}^{(\alpha\beta)} = \mathbf{i}_+$ . Тогда умножением на оператор вращения  $e^{-j\omega t}$  вектор тока можно представить в синхронно вращающейся системе координат

$$\mathbf{i}^{(\alpha\beta)} e^{-j\omega t} = \mathbf{i}_+ e^{-j\omega t} = I_{m+} e^{j(\omega t + \delta_+)} e^{-j\omega t} = I_{m+} e^{j\delta_+} = \mathbf{i}^{(xy)}$$

В результате преобразования фазные токи или проекции обобщенного вектора на координатные оси будут постоянными величинами

$$i_x = I_{m+} \cos \delta_+; \quad i_y = I_{m+} \sin \delta_+.$$

Если же синхронную систему координат сориентировать по вектору тока, т.е. использовать оператор вращения  $e^{-j(\omega t + \delta_+)}$ , то проекция  $i_y$  будет равна нулю, а  $x$ -проекция станет равной модулю вектора  $i_x = I_{m+}$ .

С помощью обратных преобразований можно синтезировать вектор с заданными параметрами, т.е. модулем, начальной фазой и частотой вращения. Для этого нужно задать значения  $x$  и  $y$  проекций, а затем преобразовать их в неподвижную систему координат в соответствии с (1.7), где  $\vartheta = \omega t$ . При этом постоянные

\* В англоязычной литературе это преобразование координат называют преобразованием Парка (*Park*)

величины  $i_x$  и  $i_y$  в новой системе координат определяют амплитуду  $I_m = \sqrt{i_x^2 + i_y^2}$  и начальную фазу  $\delta = \arctg(i_y / i_x)$  синусоидальных фазных токов  $i_\alpha = I_m \cos(\omega t + \delta)$ ;  $i_\beta = I_m \sin(\omega t + \delta)$ , частота которых  $\omega$  должна быть задана аргументом тригонометрических функций в преобразовании (1.7).

При асимметрии фазных токов переход к прямо вращающейся системе координат даст нам проекции

$$\begin{aligned} \mathbf{i}^{(\alpha\beta)} e^{-j\omega t} &= \left[ \mathbf{i}_+^{(\alpha\beta)} + \mathbf{i}_-^{(\alpha\beta)} \right] e^{-j\omega t} = \left[ I_{m+} e^{j(\omega t + \delta_+)} + I_{m-} e^{-j(\omega t + \delta_-)} \right] e^{-j\omega t} = \\ &= I_{m+} e^{j\delta_+} + I_{m-} e^{-j(2\omega t + \delta_-)} = \mathbf{i}^{(xy)} \end{aligned}$$

⇓

$$i_x = I_{m+} \cos \delta_+ + I_{m-} \cos(2\omega t + \delta_-); \quad i_y = I_{m+} \sin \delta_+ - I_{m-} \sin(2\omega t + \delta_-)$$

т.е. фазные проекции будут содержать помимо постоянных значений, соответствующих составляющей тока прямой последовательности, также и синусоидальные функции времени с двойной частотой, соответствующие составляющей обратной последовательности.

Обобщенными векторами можно представить также ЭДС  $e$ , напряжения  $u$  и потокосцепления  $\Psi$ , при этом все свойства рассмотренного выше обобщенного вектора тока будут присущи и этим векторам.

### 1.1.2. Потокосцепления электрической машины

Если пренебречь насыщением магнитопровода АД, то магнитные потоки, сцепляющиеся с его обмотками, будут пропорциональны соответствующим МДС.

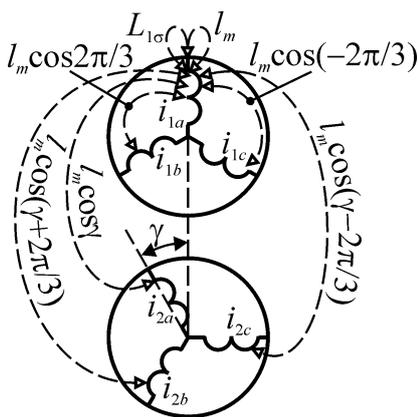


Рис. 1.6. Магнитная связь обмоток статора и ротора АД

Рассмотрим основные соотношения между этими величинами. Допустим, что статор и ротор трехфазного АД симметричны, параметры обмотки ротора приведены к обмотке статора и рабочий зазор машины равномерный. Схематически эти обмотки показаны на рисунке 1.6.

С обмоткой фазы  $a$  статора сцепляются магнитные потоки, создаваемые как ею самой, так и всеми остальными обмотками. Часть магнитного потока, создаваемого обмоткой сцепляется только с её собственными витками и называется *потокком рассеяния*. Другая часть, помимо собственных витков охватывает также витки других обмо-

ток и называется *главным или основным магнитным потоком*. Индуктивность  $L_{1\sigma}$ , связывающая поток рассеяния обмотки с протекающим в ней током, называется *индуктивностью рассеяния*, а индуктивность  $l_m$ , определяющая потокосцепление с основным потоком – взаимной индуктивностью или *индуктивностью ос-*

новного потока. При отсутствии токов в обмотках ротора можно представить потокосцепление фазы  $a$  в виде

$$\Psi_{11a} = L_{1\sigma}i_{1a} + l_m i_{1a} + M_{ab}i_{1b} + M_{ac}i_{1c} \quad (1.8)$$

где  $M_{ab}$  и  $M_{ac}$  – взаимные индуктивности статорных обмоток.

Если две обмотки статора АД имеют одинаковые параметры, то магнитный поток, создаваемый током второй обмоткой и сцепляющийся с витками первой, будет полностью идентичен потоку, создаваемому первой обмоткой и сцепляющимся с витками второй, при условии равенства токов и совпадения расположения осей двух обмоток в пространстве. Очевидно, что при этих условиях картина магнитного поля будет одинаковой независимо от того, по какой из обмоток протекает ток, т.е. *индуктивность основного потока статорных обмоток  $l_m$  будет равна их взаимной индуктивности при условии совмещения геометрических осей.*

Смещение осей обмоток в пространстве на угол  $\delta$  вызовет изменение их взаимной индуктивности пропорциональное косинусу угла сдвига, т.е.  $M = M_0 \cos \delta = l_m \cos \delta$ , где  $M_0 = l_m$  – взаимная индуктивность обмоток при совмещении их осей. С учетом выражения (п.2.2)\* и того, что  $\delta_b = 2\pi/3$  и  $\delta_c = -2\pi/3$ , выражение (1.8) можно преобразовать к виду

$$\begin{aligned} \Psi_{11a} &= L_{1\sigma}i_{1a} + l_m i_{1a} + l_m \cos 2\pi/3 \cdot i_{1b} + l_m \cos(-2\pi/3) \cdot i_{1c} = i_{1a} (L_{1\sigma} + 3l_m/2) = \\ &= i_{1a} (L_{1\sigma} + L_m) = i_{1a} L_1 \end{aligned} \quad (1.9)$$

Индуктивность  $L_1 = L_{1\sigma} + L_m$  соответствует полной индуктивности статорной обмотки, включающей ее индуктивность от потока рассеяния  $L_{1\sigma}$ , индуктивность от части основного магнитного потока, созданного самой обмоткой  $l_m$ , и индуктивность от части основного потока, созданной двумя другими обмотками статора  $l_m/2$ . Таким образом, *полная индуктивность обмотки статора от основного магнитного потока  $L_m$  в 3/2 раза больше ее индуктивности  $l_m$ , рассчитанной при отсутствии токов в других обмотках.*\*

В силу симметрии статора, для других обмоток можно записать аналогичные выражения –  $\Psi_{11b} = i_{1b} L_1$  и  $\Psi_{11c} = i_{1c} L_1$ , а затем объединить фазные проекции в обобщенный вектор потокосцепления статора при отсутствии токов ротора –

$$\Psi_{11} = \frac{2}{3} (\Psi_{11a} + \Psi_{11b} \mathbf{a} + \Psi_{11c} \mathbf{a}^2) = \frac{2}{3} L_1 (i_{1a} + i_{1b} \mathbf{a} + i_{1c} \mathbf{a}^2) = L_1 \mathbf{i}_1 \quad (1.10)$$

Наличие токов в обмотках ротора приведет к появлению дополнительных составляющих потокосцеплений обмоток статора. Если ось фазы  $a$  ротора смещена в пространстве на некоторый угол  $\gamma$  (см. рис. 1.6), то взаимные индуктивности обмоток ротора и фазы  $a$  статора можно определить через соответствующие углы, образуемые их осями, в виде –

\* См. приложение 2

\* В общем случае в  $m/2$  раз. См. приложение 2.

$$M_{aa} = M_{0a} \cos \gamma; M_{ba} = M_{0b} \cos(\gamma + 2\pi/3); M_{ca} = M_{0c} \cos(\gamma - 2\pi/3)$$

где  $M_{0a}$ ,  $M_{0b}$ ,  $M_{0c}$  – взаимные индуктивности обмоток при  $\gamma = 0$ . Но взаимная индуктивность обмоток статора и ротора при нулевом смещении осей равна  $l_m$ , т.к. параметры обмоток ротора приведены к статорным и можно считать, что при совпадении их осей картина магнитного поля будет такой же, как при совпадении осей статорных обмоток. Поэтому  $M_{0a} = M_{0b} = M_{0c} = M_0 = l_m$  и

$$M_{aa} = l_m \cos \gamma; M_{ba} = l_m \cos(\gamma + 2\pi/3); M_{ca} = l_m \cos(\gamma - 2\pi/3)$$

Тогда полное потокоцепление обмотки фазы  $a$  статора при наличии токов ротора с учетом (п.2.2)\*\* будет

$$\Psi_{12a} = M_{aa}i_{2a} + M_{ba}i_{2b} + M_{ca}i_{2c} = 3l_m i_{2a} \cos \gamma / 2 = L_m i_{2a} \cos \gamma$$

и по аналогии для двух других фаз:

$$\Psi_{12b} = M_{ab}i_{2a} + M_{bb}i_{2b} + M_{cb}i_{2c} = L_m i_{2b} \cos(\gamma + 2\pi/3);$$

$$\Psi_{12c} = M_{ac}i_{2a} + M_{bc}i_{2b} + M_{cc}i_{2c} = L_m i_{2c} \cos(\gamma - 2\pi/3).$$

По этим проекциям аналогично (п.2.1)\*\* можно построить вектор потокоцепления статора с ротором

$$\begin{aligned} \Psi_{12} &= \frac{2}{3} (\Psi_{12a} + \Psi_{12b} \mathbf{a} + \Psi_{12c} \mathbf{a}^2) = \\ &= \frac{2}{3} L_m [i_{2a} \cos \gamma + i_{2b} \cos(\gamma + 2\pi/3) \mathbf{a} + i_{2c} \cos(\gamma - 2\pi/3) \mathbf{a}^2] = L_m \mathbf{i}_2 e^{j\gamma} \end{aligned}$$

и, суммируя с  $\Psi_{11}$  из (1.10), получить общее потокоцепление статора, соответствующее режиму протекания токов в обмотках статора и ротора

$$\Psi_1 = \Psi_{11} + \Psi_{12} = L_1 \mathbf{i}_1 + L_m \mathbf{i}_2 e^{j\gamma} \quad (1.11)$$

В силу симметрии связей между статором и ротором аналогичное выражение можно записать для потокоцепления ротора с учетом того, что для него угол  $\gamma$  будет отрицательным, т.к. по отношению к статору этот угол отсчитывается в отрицательном направлении –

$$\Psi_2 = \Psi_{21} + \Psi_{22} = L_m \mathbf{i}_1 e^{-j\gamma} + L_2 \mathbf{i}_2 \quad (1.12)$$

В выражениях (1.11) и (1.12) векторы тока статора и ротора записаны в различных системах координат. В первом выражении ток статора записан в неподвижной системе координат  $\alpha\beta$ , связанной со статором, а ток ротора во вращающейся (смещенной на текущий угол  $\gamma$ ) системе координат  $uv$ , связанной с ротором, т.е. в полной записи с индексами систем координат –

$$\Psi_1^{(\alpha\beta)} = L_1 \mathbf{i}_1^{(\alpha\beta)} + L_m \mathbf{i}_2^{(uv)} e^{j\gamma} = L_1 \mathbf{i}_1^{(\alpha\beta)} + L_m \mathbf{i}_2^{(\alpha\beta)}$$

$$\Psi_2^{(uv)} = L_m \mathbf{i}_1^{(\alpha\beta)} e^{-j\gamma} + L_2 \mathbf{i}_2^{(uv)} = L_m \mathbf{i}_1^{(uv)} + L_2 \mathbf{i}_2^{(uv)}$$

\*\* См. приложение 2

Если обе части уравнения потокосцепления ротора умножить на оператор поворота  $e^{j\gamma}$ , то оно будет преобразовано в систему координат статора  $\alpha\beta$  и примет вид

$$\psi_2^{(uv)} e^{j\gamma} = L_m \mathbf{i}_1^{(uv)} e^{j\gamma} + L_2 \mathbf{i}_2^{(uv)} e^{j\gamma} = \psi_2^{(\alpha\beta)} = L_m \mathbf{i}_1^{(\alpha\beta)} + L_2 \mathbf{i}_2^{(\alpha\beta)}$$

Таким образом, форма уравнений для обобщённых векторов потокосцеплений не зависит от выбора системы координат и индексы системы в них можно опустить. Тогда окончательно потокосцепления статора и ротора с учетом всех токов АД можно представить в виде

$$\begin{aligned} \psi_1 &= L_1 \mathbf{i}_1 + L_m \mathbf{i}_2 = \psi_{11} + \psi_{12} \\ \psi_2 &= L_m \mathbf{i}_1 + L_2 \mathbf{i}_2 = \psi_{21} + \psi_{22} \end{aligned} \quad (1.13)$$

Из выражений (1.13) следует, что потокосцепления статора и ротора раскладываются на составляющие обусловленные собственным током ( $\psi_{11}$  и  $\psi_{22}$ ) и током другой части АД ( $\psi_{12}$  и  $\psi_{21}$ ) (рис. 1.7 а).

Пользуясь тем, что сумма токов статора и ротора образует ток намагничивания АД, т.е.  $\mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2 = \mathbf{i}_m$ , потокосцепления можно также представить через основной магнитный поток  $\psi_m = L_m \mathbf{i}_m = L_m (\mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2)$  и потоки рассеяния статора  $\psi_{1\sigma} = L_{1\sigma} \mathbf{i}_1$  и ротора  $\psi_{2\sigma} = L_{2\sigma} \mathbf{i}_2$  (рис. 1.7 б) –

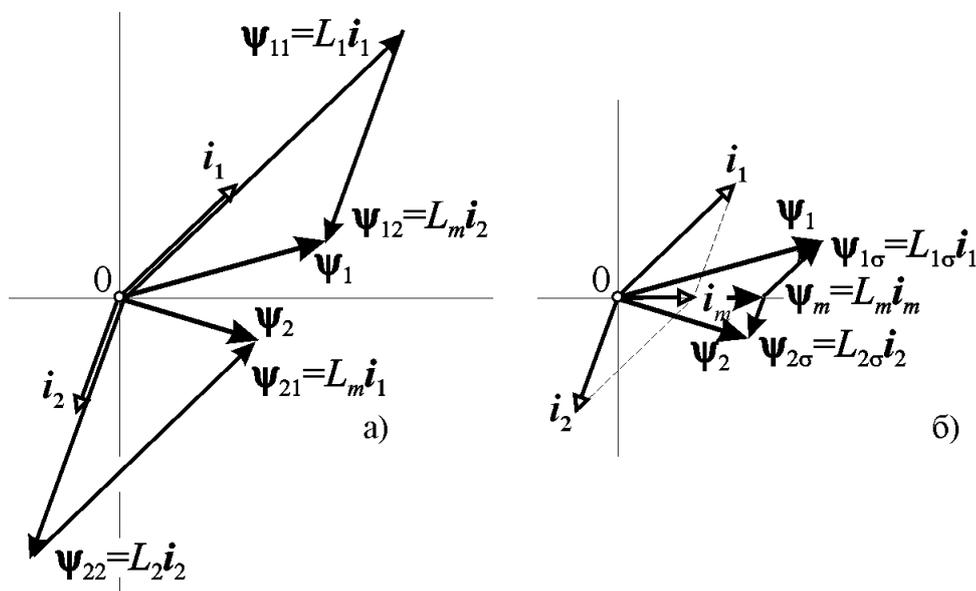


Рис. 1.7. Векторные диаграммы потокосцеплений

$$\begin{aligned} \psi_1 &= (L_{1\sigma} + L_m) \mathbf{i}_1 + L_m \mathbf{i}_2 = L_{1\sigma} \mathbf{i}_1 + L_m (\mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2) = L_{1\sigma} \mathbf{i}_1 + L_m \mathbf{i}_m = \psi_{1\sigma} + \psi_m \\ \psi_2 &= L_m \mathbf{i}_1 + (L_{2\sigma} + L_m) \mathbf{i}_2 = L_m (\mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2) + L_{2\sigma} \mathbf{i}_2 = L_m \mathbf{i}_m + L_{2\sigma} \mathbf{i}_2 = \psi_m + \psi_{2\sigma} \end{aligned} \quad (1.14)$$

Асимметрия параметров АД и/или источника питания при наличии нулевого провода приводит к появлению в обмотках статора токов нулевой последователь-

ности. Но для нулевой составляющей справедливо  $i_{a0} = i_{b0} = i_{c0} = i_0$ , поэтому, подставляя эти значения в (1.9), получим для фазы  $a$  статора

$$\Psi_{1a0} = L_{1\sigma} i_{a0} + l_m i_{a0} + l_m \cos 2\pi/3 \cdot i_{b0} + l_m \cos(-2\pi/3) \cdot i_{c0} = i_0 (L_{1\sigma} + l_m - l_m/2 - l_m/2) = i_0 L_{1\sigma}$$

Очевидно, что аналогичные выкладки для потокоцеплений рассеяния обмоток фаз  $b$  и  $c$  приведут к такому же результату, т.е.  $\Psi_{1a0} = \Psi_{1b0} = \Psi_{1c0} = L_{1\sigma} i_0$ . Таким образом, потокоцепления составляющих нулевой последовательности для всех обмоток одинаковы и определяются индуктивностью рассеяния  $L_{1\sigma}$ .

### 1.1.3. Уравнения статора и ротора в векторной форме

Уравнения Кирхгофа для фазных напряжений статора АД имеют вид

$$u_{1a} = i_{1a} r_1 + \frac{d\Psi_{1a}}{dt}; \quad u_{1b} = i_{1b} r_1 + \frac{d\Psi_{1b}}{dt}; \quad u_{1c} = i_{1c} r_1 + \frac{d\Psi_{1c}}{dt} *$$

Перейдем к векторной форме записи, умножив второе уравнение на  $\mathbf{a}$ , третье на  $\mathbf{a}^2$ , а затем складывая все три уравнения.

$$\frac{2}{3} (u_{1a} + u_{1b} \mathbf{a} + u_{1c} \mathbf{a}^2) = \frac{2}{3} (i_{1a} + i_{1b} \mathbf{a} + i_{1c} \mathbf{a}^2) r_1 + \frac{2}{3} \frac{d}{dt} (\Psi_{1a} + \Psi_{1b} \mathbf{a} + \Psi_{1c} \mathbf{a}^2)$$

В результате мы получим уравнение в векторной форме

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{i}_1 r_1 + \frac{d\Psi_1}{dt} \quad (1.15)$$

Аналогичные преобразования можно выполнить в системе координат  $uv$ , вращающейся синхронно с ротором, и получить

$$\mathbf{u}_2 = \mathbf{i}_2 r_2 + \frac{d\Psi_2}{dt} \quad (1.16)$$

Уравнения (1.15) и (1.16) записаны в разных системах координат. Для записи уравнения (1.16) в неподвижной системе координат  $\alpha\beta$  умножим его на оператор поворота  $e^{j\vartheta} = e^{j\omega t}$ , где  $\omega = d\vartheta/dt$  – текущая частота вращения ротора, и представим потокоцепление ротора как  $\Psi_2^{(uv)} = \Psi_2^{(\alpha\beta)} e^{-j\omega t}$

$$\mathbf{u}_2^{(uv)} e^{j\omega t} = \mathbf{i}_2^{(uv)} e^{j\omega t} r_2 + e^{j\omega t} d(\Psi_2^{(\alpha\beta)} e^{-j\omega t})/dt.$$

Опуская после преобразований индексы системы координат, получим

$$\mathbf{u}_2 = \mathbf{i}_2 r_2 + \frac{d\Psi_2}{dt} - j\omega \Psi_2. \quad (1.17)$$

Переход к неподвижной системе координат в уравнении ротора привел к разделению слагаемого, соответствующего ЭДС индукции, на две составляющие. Первая составляющая  $d\Psi_2/dt$  связана с изменением потокоцепления во времени вследствие изменения во времени токов и называется ЭДС трансформации, по аналогии с процессом ее возбуждения в соответствующей электрической машине.

\* При наличии нулевых составляющих к этим выражениям следует добавить уравнение  $u_{10} = i_{10} r_1 + \frac{d\Psi_{10}}{dt}$ .

Вторая –  $\omega\psi_2$  связана с изменением потокосцепления вследствие вращения ротора и называется ЭДС вращения. Разложение ЭДС индукции на составляющие является математической операцией, связанной с преобразованием системы координат при условии инвариантности мощности, но в некоторых случаях его можно истолковать, исходя из физических процессов в машине.

Уравнения (1.15) и (1.17) записаны в неподвижной системе координат и их можно объединить для решения в общую систему. Кроме того, оба уравнения можно представить в некоторой произвольной системе координат  $mn$ , вращающейся с угловой частотой  $\omega^{(mn)}$ . Для этого нужно проделать преобразования аналогичные преобразованиям, выполненным при выводе выражения (1.17), в результате мы получим уравнения статора и ротора электрической машины –

$$\begin{aligned} u_1^{(mn)} &= r_1 i_1^{(mn)} + \frac{d\psi_1^{(mn)}}{dt} + j\omega^{(mn)}\psi_1^{(mn)} \\ u_2^{(mn)} &= r_2 i_2^{(mn)} + \frac{d\psi_2^{(mn)}}{dt} + j[\omega^{(mn)} - \omega]\psi_2^{(mn)} \end{aligned} \quad (1.18)$$

Из выражений (1.18) уравнения для любых систем координат получаются простой подстановкой соответствующей частоты вращения  $\omega^{(mn)}$ .

Выражения (1.18) показывают, что *выбором системы координат можно, исключить ЭДС вращения, но только в одном из уравнений*. Полагая  $\omega^{(mn)} = 0$ , мы получим уравнения в неподвижной системе координат и исключим ЭДС вращения в уравнении статора, а в системе координат, вращающейся синхронно с ротором ( $\omega^{(mn)} = \omega$ ), ЭДС вращения обращается в нуль в уравнении ротора.

При выборе системы координат следует учитывать, что в любой электрической машине угловые частоты вращения магнитных полей статора  $\Omega_1$  и ротора  $\Omega_2$  связаны с угловой частотой вращения вала ротора  $\Omega$  соотношением –  $\Omega_1 = \Omega \pm \Omega_2$ , где положительный знак соответствует согласному направлению вращения. Но частоты вращения полей статора и ротора определяются частотами соответствующих токов и числом пар полюсов обмоток  $z_p$ , т.е.  $\Omega_1 = \omega_1 / z_p$  и  $\Omega_2 = \omega_2 / z_p$ , где  $\omega_1$  и  $\omega_2$  – частоты токов статора и ротора. Отсюда

$$\omega_1 = \Omega \cdot z_p \pm \omega_2 = \omega \pm \omega_2$$

где  $\omega = \Omega \cdot z_p$  – угловая частота вращения ротора электрической машины с одной парой полюсов.

#### 1.1.4. Обобщённая электрическая машина

Уравнения (1.18) можно графически представить электрической схемой, показанной на рис. 1.8. Она отличается от схемы замещения трансформатора наличием источников ЭДС вращения в цепях статора и ротора.

Подставляя в уравнения (1.18) векторы в форме комплексных чисел

$$u_{1m} + ju_{1n} = r_1(i_{1m} + ji_{1n}) + \frac{d}{dt}(\psi_{1m} + j\psi_{1n}) + j\omega^{(mn)}(\psi_{1m} + j\psi_{1n});$$

$$u_{2m} + ju_{2n} = r_2(i_{2m} + ji_{2n}) + \frac{d}{dt}(\psi_{2m} + j\psi_{2n}) + j[\omega^{(mn)} - \omega](\psi_{2m} + j\psi_{2n})$$

и разделяя вещественную и мнимую части, мы получим уравнения проекций

$$\begin{aligned} u_{1m} &= r_1 i_{1m} + \frac{d\psi_{1m}}{dt} - \omega^{(mn)}\psi_{1n}; & u_{1n} &= r_1 i_{1n} + \frac{d\psi_{1n}}{dt} + \omega^{(mn)}\psi_{1m}; \\ u_{2m} &= r_2 i_{2m} + \frac{d\psi_{2m}}{dt} - [\omega^{(mn)} - \omega]\psi_{2n}; & u_{2n} &= r_2 i_{2n} + \frac{d\psi_{2n}}{dt} + [\omega^{(mn)} - \omega]\psi_{2m} \end{aligned} \quad (1.19)$$

Из (1.19) следует, что в произвольно вращающейся системе координат ЭДС вращения представлены в уравнениях разноименными проекциями, что приводит к появлению перекрестных связей в структуре модели машины и существенно затрудняет анализ и синтез систем управления.

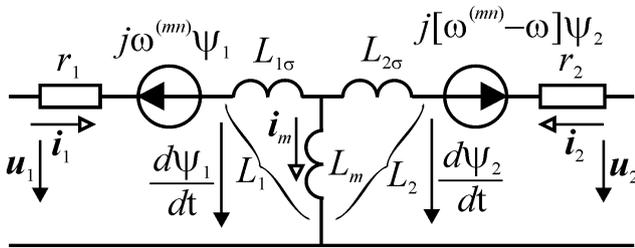


Рис. 1.8. Схема замещения обобщённой электрической машины.

Проекции векторов на оси координат можно рассматривать как величины, соответствующие обмоткам, расположенным на взаимно-перпендикулярных осях. В этом случае уравнения (1.19) будут соответствовать двухфазной электрической машине с одной парой полюсов, модель которой показана на рис. 1.9.

Такая электрическая машина называется обобщённой (ОЭМ).

Если уравнения статора и ротора представлены в собственных системах координат, то модель ОЭМ будет соответствовать рис. 1.9 а). В случае записи обоих уравнений в неподвижной системе координат статора ( $\alpha\beta$ ) моделью ОЭМ будет трансформатор с двумя независимыми обмотками на статоре и двумя обмотками на роторе (рис. 1.9. б), в которых эффект движения ротора будет представлен посредством ЭДС вращения. Уравнения для фазных величин в этом случае мы получим из (1.19) полагая  $\omega^{(mn)} = 0$

$$\begin{aligned} u_{1\alpha} &= r_1 i_{1\alpha} + \frac{d\psi_{1\alpha}}{dt}; & u_{1\beta} &= r_1 i_{1\beta} + \frac{d\psi_{1\beta}}{dt}; \\ u_{2\alpha} &= r_2 i_{2\alpha} + \frac{d\psi_{2\alpha}}{dt} + \omega\psi_{2\beta}; & u_{2\beta} &= r_2 i_{2\beta} + \frac{d\psi_{2\beta}}{dt} - \omega\psi_{2\alpha} \end{aligned}$$

При выводе уравнений (1.18) использовался ряд допущений, поэтому все они должны быть распространены и на модель обобщённой машины, т.е.:

1. машина симметрична и имеет равномерный воздушный зазор;
2. магнитопровод машины ненасыщен;
3. МДС обмоток имеет синусоидальное распределение по рабочему зазору.

Модель ОЭМ универсальна и при принятии определенных условий, из нее можно получить все типы электрических машин как частные случаи. Например, при питании обмоток статора от двух источников переменного синусоидального

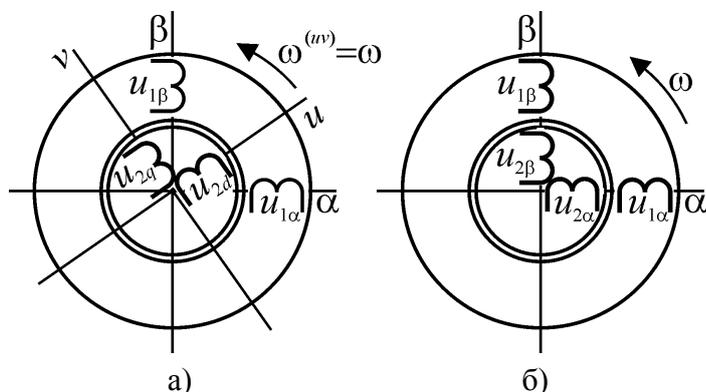


Рис. 1.9. Пространственная модель обобщенной электрической машины в различных системах координат.

тока, смещенных по фазе на  $90^\circ$ , в рабочем зазоре создается круговое вращающееся магнитное поле. Если одну из обмоток ротора подключить к источнику постоянного тока, то мы получим модель синхронной машины. Если обе обмотки ротора замкнуть накоротко, то образуется модель асинхронной короткозамкнутой машины. Наконец, если одну из обмоток статора подключить к источнику постоянного тока, а обмотки ротора под-

ключить к двум источникам переменного синусоидального тока с частотой, равной частоте вращения ротора, и фазовым смещением в  $90^\circ$ , таким образом, чтобы поле ротора вращалось в направлении противоположном направлению вращения его вала, то мы получим модель машины постоянного тока. В этой модели поле ротора формируется источниками питания переменного тока с управляемой частотой, роль которых в реальной машине играет источник постоянного тока и коллектор, выполняющий функцию механического инвертора.

Основной величиной характеризующей электромеханический преобразователь является электромагнитный момент на валу. Он образуется в результате взаимодействия магнитного поля и тока, протекающего в обмотках статора или ротора, и может быть представлен в виде векторного произведения

$$\mathbf{m} = \frac{3}{2} z_p C (\mathbf{a} \times \mathbf{b}),^*$$

где  $z_p$  – число пар полюсов машины, а  $C$  – коэффициент, зависящий от выбора векторов  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  (см. таблицу 1.1<sup>\*\*</sup>).

В выражениях для момента физический смысл имеет только модуль вектора  $\mathbf{m}$  и его можно определить через проекции векторов сомножителей как

$$|\mathbf{m}| = \frac{3}{2} z_p C \cdot \text{Im} \left( \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}^* \right) = \frac{3}{2} z_p C (a_m b_n - a_n b_m).$$

\* Множитель 3 в уравнении момента в общем случае равен числу фаз статора  $m_1$ , а делитель  $2 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$  соответствует преобразованию модулей векторов сомножителей в действующие значения.

\*\* В таблице 1.1:  $k_1 = L_m / L_1$ ;  $k_2 = L_m / L_2$ ;  $\sigma = 1 - k_1 k_2$  – соответственно, коэффициенты электромагнитной связи статора и ротора и коэффициент рассеяния;  $\sim$  – означает, что электромагнитный момент не может быть выражен через соответствующее произведение.

Таким образом, в зависимости от условий задачи для анализа процессов в электрических машинах можно использовать различные пары пространственных векторов и различные системы координат.

Таблица 1.1

*Коэффициенты C уравнения электромагнитного момента*

		<b>b</b>				
		$\Psi_1$	$i_1$	$\Psi_2$	$i_2$	$\Psi_m$
<b>a</b>	$\Psi_1$	0	1	$-\frac{k_1 k_2}{\sigma L_m}$	$-k_1$	~
	$i_1$	-1	0	$-k_2$	$-L_m$	-1
	$\Psi_2$	$\frac{k_1 k_2}{\sigma L_m}$	$k_2$	0	-1	~
	$i_2$	$k_1$	$L_m$	1	0	1
	$\Psi_m$	~	1	~	-1	0

Например, в произвольной неориентированной системе координат электромагнитный момент определяется через потокосцепление ротора и ток статора в виде

$$m = \frac{3}{2} z_p k_2 (\Psi_{2m} + j\Psi_{2n}) \times (i_{1m} + ji_{1n}) = \frac{3}{2} z_p k_2 (\Psi_{2m} i_{1n} - \Psi_{2n} i_{1m}).$$

Если же систему координат ориентировать по проекции потокосцепления ротора  $\Psi_{2m}$ , то выражение для вращающего момента существенно упрощается

$$m = \frac{3}{2} z_p k_2 \Psi_{2m} i_{1n},$$

т.к. вторая проекция потокосцепления  $\Psi_{2n}$  обращается в нуль.

## 1.2 Асинхронный короткозамкнутый двигатель

### 1.2.1 Уравнения короткозамкнутого АД

Из уравнений статора и ротора обобщённой электрической машины (1.18) легко получаются уравнения асинхронного короткозамкнутого двигателя (АД) в произвольной системе координат, если положить  $u_2 = 0$

$$u_1^{(mn)} = r_1 i_1^{(mn)} + \frac{d\Psi_1^{(mn)}}{dt} + j\omega^{(mn)} \Psi_1^{(mn)};$$

$$0 = r_2 i_2^{(mn)} + \frac{d\Psi_2^{(mn)}}{dt} + j[\omega^{(mn)} - \omega] \Psi_2^{(mn)}$$

Эти уравнения удобно использовать для анализа процессов в АД, если выбрать систему координат, вращающуюся синхронно с магнитным полем, т.е.  $\omega^{(mn)} = \omega_1$ . Тогда  $\omega^{(mn)} - \omega = \omega_2$  и уравнения АД в синхронной системе координат  $xu$  принимают вид

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_1^{(xy)} &= r_1 \mathbf{i}_1^{(xy)} + \frac{d\psi_1^{(xy)}}{dt} + j\omega_1 \psi_1^{(xy)}; \\ 0 &= r_2 \mathbf{i}_2^{(xy)} + \frac{d\psi_2^{(xy)}}{dt} + j\omega_2 \psi_2^{(xy)} \end{aligned} \quad (1.20)$$

Дополняя эти уравнения тем или иным уравнением электромагнитного момента, можно анализировать процесс преобразования энергии в АД.

### 1.2.2 Статические характеристики АД при питании от источника напряжения

#### 1.2.2.1 Характеристики при симметричном питании

Уравнения Кирхгофа для статического режима АД можно получить как частный случай из уравнений АД в синхронной системе координат (1.20), используя уравнения потокосцеплений статора и ротора (1.14), представленные через основное потокосцепление  $\psi_m$  и потокосцепления рассеяния статора  $\psi_{1\sigma}$  и ротора  $\psi_{2\sigma}$  –

$$\begin{aligned} \psi_1 &= L_{1\sigma} \mathbf{i}_1 + L_m \mathbf{i}_m = \psi_{1\sigma} + \psi_m; \\ \psi_2 &= L_{2\sigma} \mathbf{i}_2 + L_m \mathbf{i}_m = \psi_{2\sigma} + \psi_m \end{aligned}$$

Учитывая, что в статическом режиме в синхронной системе координат  $d\psi_1/dt = d\psi_2/dt = 0$ , а также то, что  $\omega_2 = s\omega_1$ , получим

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_1 &= \mathbf{i}_1 r_1 + j\omega_1 \psi_1 = \mathbf{i}_1 (r_1 + j\omega_1 L_{1\sigma}) + \mathbf{i}_m j\omega_1 L_m = \mathbf{i}_1 (r_1 + jx_{1\sigma}) + \mathbf{i}_m jx_m \\ 0 &= \mathbf{i}_2 r_2 + j\omega_2 \psi_2 = \mathbf{i}_2 (r_2 + js\omega_1 L_{2\sigma}) + \mathbf{i}_m js\omega_1 L_m = \mathbf{i}_2 (r_2 + jsx_{2\sigma}) + \mathbf{i}_m jsx_m \end{aligned}$$

где  $x_{1\sigma} = \omega_1 L_{1\sigma}$  и  $x_{2\sigma} = \omega_1 L_{2\sigma}$  – индуктивные сопротивления рассеяния при частоте статора  $\omega_1$ .

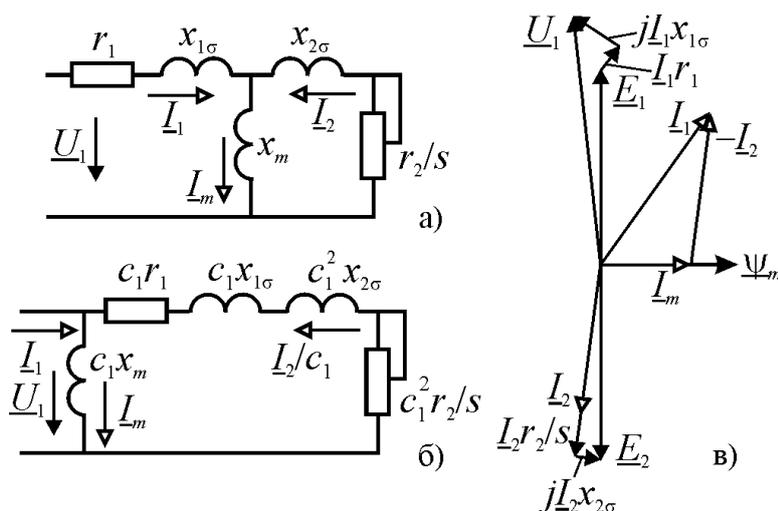


Рис. 1.10. Схема замещения и векторная диаграмма АД

Разделим уравнение ротора на скольжение  $s$ , тогда

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_1 &= \mathbf{i}_1 (r_1 + jx_{1\sigma}) + j\mathbf{i}_m x_m; \\ 0 &= \mathbf{i}_2 (r_2/s + jx_{2\sigma}) + j\mathbf{i}_m x_m \end{aligned} \quad (1.21)^*$$

Величина  $\mathbf{i}_m x_m$  равна ЭДС, создаваемой основным магнитным потоком  $\mathbf{e}_1 = -\mathbf{e}_2 = -j\mathbf{i}_m x_m$ , поэтому уравнения (1.21) с учётом направления тока ротора

можно представить в виде

\* Здесь и далее величины, относящиеся к ротору АД, являются приведёнными, но для упрощения записей в их обозначениях опущен традиционный апостроф

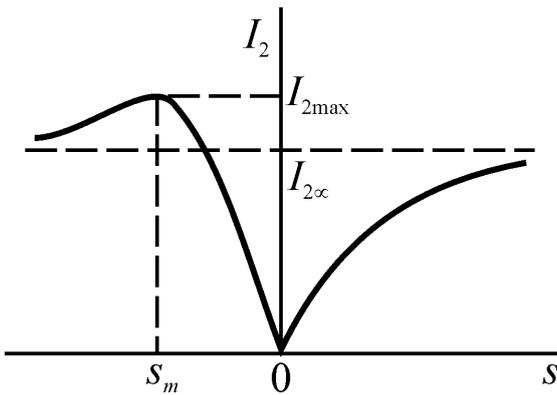


Рис. 1.11. Изменения тока ротора под нагрузкой

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_1 &= \mathbf{i}_1 r_1 + j \mathbf{i}_1 x_{1\sigma} - \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 &= \mathbf{i}_2 r_2 / s + j \mathbf{i}_2 x_{2\sigma} \end{aligned} \quad (1.22)$$

Уравнения (1.21-1.22) являются традиционными уравнениями и их можно представить двумя графическими формами – схемой замещения и векторной диаграммой (рис. 1.10). Обычно для упрощения вычислений без внесения существенной погрешности ветвь намагничивания выносят на вход схемы замещения (рис. 1.10 б). Тогда ток ротора будет равен

$$I_2 = \frac{U_1}{\sqrt{(r_1 + c_1 r_2 / s)^2 + x_k^2}} \quad (1.23)$$

где  $x_k = x_{1\sigma} + c_1 x_{2\sigma}$  – индуктивное сопротивление короткого замыкания, а  $c_1 \approx 1 + x_{1\sigma} / x_m$  – коэффициент приведения параметров Т-образной схемы замещения к Г-образной схеме.

При возрастании скольжения ( $s \rightarrow \pm\infty$ ) ток ротора стремится к величине  $I_{2\infty} = \frac{U_1}{\sqrt{r_1^2 + x_k^2}}$  (рис. 1.11). В генераторном режиме функция  $I_2(s)$  имеет максимум

$$I_{2\max} = \frac{U_1}{x_k} \text{ при } s_m = -r_2 / r_1.$$

Приравнявая активную мощность, передаваемую через зазор ротору двигателя  $P_2 = m_1 I_2^2 r_2 / s = \frac{m_1 U_1^2 r_2 / s}{(r_1 + c_1 r_2 / s)^2 + x_k^2}$ , электромагнитной мощности  $P_{\text{эм}} = M \Omega_1$ , где  $\Omega_1 = \omega_1 / z_p = 2\pi f_1 / z_p$ , получим уравнение статической механической характеристики (рис. 1.12 а)

$$M = \frac{m_1 z_p U_1^2 r_2}{\omega_1 s \left[ (r_1 + c_1 r_2 / s)^2 + x_k^2 \right]}. \quad (1.24)$$

Эта функция имеет экстремумы при скольжении

$$s_k = \pm \frac{c_1 r_2}{\sqrt{r_1^2 + x_k^2}} \xrightarrow{r_1 \rightarrow 0} \pm \frac{c_1 r_2}{x_k} \quad (1.25)$$

называемом критическим, т.к., начиная с этого скольжения, возрастание электромагнитного момента АД при уменьшении скорости вращения прекращается и он начинает уменьшаться (рис. 1.12, а). Это явление называется «опрокидыванием».

Явление «опрокидывания» связано с двумя взаимно противоположными процессами. Увеличение нагрузки на валу АД вызывает увеличение скольжения и соответствующее увеличение тока ротора, за счёт чего увеличивается электромагнитный момент двигателя. Но возрастание тока ротора увеличивает его размагни-

чивающее влияние на основной поток машины, что до определённого предела компенсируется возрастанием тока статора. Однако с некоторого момента эта компенсация оказывается недостаточной, магнитный поток уменьшается настолько, что растущий ток ротора уже не может обеспечить увеличение электромагнитного момента и он начинает падать.

Подставляя (1.25) в (1.24), получим выражение для критического (опрокидывающего) момента

$$M_{\text{к}} = \frac{m_1 z_p U_1^2}{2\omega_1 c_1 \left[ r_1 \pm \sqrt{r_1^2 + x_{\text{к}}^2} \right]} \xrightarrow{r_1 \rightarrow 0} \pm \frac{m_1 z_p U_1^2}{2\omega_1 c_1 x_{\text{к}}} \quad (1.26)$$

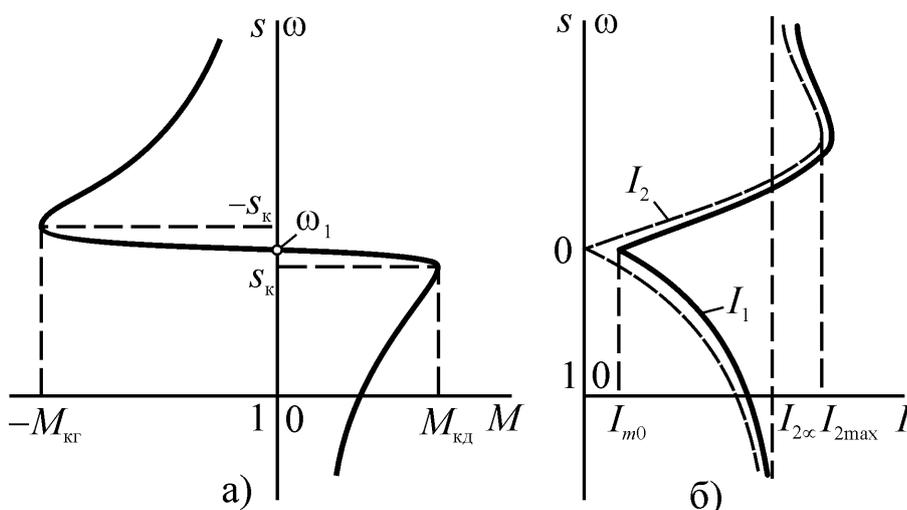


Рис. 1.12. Механическая (а) и электромеханическая (б) характеристики АД

Использование приближенных равенств (1.25) и (1.26) не вносит существенной погрешности в анализ, т.к. у АД общего применения  $r_1 \ll x_{\text{к}}$ .

Критический момент в двигательном режиме определяет перегрузочную способность АД, а т.к. его значение зависит от квадрата приложенно-

го напряжения, то при снижении напряжения на допустимые ГОСТом 10%, момент уменьшится на 20% и это следует учитывать при выборе двигателя. В справочных данных для АД обязательно приводится коэффициент перегрузочной способности соответствующий номинальному напряжению  $\lambda = M_{\text{к}} / M_{\text{ном}}$ . Отсюда предельно допустимый момент будет равен  $M_{\text{доп}} = (U_{1\text{мин}} / U_{1\text{ном}})^2 \lambda M_{\text{ном}}$ .

Положительный знак в (1.26) соответствует двигательному режиму, а отрицательный – генераторному. Поэтому в генераторном режиме критический момент больше, чем в двигательном. Отношение критических моментов определяется величиной  $r_1$  и равно

$$\left| \frac{M_{\text{кг}}}{M_{\text{кд}}} \right| = \frac{r_1 + \sqrt{r_1^2 + x_{\text{к}}^2}}{r_1 - \sqrt{r_1^2 + x_{\text{к}}^2}} \xrightarrow{r_1 \rightarrow 0} 1$$

Для двигателей серий 4А и 5А в зависимости от мощности это отношение составляет от 3,0 до 1,3, причем, меньшие значения соответствуют большей мощности.

Делением выражения (1.24) на (1.26) можно получить уравнение механической характеристики АД в виде формулы Клосса (Kloss)

$$M = \frac{2M_k(1 + as_k)}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s} + 2as_k} \xrightarrow{r_1 \rightarrow 0} \frac{2M_k}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s}}, \quad (1.27)$$

где  $a = r_1 / (c_1 r_2)$ . Использование приближенного выражения, соответствующего условию  $r_1 \approx 0$ , приводит к погрешности около 10-15% в двигательном режиме для машин с критическим скольжением  $s_k = 0,15 \dots 0,3$ .

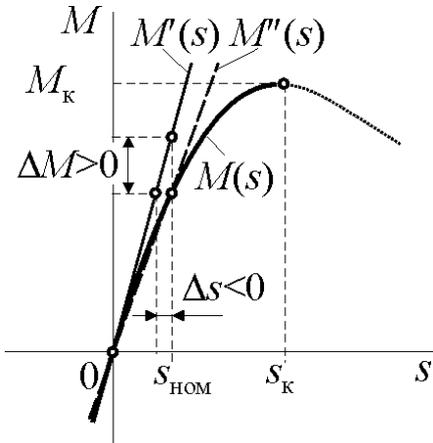


Рис. 1.13. Линеаризация механической характеристики АД

Работа двигателя на участке механической характеристики, соответствующем скольжениям больше критического, происходит только в переходных режимах. Поэтому для большинства задач уравнение механической характеристики (1.27) может быть упрощено путём замены рабочего участка отрезком прямой линии, проходящей через начало координат плоскости  $Ms$ . Такой линией может быть касательная в точке начала координат или линия, пересекающая механическую характеристику в какой-либо точке (рис. 1.13). Для получения уравнения касательной возьмём производную  $\partial M / \partial s$  и найдём её значение при  $s \rightarrow 0$

Отсюда точное и приближённое уравнение механической характеристики линеаризованной касательной –

$$\frac{\partial M}{\partial s} = \frac{2M_k(1 + as_k)}{\left(\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s} + 2as_k\right)^2} \left(\frac{s_k}{s^2} - \frac{1}{s_k}\right); \quad \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{\partial M}{\partial s}\right) = \frac{2M_k(1 + as_k)}{s_k} \approx \frac{2M_k}{s_k} \Big|_{r_1 \approx 0 \rightarrow a \approx 0}$$

$$\begin{aligned} M'(s) &= \frac{\partial M}{\partial s} s = \frac{2M_k(1 + as_k)}{s_k} s = \frac{m_1 z_p U_1^2 (1 + as_k)}{\omega_1 c_1 (r_1 s_k + c_1 r_2)} s \approx \\ &\approx \frac{2M_k}{s_k} s \Big|_{r_1 \approx 0; a \approx 0} = \frac{m_1 z_p U_1^2}{\omega_1 c_1^2 r_2} s \end{aligned} \quad (1.28)$$

При линеаризации секущей вторую точку интерполяции выбирают в зависимости от решаемой задачи, но чаще всего используют точку номинального режима работы. Тогда уравнение механической характеристики принимает вид:

$$M''(s) = \frac{M_{НОМ}}{s_{НОМ}} s. \quad (1.29)$$

Погрешности определения электромагнитного момента  $\delta_M$  и скольжения  $\delta_s$  по линеаризованным характеристикам, приведённые к точке опрокидывания, имеют вид кривых, показанных на рис. 1.14. В области малых (вплоть до номинальных) моментов и скольжений хороший результат получается при использовании приближенного уравнения касательной. Для приводов, работающих с пере-

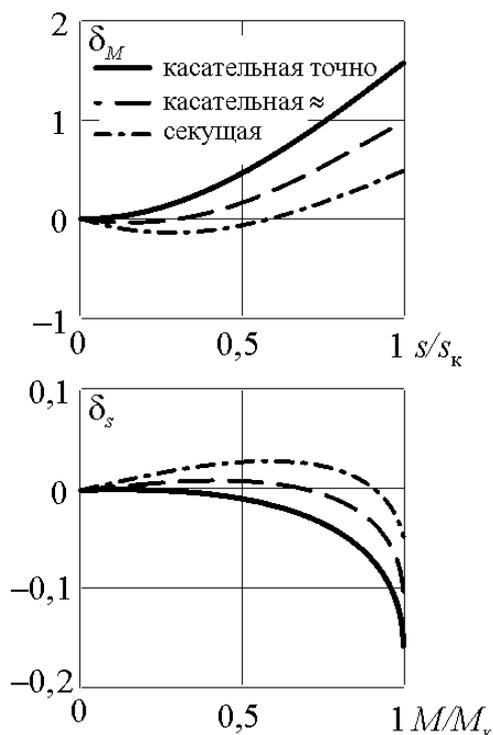


Рис. 1.14. Погрешности от линеаризации механической характеристики

грузками предпочтительнее использование характеристики, проходящей через точку номинального режима.

Короткозамкнутые АД обычно запускаются прямым включением в сеть и развивают при этом момент

$$M_{\Pi} = \frac{m_1 z_p U_1^2 r_2}{\omega_1 \left[ (r_1 + c_1 r_2)^2 + x_k^2 \right]}$$

Для получения высокого КПД двигатель должен работать при номинальной нагрузке с малым скольжением, т.е. АД должен иметь малое критическое скольжение. Это требование вступает в противоречие с требованием получения достаточно высокого пускового момента. Из (1.27) при  $s=1$  и  $s=s_{\text{НОМ}}$  можно получить выражение для кратности пускового момента в виде

$$k_{\Pi} = \frac{M_{\Pi}}{M_{\text{НОМ}}} = \frac{s_{\text{НОМ}}/s_k + s_k/s_{\text{НОМ}}}{1/s_k + s_k} \approx \frac{s_k^2}{s_{\text{НОМ}}}$$

Для АД с номинальным скольжением 0,03 и критическим 0,1 эта кратность составит 0,36, т.е. такой двигатель может запускаться только на холостом ходу или при работе на вентиляторную нагрузку. По ГОСТ 28327-89 (МЭК 34-12-80) для двигателей нормального исполнения (N) кратность пускового момента должна быть не менее 0,65–1,9. Причем, меньшие значения относятся к двигателям большей мощности (до 630 кВт). Повышение пускового момента АД достигается использованием явления вытеснения тока в стержнях ротора, в результате чего, кратность пускового момента повышается до 1,1–2,3.

Двигатели серии 5А с механическими характеристиками 1...5 типов имеют кратность пускового момента 1,6...2,4, а 6-го типа – 2,5...3,3, что позволяет им успешно работать во всём диапазоне скоростей вращения с номинальной статической нагрузкой.

Другая проблема у пользователей и разработчиков приводов возникает из-за больших пусковых токов. Электромеханическая характеристика АД показана на рис. 1.12 б. Зависимость  $\omega = F(I_2)$  получена из выражения (1.23) и соотношения  $\omega = \omega_1(1-s)$ . Функция  $\omega = F(I_1)$

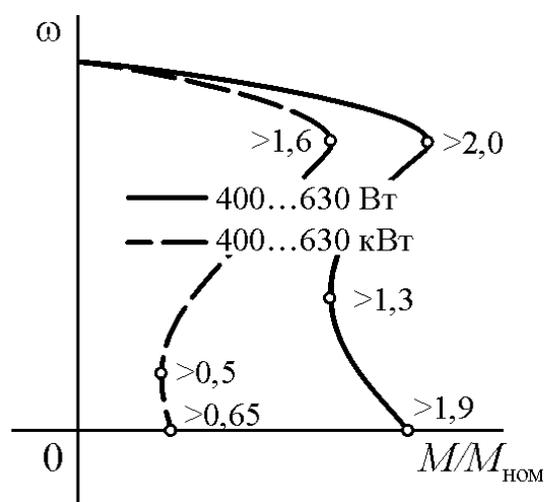


Рис. 1.15. Моменты, характеризующие пуск двигателя нормального исполнения с одной парой полюсов по ГОСТ 28327-89

по характеру соответствует  $\omega = F(I_2)$ , т.к. токи статора и ротора связаны отношением  $i_1 = i_m - i_2$ . Наибольшее отклонение  $\omega = F(I_1)$  от  $\omega = F(I_2)$  наблюдается в режиме холостого хода, а по мере увеличения нагрузки кривые токов статора и ротора сближаются. По ГОСТу на пусковые характеристики (28327-89) двигателей, запускаемых прямым включением в сеть, кажущаяся мощность АД по отношению к номинальной мощности при заторможенном роторе не должна превышать 13...10 единиц, что приблизительно соответствует кратности пускового тока. Двигатели серии 5А основного исполнения имеют кратность пускового тока 6,5...8,5. Эти значения могут быть недопустимо большими для питающей сети, особенно, если речь идет о машинах большой мощности, обладающих большей кратностью тока. Кроме того, при пуске прямым включением возникают ударные моменты, вызывающие повышенный износ механических передач вплоть до их разрушения.

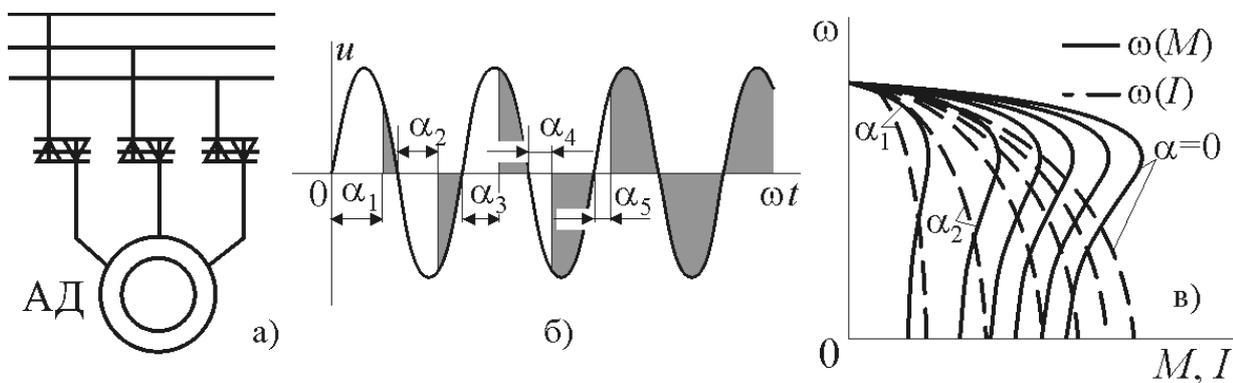


Рис. 1.16. Устройство плавного пуска

В этом случае для регулируемых приводов с преобразователями частоты используют пуск с постепенным увеличением частоты питания, а для нерегулируемых – устройства плавного пуска на основе тиристорных регуляторов напряжения с системой импульсно-фазового управления (рис. 1.16, а). Управление тиристорами (симисторами) осуществляется путём уменьшения с заданной скоростью угла включения  $\alpha$  (рис. 1.16, б). При этом действующее значение напряжения питания и электромагнитный момент двигателя (рис. 1.16, в) плавно увеличиваются, исключая тем самым броски тока и ударные нагрузки.

### 1.2.2.2 Явления вытеснения тока в обмотке ротора и насыщения магнитопровода двигателя

Использование рассмотренных выше статических характеристик при анализе и синтезе приводов возможно только для диапазона скольжений, соответствующих рабочей области, т.е. меньше критического скольжения. При значительных скольжениях, например при пуске, торможении, реверсировании и др. параметры двигателя существенно изменяются прежде всего в результате вытеснения токов в обмотке ротора, а также вследствие насыщения зубцовой зоны магнитопровода. Это приводит к значительным ошибкам, если считать параметры двигателя неизменными.

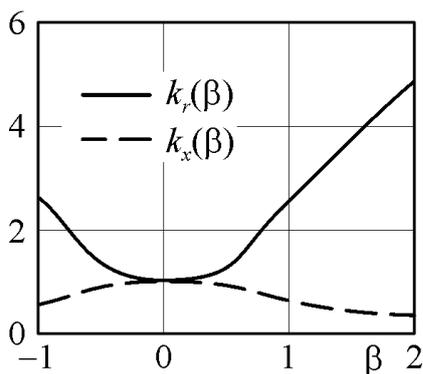


Рис. 1.17. Коэффициенты активного ( $k_r$ ) и индуктивного ( $k_x$ ) сопротивлений стержня

Эффект вытеснения тока в стержнях ротора. проявляется в увеличении активного сопротивления обмотки и уменьшению индуктивности рассеяния при увеличении частоты тока ротора. Это явление можно учесть введением коэффициентов  $k_r(\beta)$  и  $k_x(\beta)$ , изменяющихся в функции относительной частоты ротора  $\beta = \omega_2 / \omega_{1\text{ном}} = s \Big|_{\omega_1 = \omega_{1\text{ном}}}$

$$r_2(\beta) = r_{2\text{п}} k_r(\beta) + r_{2\text{л}}; \quad (1.30)$$

$$x_{2\sigma}(\beta) = x_{2\sigma\text{п}} k_x(\beta) + x_{2\sigma\text{л}}$$

где:  $r_{2\text{п}}, r_{2\text{л}}, x_{2\text{п}}, x_{2\text{л}}$  – активные и индуктивные сопротивления пазовой и лобовой частей обмотки ротора. Полагая одинаковыми соотношения активных и индуктивных сопротивлений пазовой и лобовой частей и учитывая, что  $r_2 = r_{2\text{п}} + r_{2\text{л}} \Rightarrow r_2 = r_2 (r_{2\text{п}} + r_{2\text{л}}) / r_2 = r_2 [\chi + (1 - \chi)]$ , где  $\chi = r_{2\text{п}} / r_2$  – относительное значение сопротивления пазовой части, можно записать выражения (1.30) в виде:

$$r_2(\beta) = r_2 \{1 + \chi [k_r(\beta) - 1]\}; \quad (1.31)$$

$$x_{2\sigma}(\beta) = x_{2\sigma} \{1 + \chi [k_x(\beta) - 1]\}$$

Типичный вид функций  $k_r(\beta)$  и  $k_x(\beta)$  показан на рис.1.15. Они рассчитываются по выражениям, предложенным Ф.Эмде:

$$k_r(\xi) = \xi \cdot \frac{\text{sh } 2\xi + \sin 2\xi}{\text{ch } 2\xi - \cos 2\xi}; \quad (1.32)$$

$$k_x(\xi) = \frac{3}{2\xi} \cdot \frac{\text{sh } 2\xi - \sin 2\xi}{\text{ch } 2\xi - \cos 2\xi} \quad (1.33)$$

где  $\xi = h / h_{\text{пр}} > 1$  – относительная глубина проникновения тока при поверхностном эффекте, равная отношению глубины паза ротора  $h$  к эквивалентной глубине проникновения

$h_{\text{пр}} = \sqrt{\frac{2}{\mu\gamma\omega_2}}$ ;  $\mu = \mu_0 = 4\pi 10^{-7}$  Гн/м – магнитная проницаемость воздуха;

$\gamma$  – удельная проводимость материала стержня;  $\omega_2 = \beta\omega_{1\text{ном}} = \beta 2\pi f_1$  – частота токов в роторе. После подстановки известных значений аргумент функций (1.51)–(1.52) приобретает вид  $\xi = \kappa\sqrt{|\beta|}$ , где  $\kappa = h\sqrt{\mu\gamma\omega_{1\text{ном}}}/2 > 1$  – некоторый постоянный коэффициент, равный относительной глубине проникновения тока при неподвижном роторе ( $\beta = 1$ ) и зависящий от материала проводников обмотки ротора и её геометрии.

Определить значение  $\kappa$  из справочных или экспериментальных данных невозможно. Однако при известных параметрах машины его можно найти численным решением уравнения пускового момента, учитывая, что  $\xi = \kappa|_{\beta=1}$ :

$$M_n = k_s M_n = \frac{z_p m_1 U_1^2 r_2 [\chi k_r(\kappa) + (1 - \chi)]}{\omega_1 \left[ \left\{ r_1 + c_1 r_2 [\chi k_r(\kappa) + (1 - \chi)] \right\}^2 + \left\{ x_{1\sigma} + c_1 x_{2\sigma} [\chi k_x(\kappa) + (1 - \chi)] \right\}^2 \right]} \quad (1.34)$$

Величина  $\chi$  в уравнении (1.34) неизвестна, но результаты моделирования ряда современных машин показывают, что статические характеристики АД наилучшим образом соответствуют справочным данным при  $\chi = 1$ .

В качестве примера на рис. 1.18 показаны характеристики двигателя мощностью 45 кВт, рассчитанные с учётом и без учёта вытеснения тока в обмотке ротора. Из рисунка следует, что на рабочем участке характеристик явление вытеснения практически не влияет на процессы в машине. Несущественно влияние и на электромеханическую характеристику в целом. В то же время, при низких скоростях вращения пренебрежение явлением вытеснения приводит к ошибке превышающей 100%.

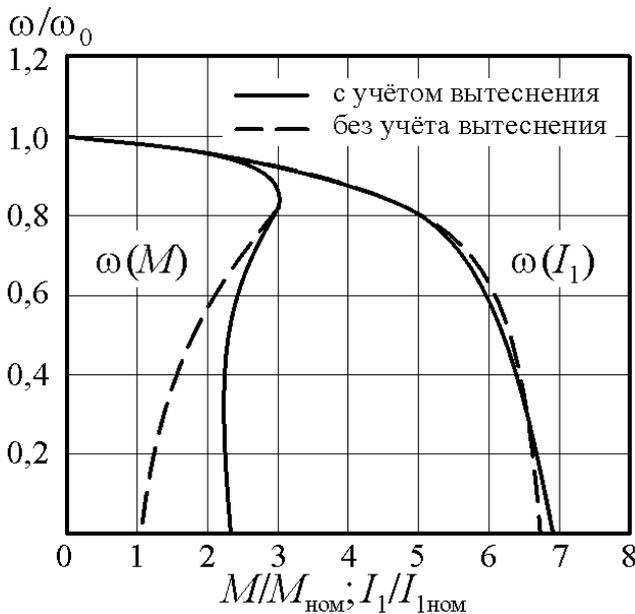


Рис. 1.18. Механические и электромеханические характеристики двигателя 5A200L2 мощностью 45 кВт

Кроме явления вытеснения тока в обмотке ротора на характеристики двигателя влияет также явление насыщения магнитопровода. Это проявляется в изменении величины взаимной индуктивности обмоток  $L_m$  при изменении режима работы. Состояние магнитопровода двигателя определяется положением рабочей точки на характеристике намагничивания машины  $|\psi_m| = F(|i_m|) = L_m |i_m|$ , а т.к. эта характеристика нелинейна, то взаимная индуктивность является функцией тока намагничивания, величина которого изменяется с изменением нагрузки.

Учесть явление насыщения можно каким либо безразмерным коэффициентом  $\lambda_m = L_m / L_{m\text{ном}} = F(|i_m|)$  аналогично тому, как это было сделано для учёта эффекта вытеснения тока в обмотке ротора. Но для этого необходимо иметь экспериментальную, типовую или теоретическую кривую намагничивания двигателя. В качестве последней можно использовать функцию вида –

$$\phi_m(i_m) = k \cdot \text{th}(k^a \cdot i_m) + b \cdot i_m, \quad (1.35)$$

где:  $\phi_m = \Psi_m / \Psi_{m\text{ном}}$  и  $\iota_m = i_m / i_{m\text{ном}}$  – значения модулей потокосцепления взаимной индукции  $\Psi_m$  и намагничивающего тока  $i_m$ , отнесённые к их значениям в номинальном режиме  $\Psi_{m\text{ном}} = i_{m\text{ном}} L_m$ ;  $k > 1,0$  – некоторый коэффициент, определяющий положение точки номинального режима на кривой намагничивания (точка  $c$  на рис. 1.19), и связанный с коэффициентом насыщения машины в режиме номинальной нагрузки выражением

$$k_\mu = \frac{ac}{ab} = k^{(1+a)} + b \Rightarrow k = \exp \left[ \frac{\ln(k_\mu - b)}{1+a} \right]; \quad (1.36)$$

$$a = \frac{\ln \left[ \ln \left( \frac{\sqrt{(k+b-1)(k-b+1)}}{k+b-1} \right) \right]}{\ln k} \quad (1.37)$$

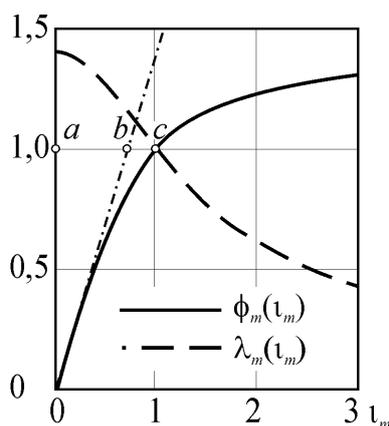


Рис. 1.19. Характеристика намагничивания  $[\phi_m(\iota_m)]$  и взаимная индуктивность  $[\lambda_m(\iota_m)]$  в относительных единицах

коэффициент, определяемый из условия  $\phi_m(1,0) = 1,0$ ;  $b = \partial \phi_m / \partial \iota_m|_{\iota_m > 3} = L_{m\partial}$  – динамическая взаимная индуктивность в зоне глубокого насыщения ( $\iota_m > 3$ ). Коэффициенты  $k$  и  $a$  выражения (16) однозначно определяются значениями коэффициента насыщения машины  $k_\mu = 1,1 \dots 1,8$  и индуктивностью  $b$ . При  $b = 0,05$  значения  $k$  и  $a$  для нижней и верхней границ коэффициента насыщения находятся в пределах  $1,8 > k > 1,01$  и  $-0,9 < a < 47,5$ . Решение системы уравнений (1.36)-(1.37) методом итераций невозможно, т.к. процесс расходящийся. Решение методом Ньютона практически также невозможно ввиду сложности вычисления якобиана системы. Поэтому определение  $k$  и  $a$  приходится производить последовательным вычислением от  $k_0 = 1,0$  с постоянным инкрементом ( $k_n = k_{n-1} + \Delta k$ ) и прерыванием процесса по условию  $|k_{\mu n} - k_{\mu(n-1)}| < \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  – допустимая погрешность вычисления.

Относительную взаимную индуктивность  $\lambda_m$  можно определить как  $\lambda_m(\iota_m) = \phi_m / \iota_m(\phi_m)$  численным решением уравнения

$$k \cdot \text{th}(k^a \cdot \iota_m) + b \cdot \iota_m - \tilde{\psi}_m = 0 \quad (1.38)$$

относительно тока  $\iota_m$ . На рис. 1.19 приведен пример такого расчёта. Взаимная индуктивность существенно уменьшается при увеличении тока намагничивания выше номинального, а при меньших токах она возрастает, увеличивая тем самым сопротивление ветви намагничивания и создавая своего рода положительную обратную связь в этой ветви, т.к. приращение индуктивного сопротивления имеет знак противоположный приращению тока и вызывает его увеличение.

На рис. 1.20 показаны результаты моделирования прямого пуска двигателя мощностью 45 без учёта насыщения магнитопровода. Из этих кривых видно, что потокосцепление взаимной индукции  $\psi_m$  при разгоне двигателя существенно меньше номинального. Это вызвано большим падением напряжения на импедансе статора  $z_1$  и, как следствие, уменьшением тока намагничивания. Поэтому насыщение

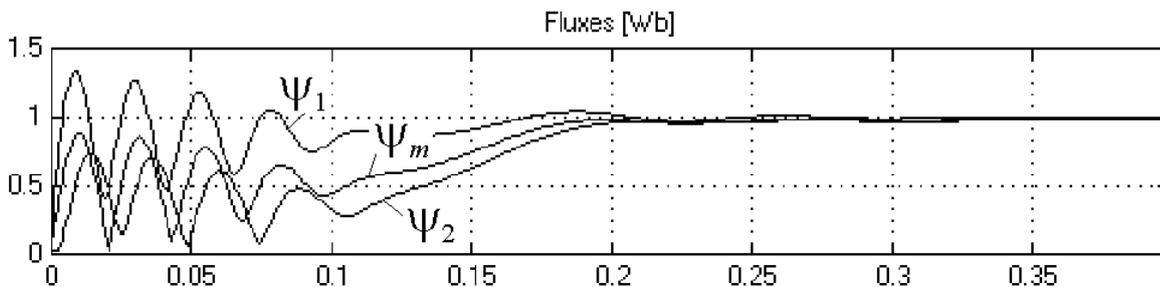


Рис. 1.20. Потокосцепления двигателя 5A200L2 мощностью 45 кВт при прямом пуске с номинальным моментом на валу.

магнитопровода здесь невозможно, скорее следует ожидать снижения потокосцепления за счет возрастания  $\lambda_m$ . При торможении и реверсе картина процессов в двигателе аналогична и, следовательно, в переходных режимах влиянием изменения состояния магнитопровода можно пренебречь. В статическом режиме потокосцепление  $\psi_m$  в пределах рабочего диапазона меняется очень слабо, следовательно, и здесь учёт этого явления не всегда целесообразен.

### 1.2.2.3 Характеристики при несимметричном питании

Несимметричное питание АД в приводах оптико-механических комплексов используется в основном для управления двухфазными исполнительными двигателями. Условиями симметрии питания таких машин являются\*:

- 1) равенство амплитуд магнитодвижущих сил (МДС) обеих обмоток;

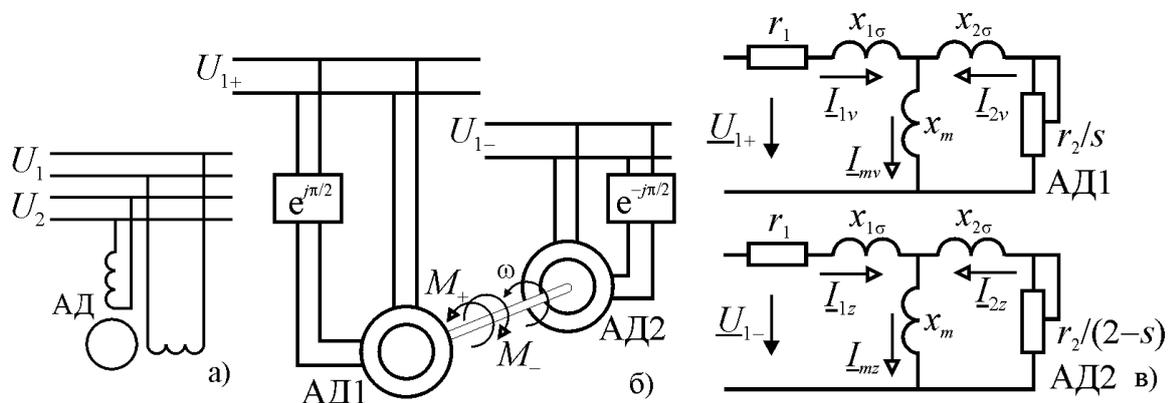


Рис. 1.21. Схема включения (а), физическая (б) и математическая (в) модели АД при несимметричном питании

- 2) фазовый сдвиг между МДС обмоток равный  $90^\circ$  эл.

\* Доказательство см. в приложении

Нарушение любого из этих условий вызывает появление кроме основного кругового магнитного поля, вращающегося в положительном направлении и создающего электромагнитный момент, уравновешивающий нагрузку на валу двигателя, кругового магнитного поля, вращающегося в противоположном направлении и создающего тормозной момент.

В этом случае АД можно представить в виде двух одинаковых машин, соединённых общим валом (рис. 1.21, б), с обмотками статора, подключенными к источникам питания с напряжениями  $U_{1+}$  и  $U_{1-}$ , соответствующими разложению несимметричной системы питания на симметричные составляющие с прямым и обратным порядком чередования фаз. При этом фазовые сдвиги напряжений во вторых обмотках двигателей имеют разные знаки ( $e^{j\pi/2}$  и  $e^{-j\pi/2}$ ). Двигатель АД1 работает с круговым магнитным полем, вращающимся в направлении движения вала, и создаёт положительный электромагнитный момент  $M_+$ . Магнитное поле АД2 также круговое, но направление его вращения и развиваемый момент ( $M_-$ ) имеют отрицательные знаки.

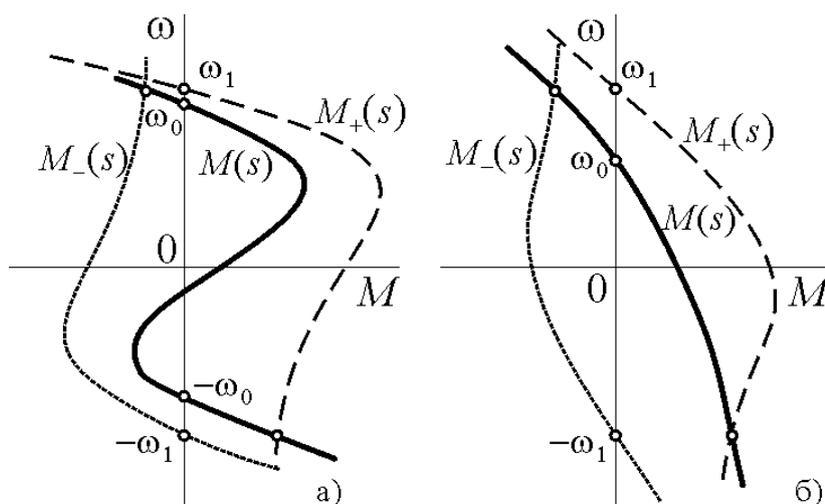


Рис. 1.22. Механические характеристики АД при несимметричном питании

При этом фазовые сдвиги напряжений во вторых обмотках двигателей имеют разные знаки ( $e^{j\pi/2}$  и  $e^{-j\pi/2}$ ). Двигатель АД1 работает с круговым магнитным полем, вращающимся в направлении движения вала, и создаёт положительный электромагнитный момент  $M_+$ . Магнитное поле АД2 также круговое, но направление его вращения и развиваемый момент ( $M_-$ ) имеют отрицательные знаки.

Схемы замещения, соответствующие условиям работы АД1 и АД2 приведены на рис. 1.21 в). Скольжению  $s$  двигателя АД1 соответствует скольжение  $2-s$  двигателя АД2. Отсюда, пользуясь формулой Клосса (1.27), с учётом выражения для критического момента (1.26), можно получить уравнение механической характеристики

$$\begin{aligned}
 M = M_+ + M_- &= C_M \left( \frac{U_{1+}^2}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s} + 2as_k} - \frac{U_{1-}^2}{\frac{2-s}{s_k} + \frac{s_k}{2-s} + 2as_k} \right) \approx \\
 &\approx C'_M \left( \frac{U_{1+}^2}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s}} - \frac{U_{1-}^2}{\frac{2-s}{s_k} + \frac{s_k}{2-s}} \right)
 \end{aligned} \tag{1.30}$$

где:  $C_M = \frac{m_1 z_p (1 + a s_k)}{\omega_1 c_1 (r_1 \pm \sqrt{r_1^2 + x_k^2})}$ ;  $C'_M = C_M|_{r_1 \approx 0; a \approx 0} = \frac{m_1 z_p}{\omega_1 c_1 x_k}$  – постоянная величина, опре-

деляемая параметрами двигателя.

Механические характеристики для двигателей с малым и большим критическим скольжением приведены на рис. 1.22 (а) и (б). Очевидно, что характеристики двигателей с малым сопротивлением ротора (малым скольжением) не позволяют обеспечить регулирование скорости в широком диапазоне и при различных видах нагрузки. Поэтому обмотки роторов исполнительных двигателей имеют большое активное сопротивление, обеспечивающее монотонный характер зависимости  $\omega(M)$  в пределах двигательного участка (рис. 1.22 б). Увеличение активного сопротивления ухудшает энергетические показатели машины, но улучшает линейность механических характеристик, что крайне важно для регулируемых приводов разомкнутых систем управления оптико-механических комплексов. Специальные двигатели для систем несимметричного управления проектируются таким образом, чтобы их критическое скольжение составляло 4...5.

Линеаризуем характеристику (1.30) с учётом (1.28)

$$M = M_+ + M_- = C'_M [U_{1+}^2 s - U_{1-}^2 (2 - s)] = C'_M U_1^2 [k_+^2 (1 - v) - k_-^2 (1 + v)], \quad (1.31)$$

где  $v = \omega/\omega_1$  – относительная скорость вращения ротора,  $\alpha = U_2/U_1$  – относительное напряжение второй обмотки АД (рис. 1.15 а), а  $k_+ = U_{1+}/U_1 = \frac{1}{2}\sqrt{1 + \alpha^2 + 2\alpha \sin \beta}$  и  $k_- = U_{1-}/U_1 = \frac{1}{2}\sqrt{1 + \alpha^2 - 2\alpha \sin \beta}$  – относительные значения напряжений прямой и обратной последовательности, полученные из выражений (п 3.3) и (п 3.4) при условии ортогонального расположения осей обмоток ( $\gamma = \pi/2$ ).

Выражение (1.31) неудобно для анализа характеристик АД, т.к. содержит неизвестные величины  $C'_M$  и  $U_1$ . Поэтому целесообразно перейти к относительным единицам путём приведения момента к значению пускового момента при круговом поле в двигателе ( $\alpha = 1; \beta = \pi/2; v = 0$ ) –  $M_{пк} = C'_M U_1^2$ . Тогда

$$\mu = \frac{M}{M_{пк}} = \alpha \sin \beta - \frac{1 + \alpha^2}{2} v; \quad v = \frac{2(\alpha \sin \beta - \mu)}{1 + \alpha^2} \quad (1.32)$$

Управление АД можно осуществлять изменением напряжения питания и/или фазового сдвига одной из обмоток, в то время как вторая обмотка подключается к источнику переменного тока с неизменными параметрами. Первая обмотка называется обмоткой управления (ОУ), а вторая – обмоткой возбуждения (ОВ). Коэффициенты  $-1 \leq \alpha \leq 1$  и  $-1 \leq \sin \beta \leq 1$  называются коэффициентами сигнала. Отрицательные значения этих коэффициентов соответствуют изменению фазы напряжения ОУ на  $180^\circ$ .

\* Выкладки сделанные в приложении 3 для пространственных векторов МДС справедливы также для векторов напряжений.

На рис. 1.23 показаны функциональные схемы возможных способов управления АД. При амплитудном способе управления (рис.1.23, а) ОВ подключается непосредственно к сети, а ОУ через элемент, сдвигающий фазу напряжения на  $90^\circ$  (ФСУ) и какой-либо регулятор напряжения. Круговые магнитные поля с противоположными направлениями вращения формируются в АД при амплитудном способе управления при  $\alpha = \pm 1$ , а при  $\alpha = 0$  поле в двигателе пульсирующее. Фазовый способ управления реализуется с помощью регулируемого фазовращателя (ФВ на рис. 1.23 в), изменяющего фазу напряжения ОУ от  $-90^\circ$  до  $+90^\circ$ , и в этих предельных состояниях в АД формируются круговые магнитные поля. Пульсирующее поле при фазовом управлении формируется при  $\sin \beta = 0$ , т.е. при нулевом фазовом смещении.

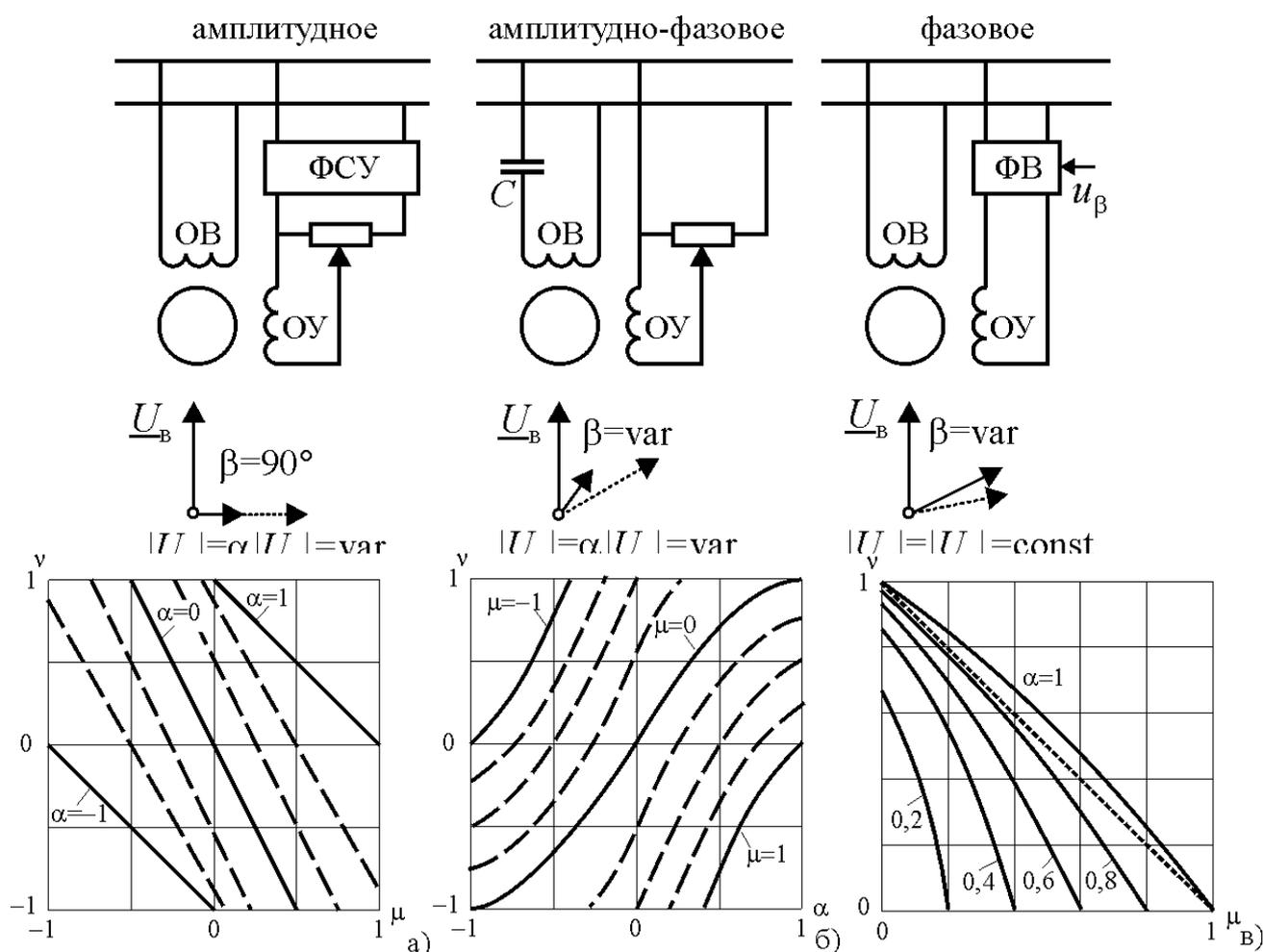


Рис. 1.24. Статические характеристики ДАД при амплитудном управлении

Амплитудно-фазовое управление реализуется включением фазосдвигающего конденсатора в цепь ОВ и регулированием напряжения обмотки управления (рис. 1.23 б). В этом случае фазовый сдвиг между напряжениями питания обмоток не регулируется, но изменяется при изменении нагрузки. Поэтому круговое поле в двигателе при этом способе управления, в отличие от двух других способов, где круговому полю соответствует множество точек предельных механических характеристик, здесь можно создать только при одном каком-либо режиме работы, на-

пример, при пуске. Во всех остальных режимах поле будет эллиптическим и в пределе при  $U_y = 0$  пульсирующим.

Уравнение механической и регулировочной характеристик идеального двухфазного асинхронного двигателя (ДАД) при амплитудном управлении получается из выражения (1.32) при  $\sin \beta = 1$  в виде –

$$v = \frac{2(\alpha - \mu)}{1 + \alpha^2}; \mu = \alpha - \frac{1 + \alpha^2}{2} v \quad (1.33)$$

Механические характеристики ДАД линейны (рис. 1.18 а). Пусковой момент  $\mu_0 = \alpha|_{v=0}$  прямо пропорционален коэффициенту сигнала  $\alpha$ , а скорость идеального холостого хода связана с ним нелинейно –  $v_0 = 2\alpha/(1 + \alpha^2)|_{\mu=0}$ . Модуль жёсткости механической характеристики  $\eta = |\partial\mu/\partial v| = (1 + \alpha^2)/2$  при изменении  $\alpha$  от 1 до 0 изменяется в пределах от 1 до 0,5. Характеристики реального ДАД (рис. 1.18, в) нелинейны и жёсткость их сильнее зависит от коэффициента сигнала  $\alpha$ . Максимальное отклонение от линейной зависимости составляет около 0,1 и наблюдается при  $\alpha = 1$  и  $\mu \approx 0,5$ .

Регулировочные характеристики ДАД при амплитудном способе управления принципиально нелинейны (рис. 1.24, б). Наибольшее отклонение от линейности соответствует  $\mu = 0$  и  $\alpha \approx 0,5$ . В общем случае это отклонение зависит от нелинейности механических характеристик и у реальных двигателей достигает значений 0,3...0,4. Нелинейность регулировочных характеристик является неблагоприятным фактором, с точки зрения требований к исполнительным устройствам систем автоматического управления.

Введем понятие крутизны регулировочной характеристики

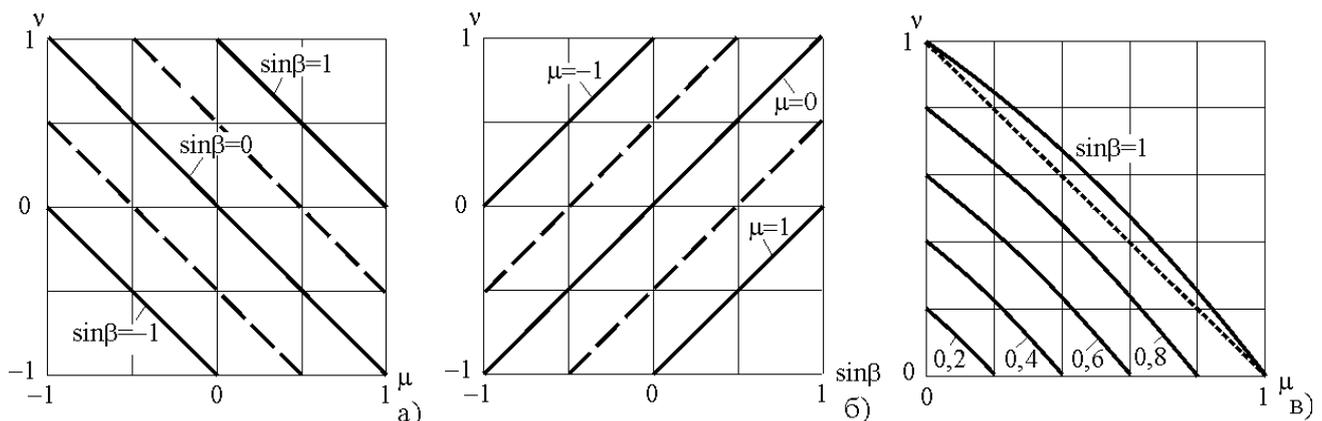


Рис. 1.25. Статические характеристики ДАД при фазовом управлении

$$\sigma = f(\alpha, \mu) = \partial v / \partial \alpha = \frac{2(2\alpha\mu - \alpha^2 + 1)}{(1 + \alpha^2)^2}.$$

Эта функция обращается в нуль при  $\mu_m = (\alpha^2 - 1)/(2\alpha)$ , следовательно, вблизи этих точек ДАД теряет управляемость, так как его реакция на изменение коэффициента сигнала  $\alpha$  становится нулевой. В интервале номинальных значений ко-

эфициента сигнала:  $-1 \leq \alpha \leq 1$  на плоскости регулировочной характеристики существуют только две такие точки с координатами  $[1; 1]$  и  $[-1; -1]$ . Однако при малой нагрузке и большом коэффициенте сигнала крутизна регулировочных характеристик мала, что неблагоприятно сказывается на процессе управления двигателем.

Уравнение механических и регулировочных характеристик идеального ДАД при фазовом управлении получается из (1.32) при  $\alpha = 1$

$$v = \sin \beta - \mu; \quad \mu = \sin \beta - v. \quad (1.34)$$

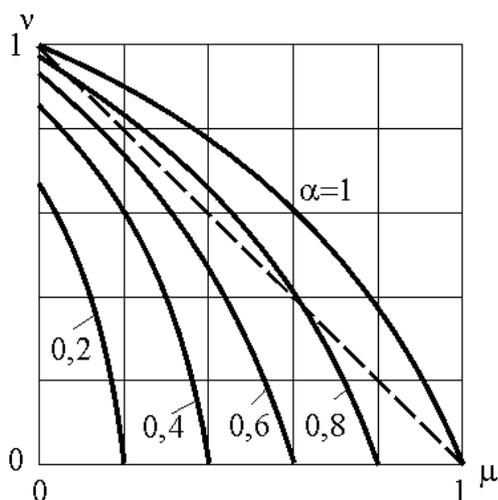


Рис. 1.26. Механические характеристики ДАД при амплитудно-фазовом управлении

Эти характеристики линейны во всём диапазоне изменения коэффициента сигнала  $\sin \beta$  и нагрузки  $\mu$  (рис. 1.25, а и б). При изменении этих параметров характеристики и смещаются параллельно, сохраняя жёсткость и крутизну. Пусковой момент и скорость холостого хода определяются коэффициентом сигнала ( $\mu_0 = \sin \beta$ ;  $v_0 = \sin \beta$ ). Нелинейность механических характеристик реального двигателя при фазовом управлении такая же, как при амплитудном, но жёсткость их при изменении коэффициента сигнала остаётся практически постоянной. Таким образом, в автоматизированном приводе оптико-механических систем использование ДАД с фазовым управлением является предпочтительным.

тельным.

Тем не менее, простые приводы строятся по типу амплитудно-фазового управления (конденсаторный ДАД), где в качестве регулятора напряжения используется полупроводниковый усилитель переменного тока, а фазосдвигающий конденсатор рассчитывается из условия формирования кругового магнитного поля при пуске. Механические характеристики в этом случае существенно более нелинейны, чем при амплитудном и фазовом способах управления (рис. 1.26), значительно больше также нелинейность регулировочных характеристик. Однако, эти недостатки в значительной степени компенсируются простой реализацией, что и является причиной его широкого распространения.

### 1.2.3 Динамические характеристики АД при питании от источника напряжения

#### 1.2.3.1 Динамические модели АД при симметричном питании

Основой для анализа динамических свойств АД служат векторные уравнения статора и ротора (1.18). Полагая в них  $\omega^{(mm)} = \omega_1$ , получим уравнения в синхронной системе координат  $xu$

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{i}_1 r_1 + \frac{d\boldsymbol{\Psi}_1}{dt} + j\omega_1 \boldsymbol{\Psi}_1 \quad (1.35 \text{ а})$$

$$0 = \mathbf{i}_2 r_2 + \frac{d\boldsymbol{\Psi}_2}{dt} + j\omega_2 \boldsymbol{\Psi}_2 \quad (1.35 \text{ б})$$

и уравнение электромагнитного момента, представленного через потокосцепление и ток статора\*

$$m = \frac{3}{2} z_p |\boldsymbol{\Psi}_1 \times \mathbf{i}_1| = \frac{3}{2} z_p (\Psi_{1x} i_{1y} - \Psi_{1y} i_{1x}). \quad (1.36)$$

Дополнив уравнения (1.35) и (1.36) уравнением движения

$$m - m_c = J \frac{d\Omega}{dt}, \quad (1.37)$$

где  $m_c$  – момент нагрузки,  $J$  – момент инерции вращающихся масс приведенный к валу АД и  $\Omega = \omega / z_p$  – угловая частота вращения ротора; мы получим полную систему уравнений для исследования динамических характеристик АД.

Запишем уравнение (1.35 а) в форме Коши –  $\frac{d\boldsymbol{\Psi}_1}{dt} = \mathbf{u}_1 - \mathbf{i}_1 r_1 - j\omega_1 \boldsymbol{\Psi}_1$ , и разложим его на проекции –

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_{1x}}{dt} &= u_{1x} - i_{1x} r_1 + \omega_1 \Psi_{1y} \\ \frac{d\Psi_{1y}}{dt} &= u_{1y} - i_{1y} r_1 - \omega_1 \Psi_{1x} \end{aligned} \quad (1.38)$$

Далее из уравнений потокосцеплений

$$\boldsymbol{\Psi}_1 = L_1 \mathbf{i}_1 + L_m \mathbf{i}_2; \quad \boldsymbol{\Psi}_2 = L_2 \mathbf{i}_2 + L_m \mathbf{i}_1$$

выразим ток и потокосцепление ротора через ток и потокосцепление статора

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_2 &= \frac{1}{k_1 k_2} \left( \boldsymbol{\Psi}_1 \frac{k_2}{L_m} - \mathbf{i}_1 k_2 \right); \\ \boldsymbol{\Psi}_2 &= \frac{1}{k_1 k_2} (\boldsymbol{\Psi}_1 k_1 - \mathbf{i}_1 \sigma L_m) \end{aligned}$$

где  $k_1 = L_m / L_1$ ,  $k_2 = L_m / L_2$ ,  $\sigma = 1 - k_1 k_2$  – соответственно, коэффициенты электромагнитной связи статора и ротора и коэффициент рассеяния, а  $L_1 = L_{1\sigma} + L_m$ ;  $L_2 = L_{2\sigma} + L_m$  – полные индуктивности статора и ротора, включающие индуктивности рассеяния  $L_{1\sigma}$ ,  $L_{2\sigma}$  и взаимную индуктивность  $L_m$ .

Подставляя эти выражения в уравнение (1.35 б), получим

$$\frac{d\mathbf{i}_1}{dt} = \frac{1}{T_2'} \left( \boldsymbol{\Psi}_1 \frac{1}{L_m} - \mathbf{i}_1 + j \frac{\omega_2 T_2}{L_1} \boldsymbol{\Psi}_1 - j\omega_2 \sigma T_2 \mathbf{i}_1 + \frac{T_2}{L_1} \frac{d\boldsymbol{\Psi}_1}{dt} \right),$$

а затем, разложив на проекции, –

\* См. таблицу 1.1 раздела 1.1.4

$$\begin{aligned} \frac{di_{1x}}{dt} &= \frac{1}{T_2'} \left( \psi_{1x} \frac{1}{L_m} - i_{1x} - \frac{\omega_2 T_2}{L_1} \psi_{1y} + \omega_2 T_2 \sigma i_{1y} + \frac{T_2}{L_1} \frac{d\psi_{1x}}{dt} \right) \\ \frac{di_{1y}}{dt} &= \frac{1}{T_2'} \left( \psi_{1y} \frac{1}{L_m} - i_{1y} + \frac{\omega_2 T_2}{L_1} \psi_{1x} - \omega_2 T_2 \sigma i_{1x} + \frac{T_2}{L_1} \frac{d\psi_{1y}}{dt} \right) \end{aligned} \quad (1.39)$$

где  $T_2 = L_2 / r_2$ ;  $T_2' = \sigma T_2 = \sigma L_2 / r_2$ .

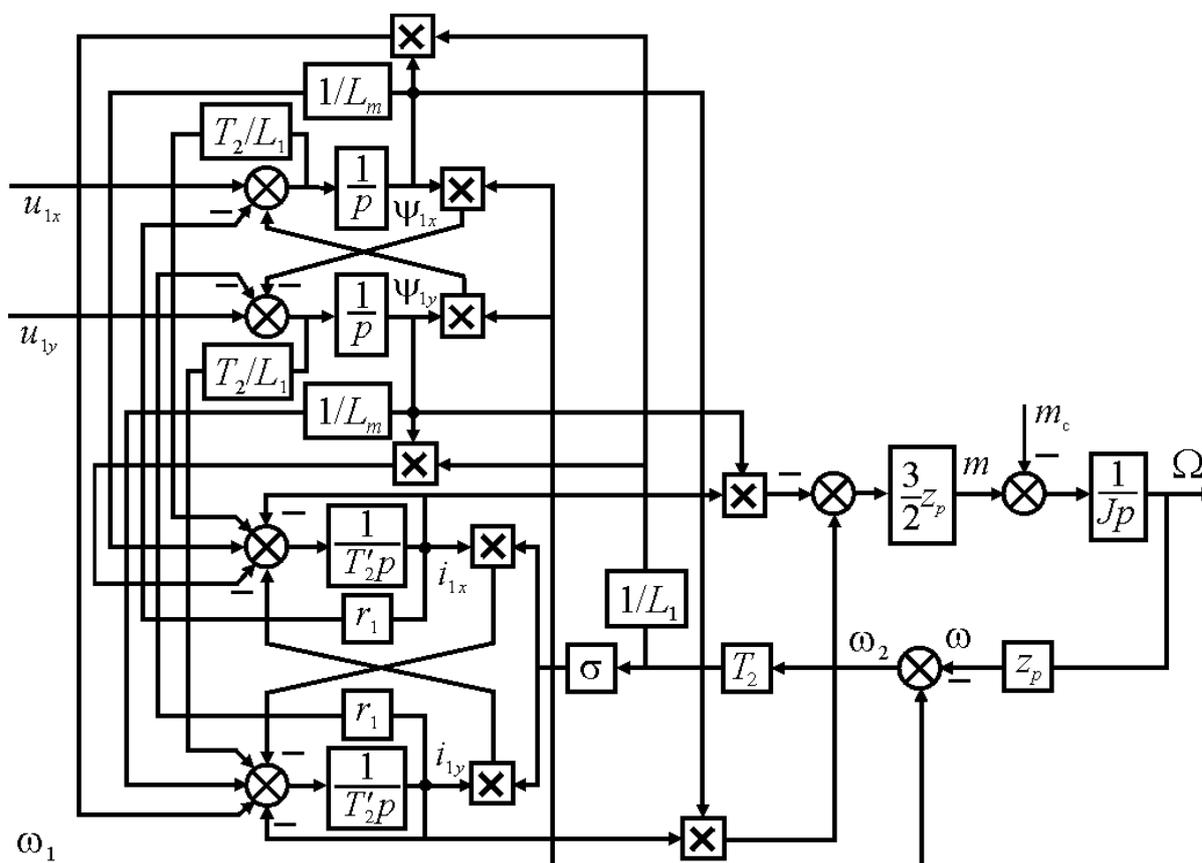


Рис. 1.27. Структурная схема АД с представлением момента через потокосцепление и ток статора

Уравнения (1.38) и (1.39) можно представить в виде структурной схемы, показанной на рисунке 1.27. Она имеет два входа  $u_{1x}$  и  $u_{1y}$ , соответствующие проекциям вектора напряжения, а также вход частоты питания статора  $\omega_1$ . Модель позволяет исследовать электромагнитные и электромеханические процессы в приводе в скалярном и векторном представлении. В случае моделирования приводов со скалярным управлением система координат совмещается с осью  $x$  путем подачи нулевого сигнала на вход  $u_{1y}$  и амплитудного значения напряжения на вход  $u_{1x}$ . Напряжение питания и частота имеют отдельные каналы управления, поэтому с помощью этой модели можно исследовать процессы в приводах с регулированием напряжения, а также любые законы частотного управления путём объединения входов через соответствующий функциональный преобразователь.

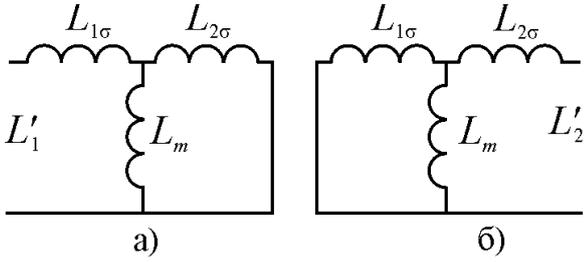


Рис. 1.28. Переходные индуктивности АД

Достоинством модели рис. 1.27 является наличие в ней сигналов токов статора, что позволяет исследовать с её помощью системы асинхронного привода с внутренним контуром тока. Однако сложность модели затрудняет её преобразование для получения передаточных функций допускающих обобщённый анализ процессов. Более простая динамическая модель АД получается, если для уравнения

выбрать векторы потокосцеплений статора  $\Psi_1$  и ротора  $\Psi_2$  магнитного момента

$$m = \frac{3}{2} z_p \frac{k_1 k_2}{\sigma L_m} (\Psi_2 \times \Psi_1) = \frac{3}{2} z_p \frac{k_1 k_2}{\sigma L_m} (\Psi_{2x} \Psi_{1y} - \Psi_{2y} \Psi_{1x}). \quad (1.40)$$

Выразим токи статора и ротора через потокосцепления  $i_1 = (\Psi_1 - k_2 \Psi_2) / (\sigma L_1)$ ;  $i_2 = (\Psi_2 - k_1 \Psi_1) / (\sigma L_2)$  и, подставив в уравнения (1.35), запишем их в форме Коши

$$\frac{d\Psi_1}{dt} = \frac{1}{T'_1} (\mathbf{u}_1 T'_1 + k_2 \Psi_2 - \Psi_1 - j\omega_1 T'_1 \Psi_1) \quad (1.41 \text{ а})$$

$$\frac{d\Psi_2}{dt} = \frac{1}{T'_2} (k_1 \Psi_1 - \Psi_2 - j\omega_2 T'_2 \Psi_2) \quad (1.41 \text{ б})$$

где  $T'_1 = L'_1 / r_1$  и  $T'_2 = L'_2 / r_1$  – переходные постоянные времени статора и ротора, в которых  $L'_1 = L_{1\sigma} + L_{2\sigma} L_m / (L_{2\sigma} + L_m) = \sigma L_1 = L_{1\sigma} + k_2 L_{2\sigma} \approx L_{1\sigma} + L_{2\sigma} = L_k$  и  $L'_2 = L_{2\sigma} + L_{1\sigma} L_m / (L_{1\sigma} + L_m) = \sigma L_2 = L_{2\sigma} + k_1 L_{1\sigma} \approx L_{2\sigma} + L_{1\sigma} = L_k$  т.н. переходные индуктивности соответствующие электрическим цепям рис. 1.28.

Совместим вектор напряжения статора с осью  $x$  системы координат ( $u_{1x} = U_{1m}$ ;  $u_{1y} = 0$ ). Тогда, разделяя проекции векторов в (1.41), получим

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_{1x}}{dt} &= \frac{1}{T'_1} (u_{1x} T'_1 + k_2 \Psi_{2x} - \Psi_{1x} + \omega_1 T'_1 \Psi_{1y}); & \frac{d\Psi_{1y}}{dt} &= \frac{1}{T'_1} (k_2 \Psi_{2y} - \Psi_{1y} - \omega_1 T'_1 \Psi_{1x}); \\ \frac{d\Psi_{2x}}{dt} &= \frac{1}{T'_2} (k_1 \Psi_{1x} - \Psi_{2x} + \omega_2 T'_2 \Psi_{2y}); & \frac{d\Psi_{2y}}{dt} &= \frac{1}{T'_2} (k_1 \Psi_{1y} - \Psi_{2y} + \omega_2 T'_2 \Psi_{2x}); \end{aligned} \quad (1.42)$$

Уравнения (1.40) и (1.42) можно представить в виде структурной схемы, показанной на рисунке 1.29.

При питании от источника напряжения ( $\mathbf{u}_1 = \text{const}$ ) потокосцепление статора  $\Psi_1$  изменяется незначительно, в основном из-за падения напряжения на активном сопротивлении  $r_1$ , и в синхронной системе координат можно считать, что  $d\Psi_1 / dt \approx 0$ . Если принять также  $r_1 \approx 0$  и ориентировать систему координат по вектору напряжения ( $u_{1x} = U_{1m}$ ;  $u_{1y} = 0$ ), то из уравнения (1.35) для статора получим

$$\Psi_1 = -j \frac{u_1}{\omega_1} \Rightarrow \Psi_{1x} = 0; \Psi_{1y} = -U_{1m} / \omega_1$$

и тогда электромагнитный момент будет равен

$$m = \frac{3}{2} z_p \frac{k_1 k_2}{\sigma L_m} \Psi_{1y} \Psi_{2x} = \frac{3}{2} z_p \frac{k_1 k_2}{\sigma L_m} \left( -\frac{U_{1m}}{\omega_1} \right) \Psi_{2x}. \quad (1.43)$$

Заменим в уравнении (1.41 б) производную оператором Лапласа и, разделяя проекции векторов, получим

$$\begin{aligned} T_2' p \Psi_{2x} + \Psi_{2x} - \omega_2 T_2' \Psi_{2y} &= 0 \\ T_2' p \Psi_{2y} + \Psi_{2y} + \omega_2 T_2' \Psi_{2x} &= k_1 \Psi_{1y} \end{aligned} \quad (1.44)$$

Отсюда  $\Psi_{2y} = \Psi_{2x} \frac{1 + T_2' p}{\omega_2 T_2'}$ . Подставляя это выражение во второе уравнение,

определим искомое значение  $\Psi_{2x}$

$$\Psi_{2x} = \frac{k_1 \Psi_{1y}}{(1 + T_2' p) \frac{1 + T_2' p}{\omega_2 T_2'} + \omega_2 T_2'}. \quad (1.45)$$

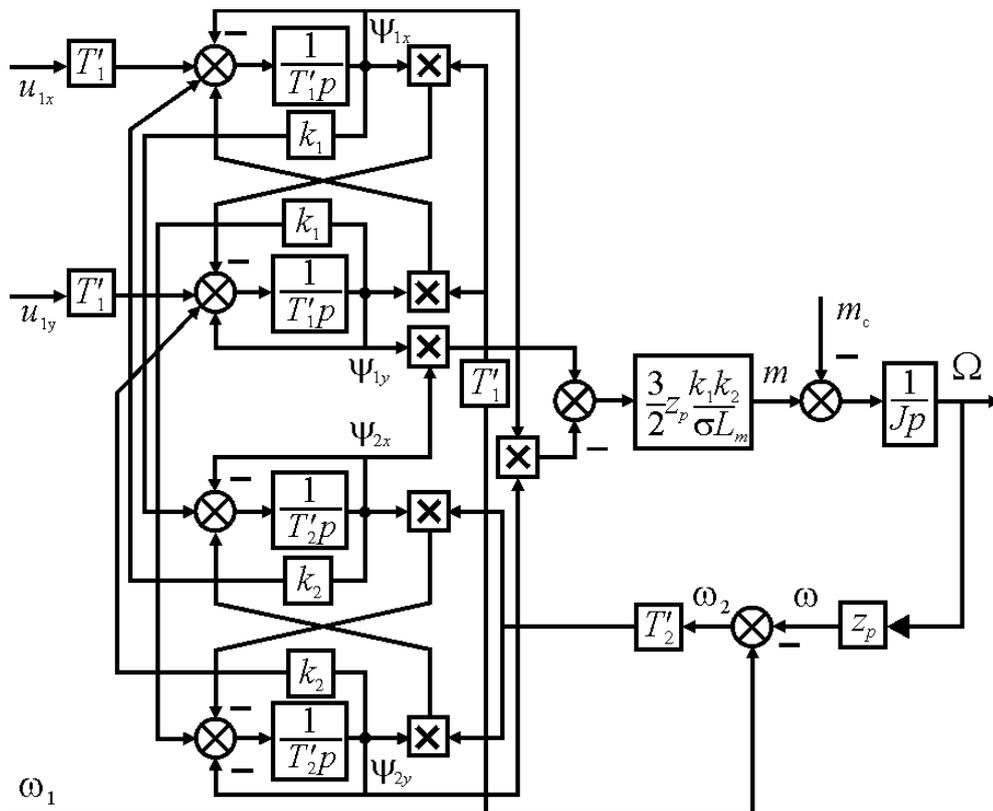


Рис. 1.29. Структурная схема АД с представлением момента через потокосцепления статора и ротора.

В этом выражении дальнейшие алгебраические преобразования невозможны, т.к. первый оператор дифференцирования в знаменателе относится ко всей дроби  $(1 + T_2' p) / \omega_2 T_2'$ , где  $\omega_2(t) \Leftrightarrow \omega_2(p)$  в общем случае является функцией времени.

Заметим, что переходная постоянная времени ротора равна

$$T'_2 = \sigma T_2 = \frac{(1 - k_1 k_2) L_2}{r_2} = \frac{L_1 L_2 - L_m^2}{r_2 L_1} = \frac{L_{2\sigma} + k_1 L_{1\sigma}}{r_2} \approx \frac{L_k}{r_2} = \frac{x_k}{r_2 \omega_{1\text{НОМ}}} \approx \frac{1}{s_k \omega_{1\text{НОМ}}},$$

где:  $L_k = L_{1\sigma} + L_{2\sigma}$  – индуктивность короткого замыкания, а  $s_k = r_2 / x_k$  – приближенное значение критического скольжения. Если произведение  $\omega_2 T'_2$  представить

как  $\frac{\omega_2}{\omega_{1\text{НОМ}} s_k} = \frac{\beta}{s_k}$ , где  $\beta = \frac{\omega_2}{\omega_{1\text{НОМ}}}$  – относительная частота ротора или абсолютное

скольжение, то из (1.45) мы получим

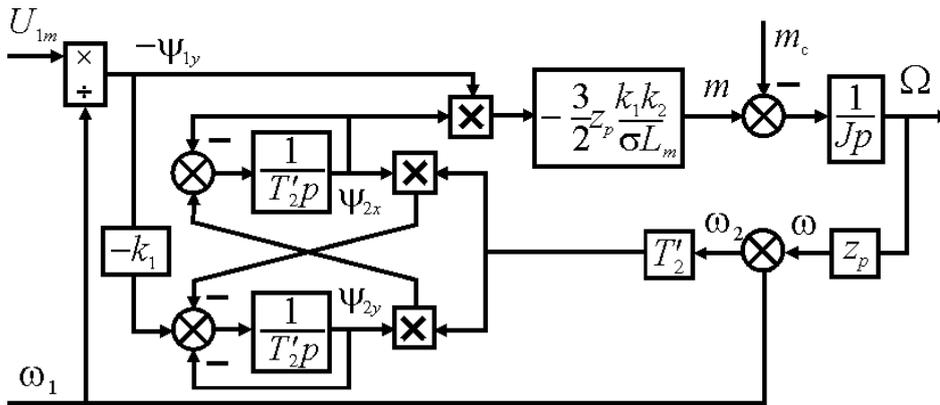


Рис. 1.30. Структурная схема АД при условии  $\psi_1 \approx \text{const}$ .

$$\psi_{2x} = \frac{k_1 \psi_{1y}}{(1 + T'_2 p) \left[ \frac{s_k}{\beta} (1 + T'_2 p) \right] + \frac{\beta}{s_k}} = \frac{k_1 (-U_{1m} / \omega_1)}{(1 + T'_2 p) \left[ \frac{s_k}{\beta} (1 + T'_2 p) \right] + \frac{\beta}{s_k}}. \quad (1.46)$$

После чего из (1.32) с учетом (1.46) можно получить уравнение динамической механической характеристики

$$m = \frac{2M_k}{(1 + T'_2 p) \left[ \frac{s_k}{\beta} (1 + T'_2 p) \right] + \frac{\beta}{s_k}}, \quad (1.47)$$

где  $M_k = \frac{3}{4} z_p \frac{k_1 k_2}{\sigma L_m} \left( -\frac{U_{1m}}{\omega_1} \right)^2 k_1 \approx \frac{3}{2} z_p \left( \frac{U_1}{\omega_1} \right)^2 \frac{1}{L_k}$ .

Выражения (1.43) и (1.44) позволяют построить структурную схему АД, управляемого напряжением и частотой статора при условии  $\psi_1 \approx \text{const}$  или, что то же самое, при  $r_1 \approx 0$  (рис. 1.30).

Уравнение (1.47) отражает влияние электромагнитных процессов в АД на электромеханические. При  $p = 0$  оно преобразуется в уравнение статической механической характеристики (1.27). Уравнение нелинейно, но для малых приращений на рабочем участке механической характеристики его можно линеаризовать. Для этого вначале выполним дифференцирование

$$(T_2')^2 \frac{d^2 m}{dt^2} + 2T_2' \frac{dm}{dt} + m \left[ 1 + \left( \frac{\beta}{s_k} \right)^2 \right] + (T_2')^2 \frac{1}{\beta} \frac{d\beta}{dt} \frac{dm}{dt} - T_2' \frac{1}{\beta} \frac{d\beta}{dt} m = 2M_k \frac{\beta}{s_k},$$

а затем разложим результат в ряд Тейлора в окрестности точки  $M_0, \beta_0$ . Пренебрегая членами ряда высшего порядка, после преобразований представим уравнение механической характеристики в приращениях в виде

$$(T_2')^2 \frac{d^2 \Delta M}{dt^2} + 2T_2' \frac{d\Delta M}{dt} + \Delta M \left[ 1 + \left( \frac{\beta_0}{s_k} \right)^2 \right] = \frac{2M_k}{s_k} \left( \frac{s_k^2 - \beta_0^2}{s_k^2 + \beta_0^2} \Delta\beta + T_2' \frac{s_k^2}{s_k^2 + \beta_0^2} \frac{d\Delta\beta}{dt} \right)$$

Это уравнение позволяет анализировать электромеханические процессы в окрестности любой точке статической механической характеристики. Однако для АД наибольший интерес представляет рабочий участок характеристики при  $s < s_k$ . Тогда, полагая  $M_0 = 0; \beta_0 = 0$  и, соответственно,  $\Delta M = m - M_0 = m; \Delta\beta = \beta - \beta_0 = \beta$  получим

$$m \left[ (T_2')^2 p^2 + 2T_2' p + 1 \right] = \frac{2M_k}{s_k} \beta (1 + T_2' p) \Rightarrow (1 + T_2' p) m = h_U (\omega_1 - \omega),$$

где  $h_U = \frac{2M_k}{\omega_{1ном} s_k} = 2M_k T_2'$  (1.48)

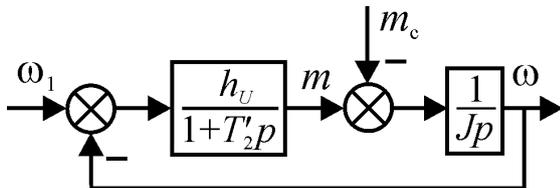


Рис. 1.31. Структурная схема асинхронного привода с одномассовой нагрузкой и линейризованной механической характеристикой двигателя

– модуль жесткости линейризованной механической характеристики.

Таким образом, на рабочем участке механической характеристики АД можно представить звеном первого порядка (рис. 1.31) с передаточной функцией динамической жесткости

$$h_d(p) = \frac{m(p)}{\omega(p)} = - \frac{h_U}{1 + T_2' p}$$

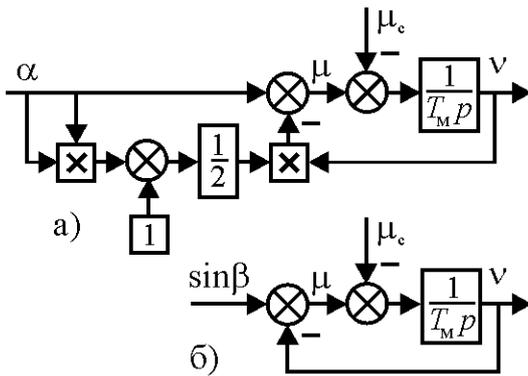
Постоянная времени  $T_2'$  двигателей нормального исполнения составляет величину 5...50 мс, причём, меньшие значения соответствуют двигателям малой мощности.

Следует заметить, что величина постоянной времени ротора  $T_2$  сильно влияет на переходные процессы в приводе. Это связано с тем, что её воздействие на правую и левую часть неравенства  $[T_m = J / h_U = J / (2M_k \sigma T_2)] \neq [4T_s = 4T_2' = 4\sigma T_2]$ , определяющего характер процессов, разнонаправлено и может смещать его в ту или иную сторону.

### 1.2.3.2 Динамические характеристики при несимметричном питании

Полная динамическая модель АД, учитывающая электромагнитные и электромеханические процессы в приводе с ДАД при амплитудном управлении, соответствует рис. 1.27 и рис. 1.29, если  $u_{1x} = |U_B|$ ;  $u_{1y} = \alpha |U_B|$ .

Управляющие и возмущающие воздействия вызывают в ДАД переходные процессы, которые условно можно разделить на электромагнитные, связанные с изменением энергетического состояния магнитных полей двигателя, и электромеханические, связанные с изменением кинетической и потенциальной энергии системы тел, приводимых в движение. Электромагнитные процессы в ДАД протекают в несколько десятков раз быстрее, чем электромеханические, поэтому ими можно пренебречь и для анализа использовать только уравнение движения привода, полагая связи между телами жёсткими



$$M - M_c = J_\Sigma \frac{d\omega}{dt} \quad (1.49)$$

где:  $M$  – момент, создаваемый двигателем;  $M_c$  – момент нагрузки;  $J_\Sigma$  – суммарный момент инерции вращающихся масс, приведенный к валу двигателя;  $\omega$  – скорость вращения вала двигателя.

Перейдём к относительным единицам в уравнении (1.49). Для этого разделим его на величину пускового момента ДАД при круговом поле  $M_{пк}$ , а также умножим и разделим правую часть уравнения на скорость холостого хода при круговом поле  $\omega_1$ .

Рис. 1.32. Структурная схема ДАД при амплитудном а) и фазовом б) управлении

Тогда оно примет вид:

$$\mu - \mu_c = T_m \frac{dv}{dt} \quad (1.50)$$

где:  $T_m = J_\Sigma \omega_1 / M_{пк} = J_\Sigma / h_k$  – электромеханическая постоянная времени ДАД, а  $h_k$  – статическая жёсткость механической характеристики при круговом поле.

Преобразуем также уравнение механической характеристики (1.32) к виду:

$$v = v_0 - \mu / \eta \Leftrightarrow \mu = \eta(v_0 - v) \quad (1.51)$$

где:  $v_0 = \frac{2\alpha \sin \beta}{1 + \alpha^2}$  – относительная скорость холостого хода, а  $\eta = \frac{1 + \alpha^2}{2}$  – модуль относительной жёсткости механической характеристики.

Подставляя (1.51) в (1.50), получим:

$$T_m \frac{dv}{dt} + \eta v = \eta v_0 - \mu_c. \quad (1.52)$$

Так как  $\eta = F(\alpha)$ , то уравнение (1.52) нелинейно и не имеет решения в общем виде.

### 1.2.3.2.1 Динамические характеристики при фазовом управлении

При фазовом управлении  $\alpha = 1 \Rightarrow \eta = 1$  и уравнение (1.52) преобразуется к виду

$$T_m \frac{dv}{dt} + v = \sin \beta - \mu_c. \quad (1.52)$$

Корнем характеристического уравнения является  $p = -1/T_M$ , а решениями для скачков возмущающего и управляющего воздействий –

$$v(t) = \sin \beta - \mu_{c2} + (\mu_{c2} - \mu_{c1})e^{-t/T_M} \Big|_{\sin \beta = \text{const}; \mu_c = \text{var}} \quad (1.53)$$

$$v(t) = \sin \beta_2 - \mu_c + (\sin \beta_1 - \sin \beta_2)e^{-t/T_M} \Big|_{\sin \beta = \text{var}; \mu_c = \text{const}}$$

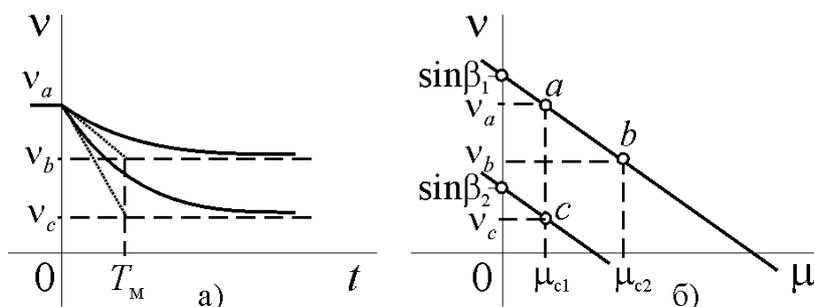


Рис. 1.33. Переходные процессы при скачках управляющего и возмущающего воздействий при фазовом управлении

На рис. 1.33 в качестве примера показан переходный процесс при набросе нагрузки от величины  $\mu_{c1}$  до  $\mu_{c2} > \mu_{c1}$  при скорости холостого хода  $v_0 = \sin \beta_1$ . На плоскости механической характеристики это соответствует переходу из статической точки  $a$  в точку  $b$  вдоль отрезка  $ab$ . Изменение скорости происходит по экспоненте с постоянной времени  $T_M$  (рис. 1.33 а). В случае скачкообразного изменения фазового сдвига от  $\beta_1$  до  $\beta_2 < \beta_1$  при постоянном моменте нагрузки  $\mu_c = \mu_{c1}$  фазовой траекторией будет отрезок  $ac$ . Переходный процесс при этом будет экспоненциальным с тем же значением постоянной времени (рис. 1.33 а).

Таким образом, при фазовом способе управления длительность переходного процесса  $t_{\text{п}} = 3T_M$  не зависит от коэффициента сигнала и момента на валу ДАД и всегда равна длительности, соответствующей круговому магнитному полю ( $\beta = \pm 90^\circ$ ).

### 1.2.3.2.2 Динамические характеристики при амплитудном управлении

При амплитудном управлении  $\sin \beta = 1 \Rightarrow v_0 = 2\alpha / (1 + \alpha^2) = \alpha / \eta$  и уравнение (1.52) преобразуется к виду

$$T_M \frac{dv}{dt} + \frac{1 + \alpha^2}{2} v = \alpha - \mu_c. \quad (1.54)$$

Корень характеристического уравнения зависит от коэффициента сигнала  $\alpha$  –  $-\frac{1}{T_M} \Big|_{\alpha=\pm 1} \leq p = -\frac{1 + \alpha^2}{2T_M} = -\frac{\eta}{T_M} \leq -\frac{1}{2T_M} \Big|_{\alpha=0}$ .

Уравнение (1.54) можно представить в виде

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{T_M} \left( \alpha - \mu_c - \frac{1 + \alpha^2}{2} v \right),$$

а также соответствующей ему структурной схемой (рис. 1.32 а). Оно нелинейно для управляющего воздействия, но для скачкообразной формы сигнала можно получить решения в виде –

$$v(t) = v_2(\alpha, \mu_{c2}) + (\mu_{c2} - \mu_{c1}) e^{-t\eta(\alpha)/T_M} \Big|_{\alpha=\text{const}; \mu_c=\text{var}} \quad (1.55)$$

$$v(t) = v_2(\alpha_2, \mu_c) + [v_1(\alpha_1, \mu_c) - v_2(\alpha_2, \mu_c)] e^{-t\eta(\alpha_2)/T_M} \Big|_{\alpha=\text{var}; \mu_c=\text{const}}$$

где:  $v_2(\alpha, \mu_{c2}) = \frac{2(\alpha - \mu_{c2})}{1 + \alpha^2}$ ,  $v_2(\alpha_2, \mu_c) = \frac{2(\alpha_2 - \mu_c)}{1 + \alpha_2^2}$ ,  $v_1(\alpha_1, \mu_c) = \frac{2(\alpha_1 - \mu_c)}{1 + \alpha_1^2}$ .

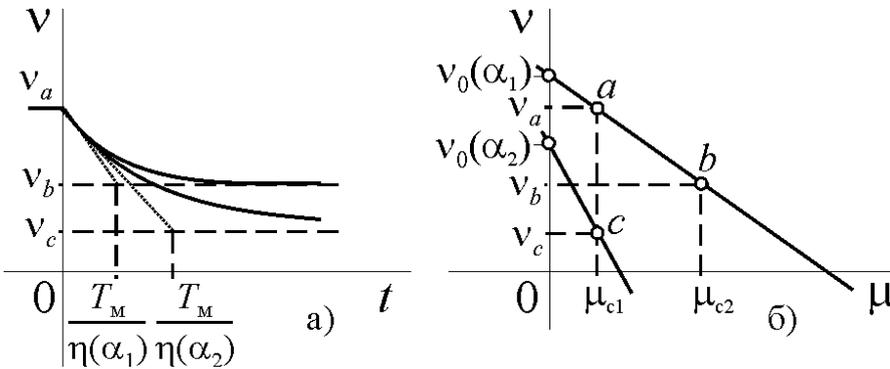


Рис. 1.34. Переходные процессы при скачках управляющего и возмущающего воздействий при амплитудном управлении

На рис. 1.34 в качестве примера показан переходный процесс при набросе нагрузки от величины  $\mu_{c1}$  до  $\mu_{c2} > \mu_{c1}$  при скорости холостого хода  $v_0(\alpha_1) = 2\alpha_1 / (1 + \alpha_1^2)$ . На плоскости механической характеристики это соответствует пере-

ходу из статической точки  $a$  в точку  $b$  вдоль отрезка  $ab$ . Изменение скорости происходит по экспоненте с постоянной времени  $T_M / \eta(\alpha_1)$  (рис. 1.34 а). При скачкообразном изменении коэффициента сигнала от  $\alpha_1$  до  $\alpha_2 < \alpha_1$  при постоянном моменте нагрузки  $\mu_c = \mu_{c1}$  фазовой траекторией будет отрезок  $ac$ . Переходный процесс будет определяться более мягкой механической характеристикой с точкой холостого хода  $v_0(\alpha_2) = 2\alpha_2 / (1 + \alpha_2^2) < v_0(\alpha_1)$  и будет проходить медленнее с постоянной времени  $T_M / \eta(\alpha_2) > T_M / \eta(\alpha_1)$  (рис. 1.34 а).

Таким образом, при амплитудном способе управления, в отличие от фазового, длительность переходного процесса зависит от коэффициента сигнала и может увеличиваться до двух раз по сравнению с режимом кругового поля ( $\alpha = \pm 1$ ), следовательно, в пределах номинальных режимов она всегда больше, чем при фазовом управлении, кроме режима кругового магнитного поля.

### 1.2.4 Статические характеристики АД при питании от источника тока

В последнее время в связи с развитием регулируемого асинхронного электропривода возникла необходимость изучения свойств АД при питании его от источника тока. Это объясняется тем, что значительная часть используемых в приводе преобразователей частоты обладает свойствами источника тока, т.к. они формируют в фазах двигателя токи, не зависящие от режима работы машины и ее параметров. В этом случае схема замещения АД имеет вид, показанный на рис. 1.25.

#### 1.2.4.1 Токи намагничивания и ротора

При постоянном значении модуля тока  $I_1$  падение напряжения  $U_{ab}$  будет определяться полным сопротивлением участка  $a - b$  схемы замещения (рис. 1.35). Комплексное сопротивление этого участка равно

$$\underline{Z}_{ab} = \frac{jx_m \left( \frac{r_2}{s} + jx_{2\sigma} \right)}{\frac{r_2}{s} + j(x_m + x_{2\sigma})} = \frac{j\omega_1 L_m (r_2 + js\omega_1 L_{2\sigma})}{r_2 + js\omega_1 L_2}$$

Модуль  $\underline{Z}_{ab}$  можно определить как  $z_{ab} = x_m \sqrt{\frac{1 + (s\omega_1 L_{2\sigma} / r_2)^2}{1 + (s\omega_1 L_2 / r_2)^2}} = x_m \zeta_{ab}$ .

Значение  $U_{ab}$  можно представить через ток статора  $I_1$  и полное сопротивление  $z_{ab}$  как  $U_{ab} = I_1 z_{ab} = I_1 x_m \zeta_{ab}$ , т.е. характер его изменения полностью соответствует изменению  $\zeta_{ab}$ , т.к.  $I_1$  и  $x_m$  постоянные величины.

Отсюда ток намагничивания

$$I_m = U_{ab} / x_m = I_1 \zeta_{ab} \xrightarrow{s \rightarrow \pm\infty} I_1 L_{2\sigma} / L_2 = I_1 k_{2\sigma}$$

Изменение тока намагничивания в функции скольжения показано на рис. 1.36 а). В режиме холостого хода весь входной ток протекает по ветви намагничивания, а по мере роста скольжения его значение уменьшается и стремится к величине  $I_1 k_{2\sigma}$ . Уже при малых отклонениях от точки холостого хода, т.е. при скольжениях соответствующих рабочему режиму, происходит резкое уменьшение тока намагничивания, что вызывает пропорциональное уменьшение основного магнитного потока, крайне неблагоприятно сказывающееся на работе машины. Уменьшение магнитного потока на рабочем участке будет происходить также из-за глубокого насыщения магнитопровода, если во всех режимах поддерживать ток статора на уровне, превышающем значение тока холостого хода. Но работа машины при токе холостого хода невозможна, т.к. создаваемый ею момент будет равен нулю. Поэтому

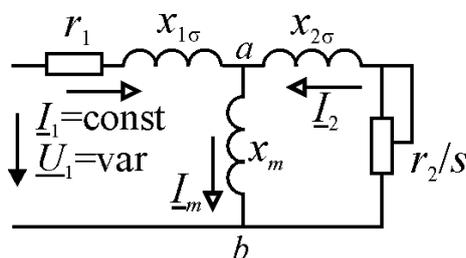


Рис. 1.35. Схема замещения АД при питании от источника тока

ток статора АД в процессе работы нужно изменять в зависимости от скольжения

обратно пропорционально функции  $\zeta_{ab}(s)$ , т.е.  $I_1(s) = \frac{I_{10}}{\zeta_{ab}(s)}$ , где  $I_{10}$  – ток холостого хода (рис. 1.36 б). Тогда  $I_m(s) = I_1(s) \zeta_{ab}(s) = \frac{I_{10}}{\zeta_{ab}(s)} \zeta_{ab}(s) = I_{10} = \text{const}$ . Этот режим соответствует работе АД с постоянным магнитным потоком, равным потоку в режиме холостого хода.

Функциональную зависимость  $I_1(s)$  для общего случая частотного управления можно представить в виде

$$I_1(s) = I_{10} \sqrt{\frac{1 + (s\omega_1 L_2 / r_2)^2}{1 + (s\omega_1 L_{2\sigma} / r_2)^2}},$$

т.е. в этом случае управление током статора нужно осуществлять в функции скольжения, а точнее, в функции частоты ротора, т.к.  $s\omega_1 = \omega_2$ .

Из схемы замещения рис. 1.35 ток ротора можно определить как

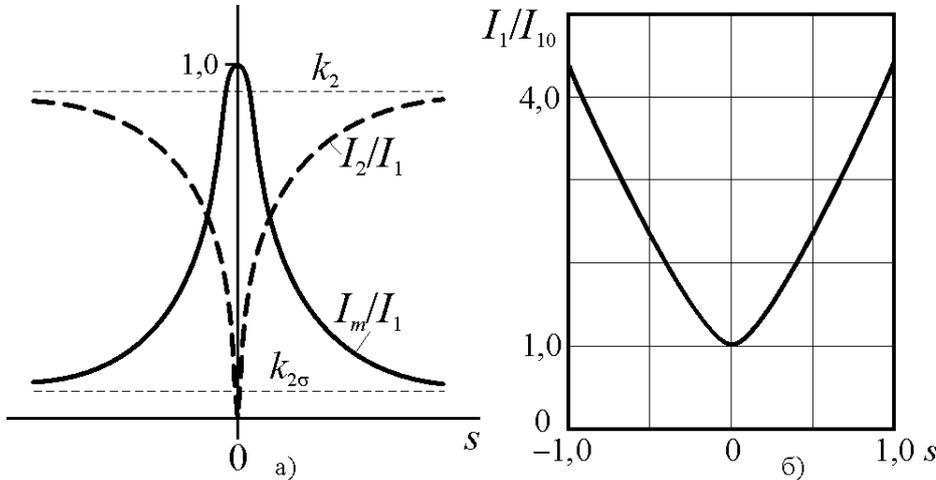


Рис. 1.36. Зависимость токов намагничивания и ротора от скольжения (а) и тока статора при постоянном основном магнитном потоке

$$I_2 = \frac{U_{ab}}{\sqrt{(r_2/s)^2 + x_{2\sigma}^2}} = \frac{I_1 z_{ab} s}{r_2 \sqrt{1 + (s\omega_1 L_{2\sigma}/r_2)^2}} = I_1 \frac{s\omega_1 L_m}{r_2 \sqrt{1 + (s\omega_1 L_2/r_2)^2}} \xrightarrow{s \rightarrow \pm\infty} I_1 k_2.$$

Характер изменения тока ротора показан на рис. 1.30 а). В режиме холостого хода он равен нулю, а с увеличением скольжения монотонно стремится к значению  $I_1 k_2$ , где  $k_2 = L_m / L_2$  – коэффициент электромагнитной связи ротора.

Таким образом, при питании АД от источника тока с изменением нагрузки происходит перераспределение тока между ветвями намагничивания и ротора. При этом в отличие от режима питания от источника ЭДС, электромеханические характеристики монотонны и симметричны относительно точки холостого хода.

#### 1.2.4.2 Электромагнитный момент

Определим электромагнитный момент АД, воспользовавшись векторным представлением токов намагничивания и ротора\*

$$m = \frac{m_1}{2} z_p L_m |\mathbf{i}_2 \times \mathbf{i}_1| = \frac{m_1}{2} z_p L_m |\mathbf{i}_2 \times (\mathbf{i}_m - \mathbf{i}_2)| = \frac{m_1}{2} z_p L_m |\mathbf{i}_2 \times \mathbf{i}_m| = \frac{m_1}{2} z_p L_m I_{2\max} I_{m\max} \sin \psi,$$

где  $m_1$  – число фаз статора;  $z_p$  – число пар полюсов;  $\mathbf{i}_2$  и  $\mathbf{i}_m$  – пространственные векторы токов ротора и намагничивания;  $I_{2\max}$  и  $I_{m\max}$  – их модули или амплитуды, а  $\sin \psi$  – угол между векторами (рис. 1.37). Но  $\psi + \varphi_2 = \pi/2 \Rightarrow \sin \psi = \cos \varphi_2$ . Учитывая это равенство и переходя к действующим значениям, получим

$$m = \frac{m_1}{2} z_p L_m I_{m\max} I_{2\max} \cos \varphi_2 = m_1 z_p L_m I_m I_{2a},$$

\* См. таблицу 1.1 раздела 1.1.4.

где  $I_{2a}$  – активная составляющая тока ротора. Найти эту составляющую не составляет труда, пользуясь схемой замещения рис. 1.25 –

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{ab}}{r_2/s + jx_{2\sigma}} \Rightarrow I_{2a} = \frac{U_{ab}s}{r_2\sqrt{1 + (s\omega_1 L_{2\sigma}/r_2)^2}} = I_1 \frac{z_{ab}s}{r_2\sqrt{1 + (s\omega_1 L_{2\sigma}/r_2)^2}}.$$

Тогда, с учетом  $I_m = I_1 z_{ab} / x_m$ , электромагнитный момент АД будет равен –

$$m = M_k \mu, \quad (1.56)$$

где  $M_k = \frac{m_1}{2} z_p \frac{L_m^2}{L_2} I_1^2$  – критический момент,  $\mu = \frac{2}{\frac{s_k}{s} + \frac{s}{s_k}}$  – относительное значение

момента, а  $s_k = \pm \frac{r_2}{x_2}$  – критическое скольжение.

Нетрудно заметить, что выражение (1.56) представляет собой формулу Клосса, но в отличие от режима питания источником ЭДС, в ней отсутствуют элементы  $as_k = r_1 s_k / r_2$ . Это вполне объяснимо, т.к. питание от источника тока исключает влияние на процессы в АД падения напряжения в цепи статора ( $r_1 + jx_{1\sigma}$ ) и в этом смысле эквивалентно условию  $r_1 = x_{1\sigma} = 0$ . Как следствие этого, критические моменты при токовом питании в двигательном и генераторном режимах одинаковы (сплошная линия на рис. 1.38) и вся механическая характеристика симметрична относительно точки холостого хода. Сравнивая критические моменты в двигательном режиме при двух видах питания и полагая, что ток статора равен номинальному, получим для их отношения

$$\frac{M_{kU}}{M_{kI}} = \frac{U_{1ном}^2}{I_{1ном}^2} \cdot \frac{L_2}{L_m^2 \omega_{1ном}^2 L_k} = 3 \dots 1.$$

Сопоставляя аналогично критические скольжения, получим

$$\frac{s_{kU}}{s_{kI}} = \frac{x_2}{\sqrt{r_1^2 + x_k^2}} = 3 \dots 20.$$

При питании от источника тока АД развивает при прочих равных условиях больший электромагнитный момент, чем в случае питания от источника ЭДС. Для получения представления о количественном

соотношении положим  $I_1 = I_{1ном} \approx I_2$ ;  $s = s_{ном}$  и сопоставим критический момент  $M_{kI}$  с моментом  $M_{ном}$ , соответствующим номинальному скольжению при питании от источника ЭДС. Тогда для двигателей мощностью от 1 до 90 кВт получим

$$\frac{M_{kI}}{M_{ном}} = \frac{s_{ном} \omega_{1ном} L_m^2}{r_2 x_2} = 1,3 \dots 4,5.$$

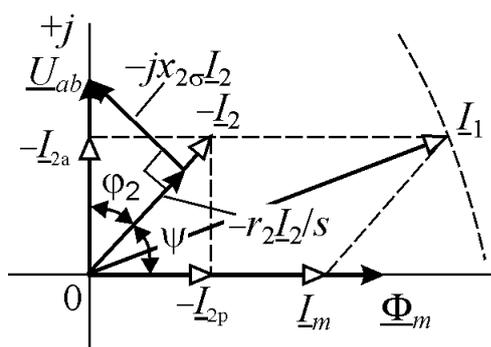


Рис. 1.37. Векторная диаграмма АД при токовом управлении

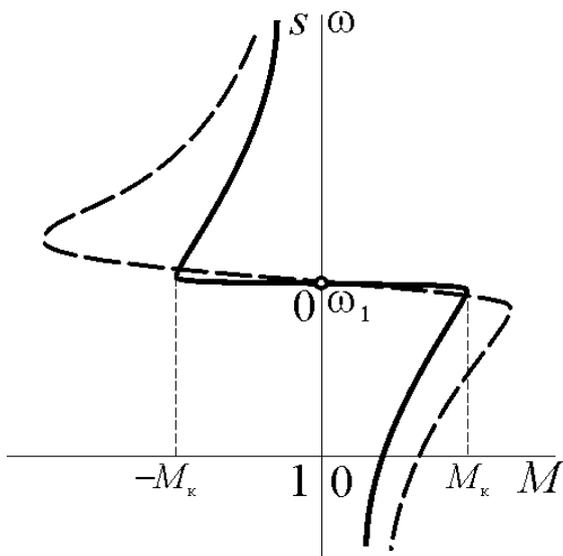


Рис. 1.38. Механические характеристики АД при питании от источника ЭДС (---) и от источника тока (—).

На самом деле это отношение будет большим, т.к. номинальный момент здесь рассчитывается по значению тока ротора при условии приближенного равенства  $I_2 \approx I_{1\text{ном}}$ , в то время как  $I_2 < I_{1\text{ном}}$ . Способность АД развивать больший момент при питании от источника тока широко используется, например, для разгона гиродвигателей.

Проанализируем теперь влияние частоты источника питания на механическую характеристику АД. В соответствии с (1.49) эта характеристика полностью определяется двумя параметрами – критическим моментом  $M_k$  и скольжением  $s_k$ . Величина критического момента не зависит от частоты, а критическое скольжение можно представить в виде

$$s_k = \pm \frac{r_2}{x_2} = \pm \frac{r_2}{\omega_1 L_2} = \pm \frac{1}{\omega_1 T_2} = \pm \frac{\omega_{2к}}{\omega_1} = \pm \frac{\omega_{2к} \omega_{1\text{ном}}}{\omega_1 \omega_{1\text{ном}}} = \pm \beta_k / \alpha.$$

Но, т.к.  $T_2 = L_2 / r_2 = \text{const}$ , то частота ротора соответствующая критическому скольжению будет постоянной  $\omega_{2к} = 1/T_2 = \text{const} = \omega_1 - \omega_k$ . Постоянным будет и абсолютное критическое скольжение  $\beta_k = \omega_{2к} / \omega_{1\text{ном}} = 1/(\omega_{1\text{ном}} T_2) = \text{const} = s_k \alpha$ . Поэтому при изменении частоты питания  $\omega_1$  механические характеристики будут просто смещаться параллельно естественной характеристике (рис. 1.39).

Предельный случай снижения частоты питания с сохранением перегрузочной способности двигателя показан на рис. 1.39. Он соответствует равенству пускового и критического моментов ( $M_{п} = M_k$ ) или условию  $\omega_1 = \omega_{2к}$ , т.к. при дальнейшем смещении характеристики вниз её рабочий участок и запас устойчивости уменьшаются, будучи ограничены пусковым моментом. Тогда диапазон регулирования скорости вращения составит

$$D = \frac{\omega_{1\text{ном}}}{\omega_{2к}} = \omega_{1\text{ном}} T_2 = 1/\beta_k,$$

и будет существенно больше, чем при питании от источника ЭДС. В реальной машине это значение несколько меньше, т.к. на него влияют насыщение магнитопровода, вызывающее уменьшение  $L_m$  и, следовательно,  $L_2$ , а также нагрев обмотки ротора, приводящий к увеличению  $r_2$ .

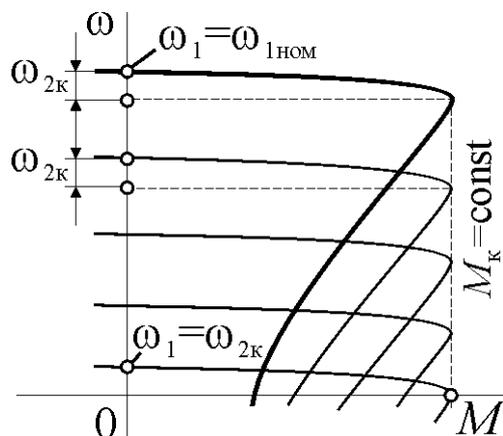


Рис. 1.39. Механические характеристики АД при частотно-токовом управлении

### 1.2.5 Динамические характеристики АД при питании от источника тока.

Основой для анализа динамических свойств АД может быть векторное уравнение ротора в синхронной системе координат  $xу$  (1.35 б), если в нем ток ротора представить через ток статора  $\mathbf{i}_2 = (\Psi_2 - L_m \mathbf{i}_1) / L_2$ . Запишем это уравнение в форме Коши

$$\frac{d\Psi_2}{dt} = \frac{1}{T_2} (\mathbf{i}_1 L_m - \Psi_2 - j\omega_2 T_2 \Psi_2)$$

и выделим проекции векторов, при условии совмещения оси  $x$  системы координат с вектором  $\mathbf{i}_1$ . Тогда получим

$$\frac{d\Psi_{2x}}{dt} = \frac{1}{T_2} (i_{1x} L_m - \Psi_{2x} + \omega_2 T_2 \Psi_{2y}); \quad \frac{d\Psi_{2y}}{dt} = \frac{1}{T_2} (i_{1y} L_m - \Psi_{2y} - \omega_2 T_2 \Psi_{2x}) \quad (1.57)$$

$$m = \frac{3}{2} z_p \frac{L_m}{L_2} |\Psi_2 \times \mathbf{i}_1| = \frac{3}{2} z_p \frac{L_m}{L_2} (\Psi_{2x} i_{1y} - \Psi_{2y} i_{1x}) \quad (1.58)$$

Структурная схема, соответствующая уравнениям (1.57) и (1.58) совместно с уравнением движения  $m - m_c = J d\Omega / dt$ , представлена на рис. 1.40. Она имеет два входа управления координатами тока статора  $i_{1x}$  и  $i_{1y}$ , а также вход задания частоты статора  $\omega_1$ . Однако при анализе тока намагничивания было отмечено, что нормальная работа двигателя возможна только при введении функциональной связи между каналом управления током и скольжением или скоростью вращения. Модель позволяет исследовать электромагнитные и электромеханические процессы в двигателе в приводах со скалярным и векторным управлением током статора.

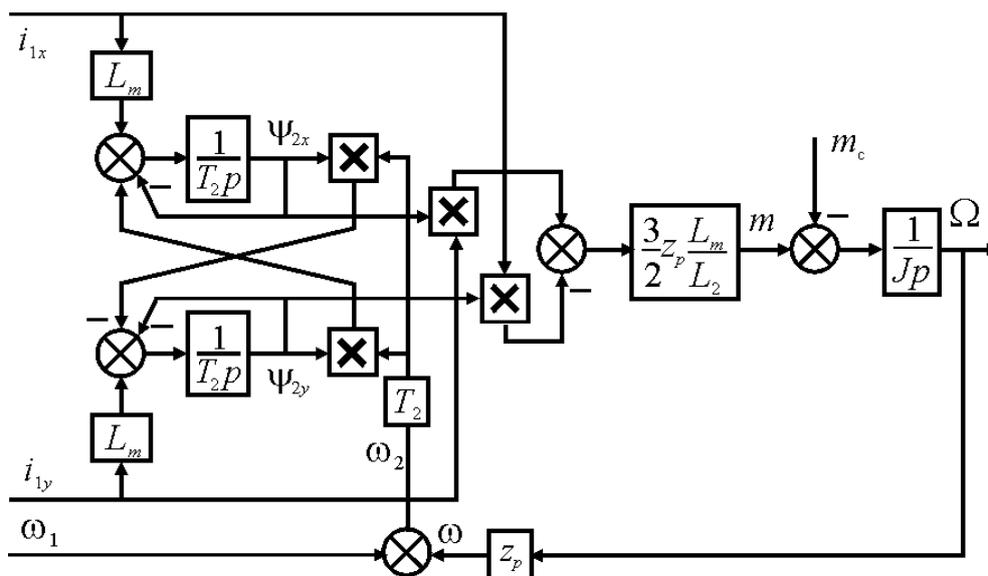


Рис. 1.40. Структурная схема АД при частотно-токовом управлении

Совместим ось  $x$  системы координат с вектором тока  $(i_{1x} = I_{1m}; i_{1y} = 0)$  и, заменив производную в (1.57) оператором Лапласа, представим уравнения (1.57) и

(1.58) в виде

$$\Psi_{2x}(1 + T_2 p) - \Psi_{2y} \omega_2 T_2 = I_{1m} L_m; \quad \Psi_{2y}(1 + T_2 p) + \Psi_{2x} \omega_2 T_2 = 0$$

$$m = \frac{3}{2} z_p \frac{L_m}{L_2} |\Psi_2 \times \mathbf{i}_1| = \frac{3}{2} z_p \frac{L_m}{L_2} (-\Psi_{2y} i_{1x}). \quad (1.59)$$

Отсюда

$$-\Psi_{2y} = \frac{L_m I_{1m}}{(1 + T_2 p) \left[ \frac{1 + T_2 p}{\omega_2 T_2} \right] + \omega_2 T_2}.$$

Подставляя это выражение в уравнение момента (1.59), получим уравнение динамической механической характеристики

$$m = \frac{2M_k}{(1 + T_2 p) \left[ \frac{s_k}{\beta} (1 + T_2 p) \right] + \frac{\beta}{s_k}}, \quad (1.60)$$

где  $M_k = \frac{3}{2} z_p \frac{L_m^2}{L_2} I_1^2$  – критический момент;  $\beta = \omega_2 / \omega_{1ном}$  – относительная частота ротора или абсолютное скольжение, а  $s_k = r_2 / x_{2ном}$  – критическое скольжение при номинальной частоте статора. При  $p = 0$  выражение (1.60) преобразуется в уравнение статической характеристики АД при

токовом управлении (1.56).

Уравнение (1.60) формально идентично уравнению (1.47) для динамической механической характеристики АД при питании от источника ЭДС. Поэтому с ним можно проделать аналогичные преобразования и получить линейризованную механическую характеристику и передаточную функцию динамической жесткости в виде

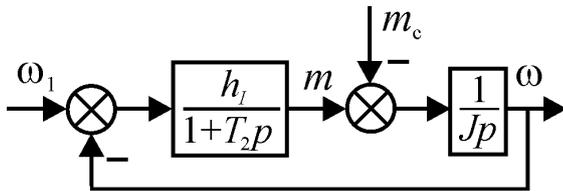


Рис. 1.41. Структурная схема асинхронного привода с одномассовой нагрузкой и линейризованной механической характеристикой двигателя

$$m = \frac{h_I (\omega_1 - \omega)}{1 + T_2 p}; \quad h_d(p) = \frac{m(p)}{\omega(p)} = -\frac{h_I}{1 + T_2 p},$$

где  $h_I = \frac{2M_k}{\omega_{1ном} s_k} = 2M_k T_2$  – модуль жесткости линейризованной механической ха-

рактеристики. Жесткость этой характеристики существенно выше, чем характери-

стики АД с источником ЭДС (1.37). Их отношение составляет  $\frac{h_I}{h_U} = \frac{M_{кI} T_2}{M_{кU} T_2'} = 1 \dots 20$ . Однако инерционность привода питающегося от источника

тока во много раз больше, т.к.  $T_2 / T_2' = 3 \dots 20$ . В абсолютном исчислении постоянная времени ротора составляет  $0,15 \dots 1,5$  с, причём, большие значения относятся к двигателям большей мощности.

## 2. Преобразователи частоты для асинхронного электропривода

### 2.1 Основные типы преобразователей

Большая часть приводов переменного тока питается от промышленной трехфазной сети с постоянным напряжением и частотой. Однако для управления приводом необходимо иметь возможность регулировать эти параметры, поэтому АД подключается к сети через устройство, называемое преобразователем частоты (ПЧ). Оно может быть построено на различных принципах, но в последние десятилетия в качестве ПЧ используются исключительно полупроводниковые устройства, у которых выходное напряжение или ток представляют собой периодическую последовательность импульсов с заданными параметрами основной гармонической составляющей. Формирование импульсов осуществляется полупроводниковыми ключами преобразователя.

Если выходное напряжение формируется из синусоидальных напряжений питающей сети путём непосредственного подключения к ней обмоток двигателя по определённому алгоритму, то такой преобразователь относится к типу преобразователей частоты с непосредственной связью (НПЧ). Основными достоинствами НПЧ являются высокий КПД преобразователя и возможность рекуперации энергии в тормозных и переходных режимах привода. К недостаткам следует отнести плохой спектральный состав выходного напряжения и тока, а также малый диапазон регулирования частоты, что обусловлено низкой предельно возможной частотой коммутации ключей, которая определяется схемой силовой части преобразователя и способом коммутации. Преобразователи этого типа используются в основном в приводах большой мощности, и не представляют интереса для высококачественных приводов опико-механических систем.

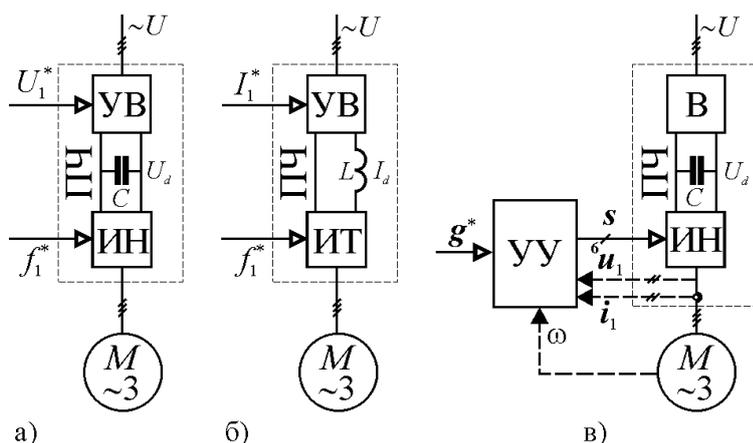


Рис. 2.1. Функциональные схемы преобразователей частоты

Для получения широкого диапазона регулирования частоты переменное входное напряжение с помощью управляемого (УВ) или неуправляемого выпрямителя (В) предварительно преобразуют в постоянное ( $U_d, I_d$ ), а затем инвертором напряжения (ИН) или тока (ИТ) осуществляется обратное преобразование (рис. 2.1). Управляемые выпрямители в ПЧ выполняют функцию регулирования выходного напряжения или тока, а инверторы – регулирования выходной частоты (рис.2.1 а и б). Мало количество ключей УВ не позволяет получить высокое быстродействие канала регулирования напряжения, поэтому такие ПЧ используются в приводах низкого качества.

Преобразователи частоты для современных приводов оптико-механических систем среднего и высокого качества строятся по схеме рис. 2.1 в), т.е. с неуправляемым выпрямителем, когда все функции регулирования выполняет инвертор напряжения (ИН). Здесь вектор сигнала задания  $g^*$  преобразуется устройством управления (УУ) в вектор сигналов управления ключами инвертора напряжения  $s$ . В высококачественных приводах для управления инвертором используют информацию о текущих значениях напряжений  $u$  и токов  $i$ , а также о скорости вращения  $\omega$ .

## 2.2 Регулирование напряжения и частоты инвертором

### 2.2.1. Понятие базового вектора

Инвертор напряжения представляет собой шесть полностью управляемых электронных ключей ( $S_1 \dots S_6$  рис. 2.2 а), соединённых в три пары:  $S_1 S_2$ ,  $S_3 S_4$  и  $S_5 S_6$ , называемые полумостами. Общее количество возможных состояний ключей равно  $2^6 = 64$ . Однако ключи полумостов не могут одновременно находиться в одинаковом состоянии, т.к. при этом будет возникать либо короткое замыкание источника питания, либо обрыв фаз двигателя. Поэтому их коммутация должна производиться в противофазе и состояние каждого полумоста можно описать логической функцией или двоичным числом. Тогда количество возможных состояний инвертора уменьшится до восьми ( $2^3 = 8$ ). Условимся в дальнейшем замкнутое состояние нечётных ключей считать единичным, а состояние инвертора описывать трёхразрядным двоичным кодом, где старший, средний и младший раз-

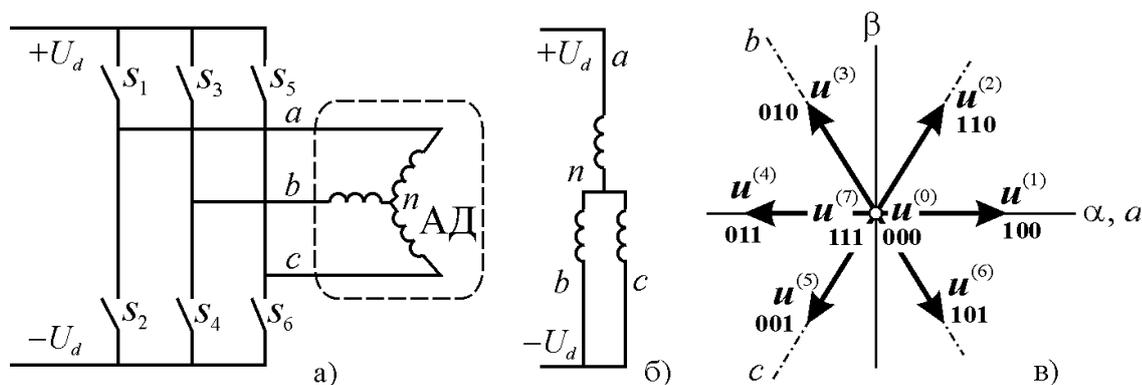


Рис. 2.2. Функциональная схема инвертора напряжения.

ряд соответствуют состоянию полумостов фаз  $a$ ,  $b$  и  $c$ . Например, код [110] будет означать замкнутое состояние ключей 1, 3 и 6 на схеме рис. 2.2 а).

Для исключения токов нулевой последовательности питание АД обычно осуществляется по схеме без нулевого провода. Это приводит к тому, что коммутация любого из ключей вызывает изменение напряжения на всех обмотках. Учесть эту связь можно, если представить выходное напряжение инвертора пространственным вектором в неподвижной системе координат фазных обмоток статора АД.

Состояния [000] и [111] соответствуют короткому замыканию обмоток статора верхними (нечётными) или нижними (чётными) ключами. При этом все фазные напряжения будут равны нулю. Нулевыми будут и векторы, представляющие эти состояния –  $\mathbf{u}^{(0)} = \mathbf{u}^{(7)} = \mathbf{0}$ .

Любое другое состояние ключей создаёт последовательно-параллельное соединение обмоток статора двигателя и в статическом режиме распределяет падение напряжения на них в соотношении  $1/2$ . Например, для приведённого на рис. 2.2 б) состояния [100] фазное напряжение  $u_a = u_{an} = 2U_d/3$ , а напряжения  $u_b = u_{bn} = u_c = u_{cn} = U_d/3$ . Представим это состояние вектором  $\mathbf{u}^{(1)}$ , проекции которого на фазные оси будут равны соответствующим напряжениям

$$\mathbf{u}^{(1)} = \frac{2}{3}(u_a + \mathbf{a}u_b + \mathbf{a}^2u_c) = U_v e^{j\delta}$$

$$\Downarrow$$

$$|\mathbf{u}^{(1)}| = U_v = \frac{2}{3} \left[ \frac{2}{3}U_d - \frac{1}{3}U_d \left( -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) - \frac{1}{3}U_d \left( -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right] = \frac{2}{3}U_d$$

$$\delta = 0$$

Проделав аналогичные вычисления для остальных пяти состояний 2...6, мы получим общее выражение для всех ненулевых векторов

$$\mathbf{u}^{(k)} = U_v e^{j\pi(k-1)/3} = \frac{2}{3}U_d e^{j\pi(k-1)/3} \quad (2.1)$$

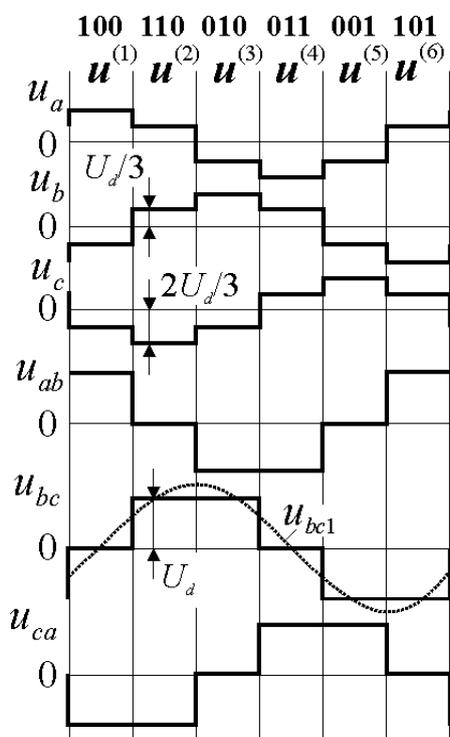


Рис. 2.3. Напряжения инвертора при шестипульсовой коммутации

Векторы  $\mathbf{u}^{(0)} \dots \mathbf{u}^{(7)}$  называются *базовыми*, а ненулевые базовые векторы  $\mathbf{u}^{(1)} \dots \mathbf{u}^{(6)}$  – активными векторами (рис. 2.2.в).

Если алгоритм работы инвертора построить так, чтобы он с постоянной тактовой частотой последовательно формировал активные базовые векторы, то фазные и линейные напряжения на выходе будут иметь вид, представленный на рис. 2.3. Первая гармоника линейного напряжения при этом будет равна  $U_{\text{л1m}} = 2U_d\sqrt{3}/\pi = 1,103U_d$ , а фазного напряжения  $-U_{\text{ф1m}} = U_{\text{л1m}}/\sqrt{3} = 0,637U_d$ . Несинусоидальность напряжения приводит к несинусоидальности токов и вызывает пульсации электромагнитного момента двигателя, что проявляется в колебаниях скорости вращения, особенно заметных при низких частотах. Это ограничивает диапазон регулирования и значительно увеличивает потери энергии по сравнению с питанием от источника синусоидального напряжения. По-

этому такой алгоритм работы инвертора в приводах оптико-механических систем практически не применяется.

Для улучшения гармонического состава и качества регулирования в ПЧ используют различные виды модуляции.

### 2.2.2. Преобразователи без обратной связи

Преобразователи частоты без обратной связи воспроизводят на выходе напряжение  $u_1(t)$ , среднее значение основной гармоники которого соответствует сигналу задания  $u^*(t)$  (рис. 2.4). Для формирования сигналов управления ключами ИН  $s$  в таких преобразователях используют широтно-импульсный регулятор (ШИР).

#### 2.2.2.1 Широтно-импульсная модуляция

Широтно-импульсная модуляция (ШИМ) широко используется в различных областях техники для импульсного регулирования напряжения или тока в нагрузке. До недавнего времени в ПЧ использовались в основном аналоговые и цифровые широтно-импульсные модуляторы «вертикального» типа, построенные на принципе линейной развёртки (рис. 2.5).

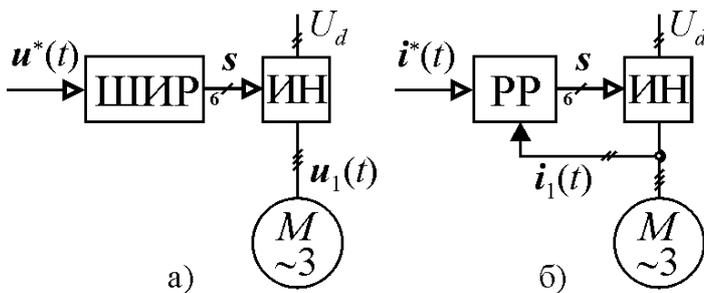


Рис. 2.4. Структура преобразователя частоты без обратной связи (а) и с обратной связью (б)

Этот метод основан на сравнении сигналов задания для каждого фазного напряжения ( $u_a^*, u_b^*, u_c^*$ ) с общим для всех фаз сигналом линейной развёртки  $u_l$  (рис. 2.5). Фазные сигналы вычисляются из вектора задания  $u^*$

разделением на фазные проекции. Коммутационные логические функции полумостов инвертора  $s_a, s_b$  и  $s_c$ , реализуемыми соответствующими компараторами, имеют вид

$$s_q = \begin{cases} 1 \rightarrow u_q > u_l \\ 0 \rightarrow u_q < u_l \end{cases}; q = [a, b, c].$$

На рис. 2.5 в) процесс широтно-импульсной модуляции показан в деталях. В результате ШИМ средние значения фазных напряжений на выходе инвертора в пределах каждого периода модуляции  $T_m$  будут равны средним значениям соответствующих сигналов задания.

В случае, если амплитуда сигналов задания  $u_a^*, u_b^*, u_c^*$  не превышает амплитуду сигнала развёртки  $u_{l\max} = U_d/2$ , ПЧ обладает единичной передаточной функцией по основной гармонике. Следовательно, амплитуда первой гармоники фазного напряжения на выходе инвертора не превышает  $U_d/2$ , а амплитуда линейного напряжения –  $\sqrt{3}U_d/2 \approx 0,866 \cdot U_d$ . Это меньше, чем в случае использо-

вания трёх мостовых инверторов для каждой фазы АД, где амплитуда линейного напряжения может достигать полного напряжения звена постоянного тока  $U_d$ .

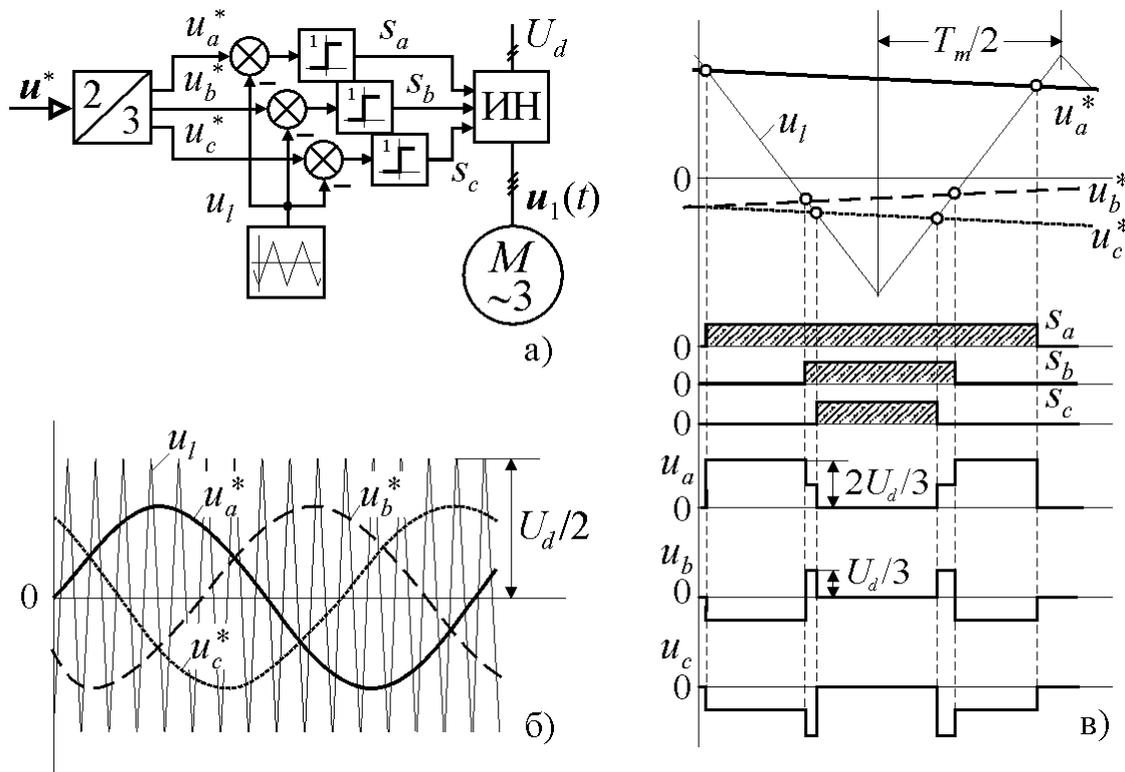


Рис. 2.5. Принцип широтно-импульсной модуляции

Для улучшения использования ПЧ в сигнал задания в дополнение к основной можно включить гармоники нулевой последовательности с таким расчётом, чтобы максимальное значение сигнала было равно  $U_d/2$ . Выполнение этого условия приведёт к увеличению амплитуды первой гармоники в спектре  $U_{am}$  (рис. 2.6). При этом высшие гармоники нулевой последовательности никоим образом не повлияют на годограф вектора напряжения статора, т.к. они исключаются при векторных преобразованиях\*.

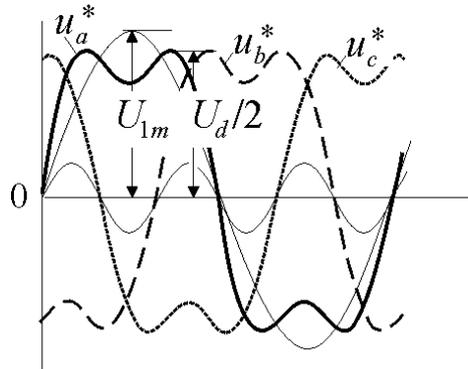


Рис. 2.6. Включение составляющей нулевой последовательности в сигналы задания инвертора

Однако при этом в спектре выходного напряжения появляются также

При отсутствии нулевого провода эти гармоники не вызовут и искажения фазных токов. В качестве примера на рис. 2.6 показаны сигналы задания с включением в них третьей гармоники с амплитудой, равной  $1/4$  амплитуды основной гармоники. Это позволяет увеличить амплитуду основной гармоники в линейных напряжениях до  $0,973 \cdot U_d$ . Ещё больший эффект даёт включение прямоугольных сигналов тройной частоты, которое поднимает амплитуду первой гармоники до напряжения звена постоянного тока  $U_d$ .

\* см. раздел 1.1.1

высшие гармоники прямой и обратной последовательности, ухудшающие работу привода.

Метод ШИМ очень удобен при аппаратной реализации с помощью аналоговых интеграторов и компараторов. С их помощью легко можно получить частоту коммутации в несколько десятков килогерц. При цифровой реализации вместо интегратора, на котором строится генератор развёртки, используются импульсный генератор и счётчик, код которого  $n(t)$  с помощью сумматора сравнивается с цифровым сигналом задания  $u_z^*$  (рис. 2.7).

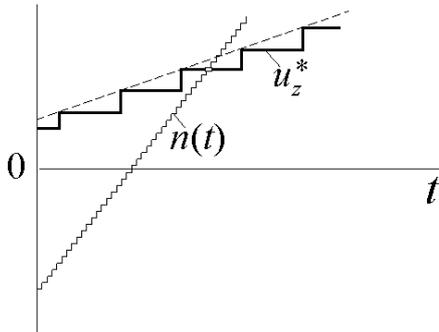


Рис. 2.7. Широтно-импульсная модуляция в цифровой форме

Чтобы не загружать процессор системы управления вычислениями, связанными с формированием сигналов модуляции, эту функцию в ПЧ выполняет специальная микросхема, называемая ШИМ-контроллер. Все крупные современные производители электронных компонентов выпускают изделия этого типа. Они отличаются большим разнообразием характеристик и функциональных возможностей, но реализуют одинаковые принципы широтно-импульсной модуляции.

### 2.2.2.2 Пространственно-векторная модуляция

Метод модуляции базовых векторов, называемый пространственно-векторной модуляцией (ПВМ)<sup>\*</sup> с середины 90-х годов сформировался как самостоятельный метод альтернативный ШИМ и стал использоваться в преобразователях частоты независимо от реализуемого с его помощью принципа управления приводом.

В основе метода ПВМ лежит представление любой точки на плоскости базовых векторов вектором  $\hat{u}$ , равным среднему значению суммы нескольких векторов  $u^{(q)}$ , формируемых в пределах периода модуляции  $T_m$  в течение времени  $t_q$ :

$$\hat{u} = \frac{1}{T_m} \sum u^{(q)} t_q.$$

Очевидно, что такая задача имеет бесконечное множество решений, поэтому её ограничивают, включая в сумму только соседние векторы, образующие сектор, в котором находится вектор  $\hat{u}$ , а также один или оба нулевых вектора. Тогда вектор  $\hat{u}$ , находящийся в  $k$ -м секторе, будет определяться как

$$\begin{aligned} \hat{u} &= U_v \nu e^{j\phi} = \frac{1}{T_m} \left( u^{(k)} t_k + u^{(k+1)} t_{k+1} + u^{(0)} t_0 \right) = \\ &= u^{(k)} \tau_k + u^{(k+1)} \tau_{k+1} = U_v \left( \mathbf{1}^{(k)} \tau_k + \mathbf{1}^{(k+1)} \tau_{k+1} \right) \end{aligned} \quad (2.2)$$

<sup>\*</sup> в англоязычной литературе – *space vector modulation (SVM)*

где:  $v = |\hat{u}| / U_v$  – нормированный модуль вектора  $\hat{u}$ , отнесённый к модулю активных базовых векторов  $U_v = 2U_d / 3$ ;  $\mathbf{1}^{(k)} = \mathbf{u}^{(k)} / U_v = e^{j\pi(k-1)/3}$  – единичный базовый вектор;  $\phi$  – угол между векторами  $\hat{u}$  и  $\mathbf{u}^{(k)} = U_v e^{j[\pi(k-1)/3]}$ ;  $\tau_k = t_k / T_m$ ;  $\tau_{k+1} = t_{k+1} / T_m$ ;  $\tau_0 = t_0 / T_m$  – относительные длительности формирования соответствующих векторов, причём  $\tau_k + \tau_{k+1} + \tau_0 = T_m$ .

Из уравнения (2.2) следует

$$ve^{j\phi} = e^{j\pi(k-1)/3} (\tau_k + e^{j\pi/3} \tau_{k+1}) \quad (2.3)$$

и тогда, полагая  $k=1$  и разделяя вещественную и мнимую часть, получим для первого сектора

$$\tau_1 = v \frac{2}{\sqrt{3}} \sin\left(\frac{\pi}{3} - \phi\right); \quad \tau_2 = v \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \phi; \quad \tau_0 = 1 - \tau_1 - \tau_2. \quad (2.4)$$

Определим максимально возможное значение модуля вектора  $\hat{u}$ . Это равносильно отсутствию нулевого вектора, т.е. условию  $\tau_0 = 0 \rightarrow \tau_1 + \tau_2 = 1$ . Из (2.4) следует

$$v_{\max} \frac{2}{\sqrt{3}} \cos\left(\frac{\pi}{6} - \phi\right) = 1 \Rightarrow v_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cos \phi + \sin \phi}. \quad (2.5)$$

На границах сектора  $\phi = 0 \rightarrow v_{\max} = 1$ ;  $\phi = \pi/3 \rightarrow v_{\max} = 1$ . Тогда с учётом, что  $v_{\max \alpha} = v_{\max} \cos \phi$ ;  $v_{\max \beta} = v_{\max} \sin \phi$ , получим

$$v_{\max \beta} = \sqrt{3}(1 - v_{\max \alpha}). \quad (2.6)$$

Это уравнение прямой линии, проходящей через концы единичных базовых векторов ограничивающих первый сектор. Оно получено из (2.3) исключением оператора поворота  $e^{j\pi(k-1)/3}$ . Поэтому решение можно распространить на другие

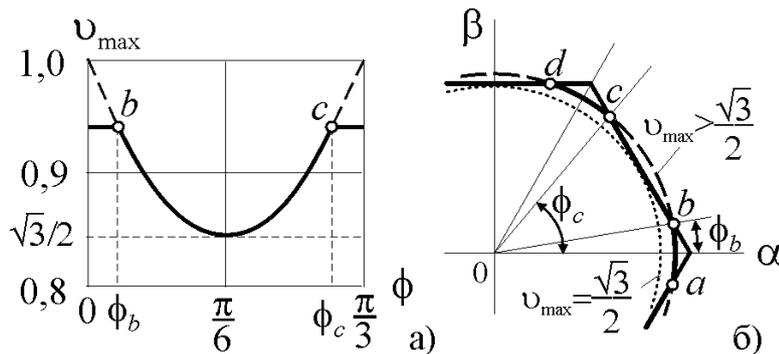


Рис. 2. 8. Границы областей векторов напряжения в линейных и полярных координатах.

секторы плоскости поворотом системы координат на угол  $\pi(k-1)/3$ . В результате мы получим границу возможных значений вектора  $\hat{u}$ , представляющую собой правильный шестиугольник, соединяющий вершины активных базовых векторов (рис. 2.8 б).

Задавшись на плоскости базовых векторов рядом точек,

а затем, последовательно рассчитывая для них значения  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  и  $\tau_0$ , и формируя базовые векторы, можно в пределах граничного шестиугольника реализовать любой годограф вектора напряжения  $\hat{u}(t)$ . В частности он может быть круговым, однако, учитывая, что функция (2.5)  $v_m(\phi)$  имеет минимум при  $\phi = \pi/6$  равный  $\sqrt{3}/2$  (рис. 2.8 а), модуль вектора напряжения с круговым годографом не может

превышать значения  $\sqrt{3}U_v/2 = U_d/\sqrt{3}$ . Это соответствует максимальной амплитуде синусоидального фазного напряжения. Тогда максимально возможная амплитуда линейного напряжения будет равна  $U_d$ , что почти на 15% больше максимальной амплитуды первой гармоники при синусоидальной ШИМ, составляющей  $0,866 \cdot U_d$ , и равно предельному значению ШИМ с включением прямоугольных импульсов. Это свойство является одной из причин широкого применения ПВМ на практике, т.к. позволяет понизить напряжение в звене постоянного тока, снизив тем самым нагрузку на ключи инвертора и требования к конденсаторам фильтра.

Окружность, вписанная в граничный шестиугольник, определяет область линейного преобразования. Однако, кроме этого возможно формирование годографов, выходящих за пределы линейной области. Назовём такую модуляцию нелинейной ПВМ (НПВМ). На рис. 2.8 б) штриховой линией показана траектория вектора, пересекающая шестиугольник в точках *abcd*.

Вне шестиугольника траектория вектора в принципе не может быть сформирована. Поэтому между точками *ab* и *cd* он может быть круговым, а на участке *bc* – линейным. По мере увеличения  $v_m$  величина дуг *ab* и *cd* будет сокращаться, и траектория движения превратится в шестиугольник с некоторой конечной скоростью движения вектора по его сторонам. Эту скорость можно регулировать соотношением длительностей  $\tau_1$  и  $\tau_2$ , и, в конечном счёте, ПВМ преобразуется шестипульсную коммутацию со скачкообразным переходом от одного базового вектора к другому. На рис. 2.9 показан результат постепенного перехода от линейной модуляции (а) к шестипульсовой коммутации (г).

В отличие от ШИМ при векторной модуляции нет отдельных сигналов задания для каждой фазы выходного напряжения инвертора. Сигналом задания равно как аргументом и выходной величиной всех функций является вектор.

Существенное значение при векторной модуляции имеет не только длительность интервалов  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  и  $\tau_0$ , но также последовательность формирования активных и нулевых векторов.

Все возможные алгоритмы коммутации полумостов инвертора можно разделить на несимметричные и симметричные. Несимметричные – это алгоритмы с различным состоянием коммутационных функций в начале и в конце периода модуляции  $T_m$ . На рис. 2.10 они соответствуют алгоритмам I и II. Несимметричные алгоритмы можно реализовать в двух вариантах с противоположным порядком

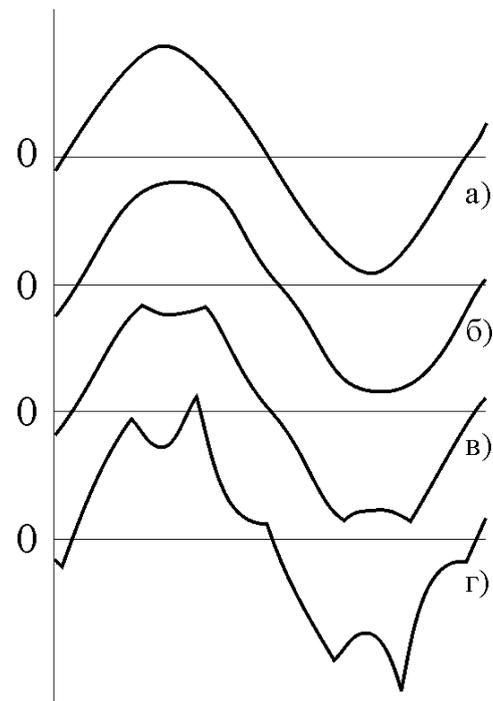


Рис. 2. 9. Фазный ток АД при линейной а) и нелинейной (б-г) ПВМ.

ком следования состояний инвертора (I а и I б на рис. 2.10). Очевидно, что по своим характеристикам эти алгоритмы будут идентичными.

Алгоритм II отличается от I-го алгоритма тем, что в нём используется толь-

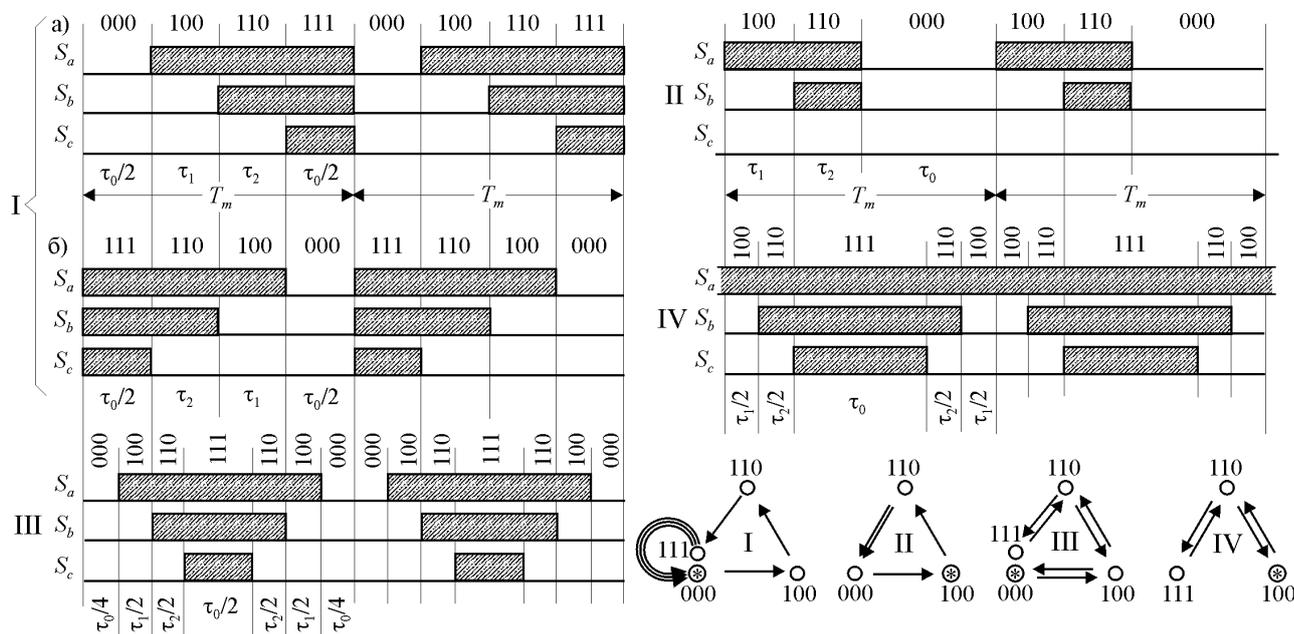


Рис. 2. 10. Коммутационные функции при различных алгоритмах модуляции в первом секторе.

ко один нулевой вектор. Поэтому одна из коммутационных функций ( $S_c$ ) сохраняет постоянное значение. В результате в пределах каждого сектора коммутируют только два полумоста и количество переключений за период модуляции уменьшается с шести до четырёх. Пропорционально уменьшаются и коммутационные потери в ключах.

Симметричные алгоритмы III и IV отличаются друг от друга только использованием нулевых векторов. На рис. 2.10 приведены графы соответствующих алгоритмов для первого сектора. Стрелками на них обозначены отдельные коммутации, а звёздочкой – начальное состояние коммутационных функций. Из рисунка следует, что в симметричных алгоритмах, также как в несимметричных, исключение одного из нулевых векторов уменьшает до минимума число коммутаций. Однако при этом появляется одна дополнительная коммутация при переходе вектора в соседний сектор, т.к. нулевые векторы чередуются в чётных и нечётных секторах.

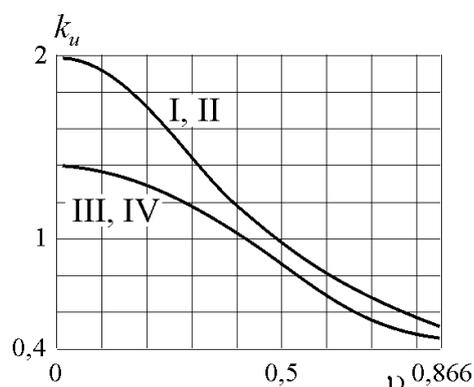
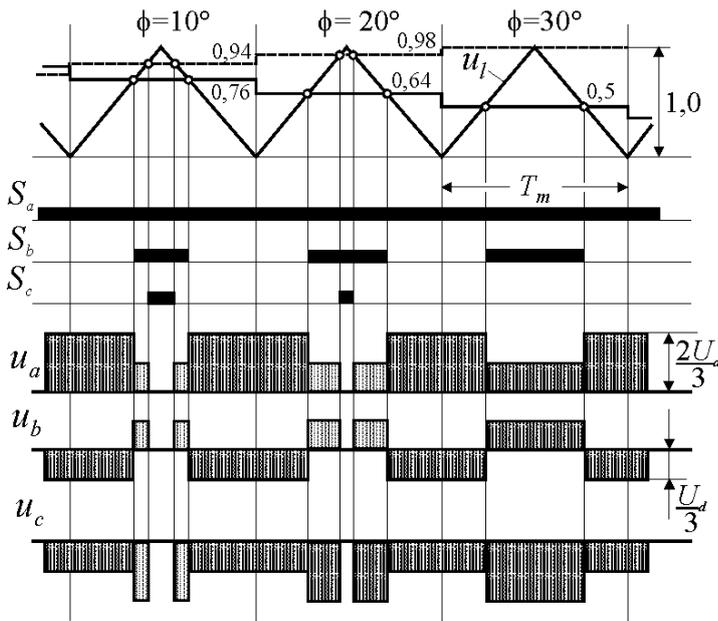


Рис. 2. 11. Коэффициент искажения напряжения при ПВМ.

Ещё одним важным параметром, по которому можно оценить алгоритмы коммутации является коэффициент искажений\*

Ещё одним важным параметром, по которому можно оценить алгоритмы коммутации является коэффициент искажений\*

\* в англоязычной литературе – THD (total harmonic distortion)



$$k_u = \frac{\sqrt{\sum_{q=2}^{\infty} U_q^2}}{U_1}$$

Из рис. 2.11 следует, что по этому показателю симметричные алгоритмы существенно отличаются от несимметричных. Следует заметить, что во всех алгоритмах при уменьшении амплитуды основной гармоники увеличивается коэффициент искажений. Это объясняется тем, что высшие гармоники мало изменяются при изменении модуля вектора  $\hat{u}$ .

Оптимальным гармоническим составом и минимумом коммутационных потерь обладает алгоритм IV-го типа, поэтому именно этот алгоритм реализуется в серийных контроллерах для ПВМ.

На рисунке 2.12 показан алгоритмов работы инвертора при  $v = v_{\max} = \sqrt{3}/2$  с периодом модуляции  $T_m = T_1/36 = 2\pi/(36 \cdot \omega_1)$ . В этом случае  $q$ -му периоду  $T_m$  будет соответствовать угол  $\phi_q = (q-1)\pi/18$ . Тогда в соответствии с (2.4) относительные значения интервалов для 2...4 периодов будут равны  $\tau_1 = [0,76; 0,64; 0,5]$ ,  $\tau_2 = [0,17; 0,34; 0,5]$  и  $\tau_0 = [0,06; 0,02; 0]$ . В реальных контроллерах эти значения рассчитываются с помощью синусных таблиц после захвата значения вектора  $\hat{u}$  в начале периода модуляции, либо с задержкой на один период.

С учётом того, что для IV-го алгоритма коммутационная функция  $S_a$  в первом секторе равна единице, для определения двух других функций через сигнал развёртки  $u_l$  достаточно использовать только  $\tau_1$  и  $\tau_0$ :

$$S_a = 1; S_b = \begin{cases} 1 \rightarrow u_l > \tau_1 \\ 0 \rightarrow u_l < \tau_1 \end{cases}; S_c = \begin{cases} 1 \rightarrow u_l > 1 - \tau_0 \\ 0 \rightarrow u_l < 1 - \tau_0 \end{cases}$$

Очевидно, что здесь, также как при ШИМ, ПВМ-контроллер можно реализовать аппаратно в аналоговой или цифровой форме или, если позволяют ресурсы процессора системы управления приводом, реализовать его программно.

Современные инверторы работают при частотах коммутации 18...20 кГц, что позволяет формировать методом ПВМ в обмотках статора АД напряжения с практически синусоидально изменяющимся средним значением.

### 2.2.2.3 Трёхуровневый инвертор.

В последнее время для управления асинхронными приводами стали использовать инверторы с двойным количеством ключей и, соответственно, более сложным алгоритмом управления. Это позволяет увеличить число формируемых базовых векторов и улучшить тем самым гармонический состав напряжения. Кроме того, в таких инверторах за счёт последовательного соединения снижается напряжение на отдельных ключевых элементах.

Как следует из рис. 2.13, одновременное открытие пары ключей с чётными

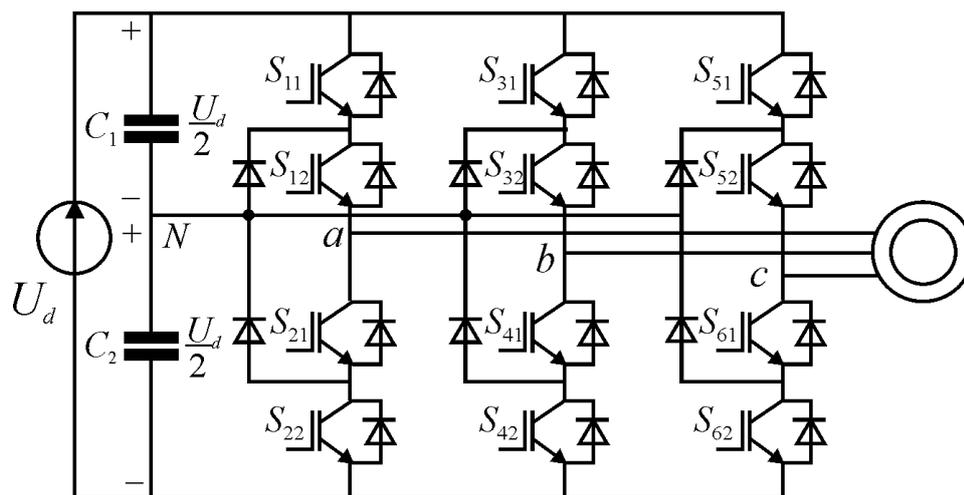


Рис. 2.13. Трёхуровневый инвертор на IGBT ключах

или нечётными первыми индексами эквивалентно коммутации чётных и нечётных ключей обычного инвертора, т.е. при этом обмотка статора подключается соответственно к отрицательной или положительной

шине источника питания. Одновременное открытие пары ключей соединённых со средней точкой полумоста приводит к образованию соединения нагрузки через ключи и дополнительные диоды с нейтральной точкой источника  $N$ .

Таким образом, линейное напряжение нагрузки может принимать три значения:  $\pm U_d$ ;  $\pm U_d / 2$ ;  $0$ . Количество возможных базовых векторов при этом будет равно  $3^3 = 27$ . Однако с учётом того, что некоторые базовые векторы могут быть сформированы несколькими возможными комбинациями состояний ключей, общее количество базовых векторов формируемых трёхуровневым инвертором (ТИН) равно 19.

На рис. 2.14 показаны точки базовых векторов и комбинации состояний при их формировании. Символами «+» и «-» обозначены подключения к соответствующим шинам питания, а символом «0» – подключение к нейтральной точке.

Заданный вектор напряжения  $\hat{u}^*$  формируется из трёх ближайших базовых векторов, образующих треугольный сегмент плоскости. Длительности формирования базовых векторов  $\tau_1, \tau_2$  и  $\tau_3$  можно определить из уравнений:

$$\begin{pmatrix} \hat{u}_\alpha^* \\ \hat{u}_\beta^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{1\alpha} & u_{2\alpha} & u_{3\alpha} \\ u_{1\beta} & u_{2\beta} & u_{3\beta} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{pmatrix},$$

$$\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = 1$$

где индексами  $\alpha$  и  $\beta$  обозначены соответствующие координаты векторов, а цифровыми индексами – координаты базовых векторов сегмента  $123$ . Объединяя эти уравнения, получим

$$\begin{pmatrix} \hat{u}_\alpha^* \\ \hat{u}_\beta^* \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{1\alpha} & u_{2\alpha} & u_{3\alpha} \\ u_{1\beta} & u_{2\beta} & u_{3\beta} \\ \tau_1 & \tau_2 & \tau_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{1\alpha} & u_{2\alpha} & u_{3\alpha} \\ u_{1\beta} & u_{2\beta} & u_{3\beta} \\ \tau_1 & \tau_2 & \tau_3 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} \hat{u}_\alpha^* \\ \hat{u}_\beta^* \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, что модули базовых векторов, расположенных в вершинах внешнего шестиугольника (рис. 2.14), имеют такую же величину, как и в обычном двухуровневом инверторе, а модули векторов в вершинах внутреннего шестиугольника – вдвое меньше. Соответственно, модули векторов, расположенных на сторонах внешнего шестиугольника, в  $\sqrt{3}/2$  раз меньше векторов в его вершинах.

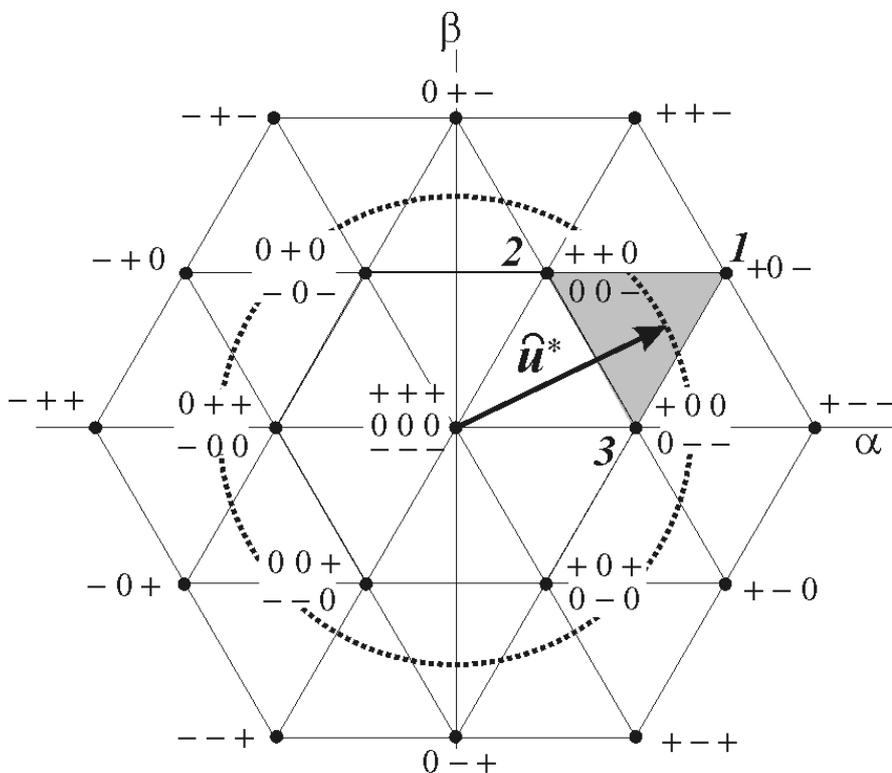


Рис. 2.14. Базовые векторы трёхуровневого инвертора

#### 2.2.2.4 Согласование частот при импульсной модуляции

Дискретный характер выходного напряжения инвертора и способов его формирования создаёт определённые проблемы, связанные с согласованием частоты модуляции и частоты основной гармоники, которые оказывают существенное влияние на работу привода.

Если отношение частоты модуляции к частоте основной гармоники во всём диапазоне регулирования является целым числом, то такая модуляция называется синхронной. При синхронной модуляции спектр выходного напряжения в ста-

тическом режиме является дискретным и содержит кроме основной только высшие гармоники.

В случае если отношение частот не является целым числом, спектр становится непрерывным с включением в него дискретных гармоник, в том числе и имеющих частоту ниже основной или субгармоник. Эти гармоники могут вызывать низкочастотные биения вплоть до потери приводом работоспособности. Непрерывный спектр частот затрудняет также фильтрацию, что создаёт проблемы электромагнитной совместимости с сетью.

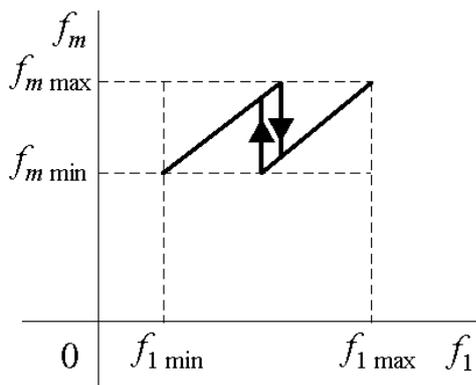


Рис. 2. 15. Согласование частот при синхронной модуляции.

Асинхронная модуляция реализуется при постоянной частоте сигнала развёртки, что значительно упрощает систему управления. При синхронной модуляции частота развёртки должна быть кратной частоте основной гармоники. Однако диапазон регулирования частоты преобразователя, как правило, значительно шире, чем диапазон допустимого изменения частоты модуляции. Например, при частоте модуляции 3 кГц при номинальной выходной частоте в случае снижения её в сто раз коммутация инвертора превратится практически в шестипульсную. Поэтому в приводах с глубоким

регулированием скорости вращения необходимо диапазон изменения частоты модуляции разбить на несколько поддиапазонов, ограниченных сверху и снизу допустимыми величинами. Это вызывает в приводе толчки и изменение спектра гармоник при переходе от одного поддиапазона к другому.

### 2.2.3. Преобразователи с обратной связью

Обратная связь в преобразователях частоты используется для формирования векторов тока или потокосцепления статора.

На рис. 2.16 а) приведена функциональная схема системы формирования тока АД. Она содержит три двухпозиционных релейных регулятора с гистерезисом. Каждый регулятор определяет коммутационную функцию соответствующего полумоста инвертора так, что ошибки формирования фазных токов находятся в пределах величины гистерезиса  $\pm\Delta_i$ . В отечественной литературе этот метод часто называется «токовым коридором». Метод очень прост в реализации и обладает высоким быстродействием, однако ему присущи серьёзные недостатки:

- между контроллерами нет взаимосвязи, поэтому невозможно реализовать какой-либо принцип выбора нулевых векторов, что приводит к увеличению частоты коммутации при малых амплитудах тока;
- при малых скоростях вращения в преобразователе могут возникать автоколебания с предельным циклом на высокой частоте за счёт отсутствия в алгоритме нулевых векторов (рис. 2.16 б);
- ошибка формирования тока может выходить за границы гистерезиса и достигать значения  $2\Delta_i$ , если нулевой вектор будет сформирован в тот

момент, когда вектор противоэдс имеет составляющую, направленную встречно по отношению к активному базовому вектору (рис. 2.16 б);

- нерегулируемая переменная частота коммутации порождает непрерывный спектр гармоник тока с включением в него дискретных субгармонических составляющих, величина которых практически не зависит от амплитуды тока.

Средняя частота коммутации в гистерезисной системе формирования тока представляет собой практически синусоидальную зависимость от нормированного модуля тока

$$\hat{f} = \hat{f}_{\min} + \hat{f}_{\max} \sin(\iota_m \pi) \quad (2.7)$$

где:  $\iota_m = |\hat{i}_1^*| / i_{1\max}$  – модуль заданного вектора тока, отнесённый к максимальному значению тока статора;  $\hat{f}_{\min}, \hat{f}_{\max}$  – минимальное и максимальное среднее значение частоты, зависящее от величины гистерезиса, напряжения в звене постоянного тока, параметров двигателя и режима его работы.

Релейные системы обычно работают при более высоких частотах коммутации, что, ввиду значительных коммутационных потерь, ограничивает их применение приводами малой и средней мощности.

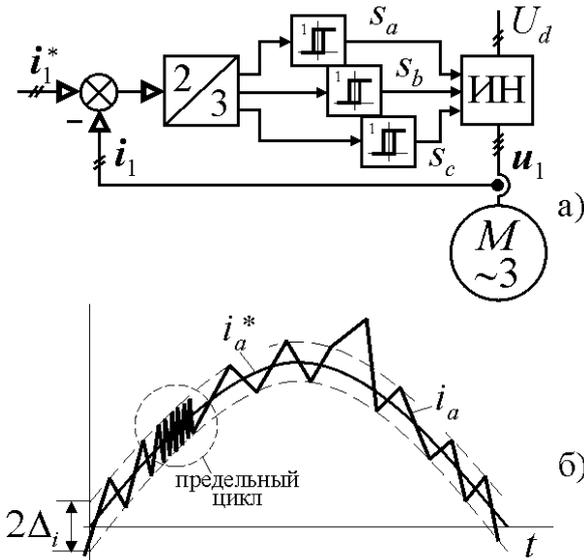


Рис. 2. 16. Релейная система формирования тока статора.

Автоколебания и выход регулируемой величины за пределы границ гистерезиса регуляторов можно исключить дополнительными компараторами и логической обработкой их состояний. За счёт усложнения устройства можно также стабилизировать частоту коммутации, например, управлением величиной гистерезиса в функции обратной (2.7).

Все основные недостатки систем с гистерезисными регуляторами исключаются введением в контур управления ШИМ и ПИ-регулятора, который формирует сигнал задания  $u_1^*$  для ШИМ (рис. 2.17 а).

Для контура регулирования тока противоэдс двигателя является возмущающим воздействием, но она не содержит высших гармоник и поэтому может быть скомпенсирована интегратором

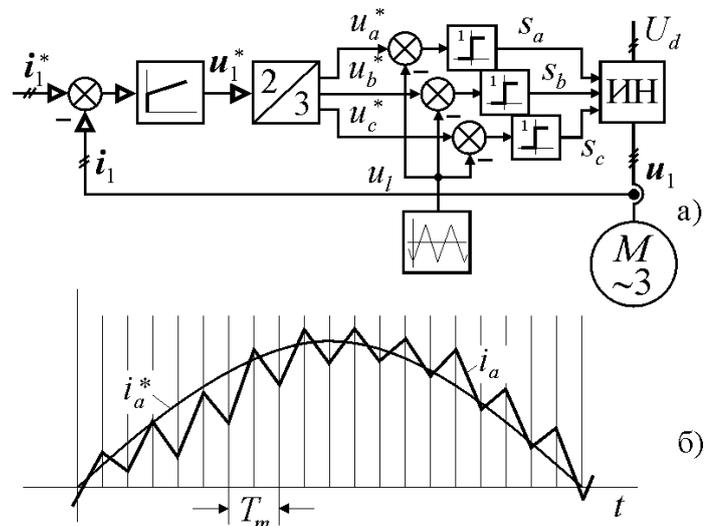


Рис. 2. 17. Формирования тока статора в системе с ШИМ.

регулятора. Однако статическая ошибка формирования тока сохранится. На рис. 2.17 б) показано отклонение тока под влиянием противоэдс.

В ограниченных пределах статическую ошибку можно уменьшить, увеличив пропорциональный коэффициент регулятора, но при этом происходит усиление высших гармоник, что может нарушить работу ШИМ, если скорость изменения сигнала ошибки станет больше скорости изменения сигнала развёртки. Кроме того, ШИМ может войти в зону насыщения, если сигнал задания выйдет за пределы сигнала развёртки.

Существенным достоинством системы с ШИМ является то, что её спектр тока практически линейчатый. Он состоит, кроме основной гармоники, из гармоник кратных частоте модуляции и не содержит субгармонических составляющих. Это позволяет в случае необходимости легко реализовать фильтрацию и решить значительную часть проблем электромагнитной совместимости.

### 3. Частотное управление асинхронным приводом

#### 3.1. Модульное управление

До середины 70-х годов прошлого столетия модульное или скалярное частотное управление было основным видом управления, используемым в асинхронном электроприводе оптико-механических систем. Но и в настоящее время, несмотря на конкуренцию с векторными способами управления, оно довольно широко распространено, т.к. позволяет решать многие технические задачи проще и эффективнее. Это относится в первую очередь к приводам с малым диапазоном регулирования и низкими требованиями к динамике. Термин модульное управление связан с тем, что оно базируется на изменении модулей величин, определяющих электромагнитный момент АД (частоты, напряжения, токов и магнитных потоков). Физической основой модульных способов управления являются электромагнитные процессы в АД, возникающие при изменении этих величин.

##### 3.1.1 Влияние частоты питания на электромагнитные процессы в АД.

Изучение влияния изменения частоты питания начнем с электромагнитных процессов в АД. Для этого запишем векторное уравнение цепи статора АД (1.20) в неподвижной системе координат  $\alpha\beta$ , опуская индекс системы:

$$\mathbf{u}_1 = r_1 \mathbf{i}_1 + \frac{d\boldsymbol{\psi}_1}{dt} \quad (3.1)$$

Далее представим полное потокосцепление статора  $\boldsymbol{\psi}_1$  в виде суммы потокосцепления рассеяния и основного потокосцепления  $\boldsymbol{\psi}_1 = \boldsymbol{\psi}_{1\sigma} + \boldsymbol{\psi}_m$ . Потокосцепление рассеяния создается током статора и его можно представить как  $\boldsymbol{\psi}_{1\sigma} = L_{1\sigma} \mathbf{i}_1$ . Подставляя эти выражения в (3.1), получим

$$\mathbf{u}_1 = r_1 \mathbf{i}_1 + L_{1\sigma} \frac{d\mathbf{i}_1}{dt} + \frac{d\boldsymbol{\psi}_m}{dt}. \quad (3.2)$$

Векторное уравнение (3.2) не содержит ЭДС вращения, поэтому уравнение фазного напряжения будет иметь точно такой же вид и в символической форме его можно записать в виде

$$\underline{U}_{1m} = r_1 \underline{I}_{1m} + j\omega_1 L_{1\sigma} \underline{I}_{1m} + j\omega_1 w_{1\varphi} \underline{\Phi}_m.$$

Здесь потокосцепление  $\underline{\psi}_m$  представлено через эффективное число витков обмотки статора  $w_{1\varphi}$  и комплексную амплитуду основного магнитного потока  $\underline{\Phi}_m$ , а множители  $j\omega_1$  соответствуют операции дифференцирования в уравнении (3.2). Отсюда комплексная амплитуда потока

$$\underline{\Phi}_m = \frac{-j}{2\pi w_{1\varphi}} \left( \frac{\underline{U}_{1m}}{f_1} - \frac{r_1}{f_1} \underline{I}_{1m} - j2\pi L_{1\sigma} \underline{I}_{1m} \right). \quad (3.3)$$

Если принять  $r_1 \approx 0$ ;  $L_{1\sigma} \approx 0$ , то амплитуда основного магнитного потока будет равна  $\Phi_m = \frac{1}{\sqrt{2\pi w_{1\varphi}}} \left( \frac{U_1}{f_1} \right) = c_\Phi \frac{U_1}{f_1}$ , т.е. будет определяться соотношением  $U_1 / f_1$ , которое в АД выполняет функцию аналогичную току возбуждения двигателя постоянного тока (ДПТ). Поэтому для поддержания постоянного основного магнитного потока при изменении частоты питания АД необходимо одновременно изменять напряжение питания.

Активное сопротивление обмотки статора  $r_1$  обычно относительно невелико, но всё же имеет конечную величину. Поэтому второе слагаемое в (3.3) при уменьшении частоты увеличивается, снижая основной поток АД. Это снижение пропорционально также величине тока статора и увеличивается по мере увеличения нагрузки АД. Его можно компенсировать соответствующим увеличением напряжения  $U_1$ , однако, при любых конечных значениях  $r_1$  и  $I_1$ , если  $f_1 \rightarrow 0$ , то величина магнитного потока также снижается до нуля.

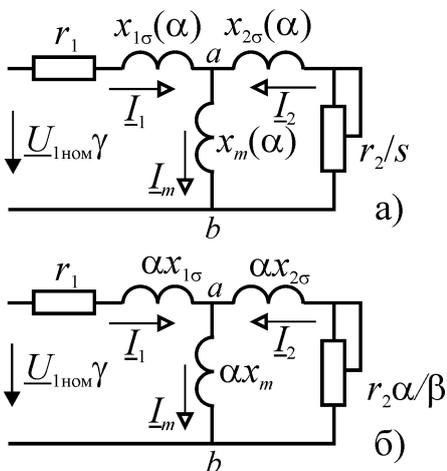


Рис. 3.1. Схема замещения АД при частотном управлении

Величина третьего слагаемого в уравнении (3.3) определяется индуктивностью рассеяния и током статора. По мере роста нагрузки это слагаемое также увеличивается и снижает магнитный поток, однако, в отличие от снижения, вызванного падением напряжения на  $r_1$ , влияние нагрузки здесь проявляется на всех частотах одинаково.

Введем относительные величины: частоту статора  $\alpha = \frac{\omega_1}{\omega_{1ном}} = \frac{f_1}{f_{1ном}}$ , частоту ротора  $\beta = \frac{\omega_2}{\omega_{1ном}} = \frac{\omega_1 - \omega}{\omega_{1ном}} = \frac{f_2}{f_{1ном}}$  и напряжение статора

$\gamma = \frac{U_1}{U_{1\text{НОМ}}}$ . Тогда уравнения цепей статора и ротора, а также схему замещения АД

в статическом режиме можно представить так, как показано на рис. 2.1 а, где –

$$x_{1\sigma}(\alpha) = \omega_1 L_{1\sigma} = \alpha \omega_{1\text{НОМ}} L_{1\sigma} = \alpha x_{1\sigma}; \quad x_{2\sigma}(\alpha) = \omega_1 L_{2\sigma} = \alpha \omega_{1\text{НОМ}} L_{2\sigma} = \alpha x_{2\sigma};$$

$$x_m(\alpha) = \omega_1 L_m = \alpha \omega_{1\text{НОМ}} L_m = \alpha x_m; \quad s = \frac{\omega_1 - \omega}{\omega_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\omega_2 \cdot \omega_{1\text{НОМ}}}{\omega_1 \cdot \omega_{1\text{НОМ}}} = \frac{\beta}{\alpha}$$

Используя эти выражения, преобразуем схему замещения к виду рис. 3.1 б, где все параметры АД соответствуют номинальной частоте питания.

Эта схема наглядно иллюстрирует рассмотренные выше изменения основного магнитного потока при изменении частоты. При уменьшении частоты все сопротивления схемы замещения, кроме  $r_1$ , будут уменьшаться и входное напряжение перераспределяться между  $r_1$  и всей остальной частью цепи так, что  $\underline{U}_{r_1} \xrightarrow{\alpha \rightarrow 0} \underline{U}_1$  и  $\underline{U}_{ab} = \xrightarrow{\alpha \rightarrow 0} 0 \Rightarrow \underline{\Phi}_m \xrightarrow{\alpha \rightarrow 0} 0$ .

Нетрудно заметить, что относительная частота ротора  $\beta$  в схеме замещения рис. 3.1 выполняет функцию скольжения  $s$  при номинальной частоте питания. При переменной частоте скольжение  $s$  не может служить параметром, однозначно определяющим режим двигателя, т.к. оно зависит от  $\alpha$ , поэтому в теории частотного управления относительная частота ротора  $\beta$  в соответствии с выполняемой функцией часто называется *абсолютным скольжением*.

Пользуясь схемой замещения рис. 3.1, можно определить зависимости всех величин ( $E_1 = U_{ab}$ ,  $\Phi$ ,  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_m$ ,  $M$ ) от относительных переменных  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\varphi$ ,  $\iota$ .

Таблица 3.1

Величина	Регулируемый параметр		
	Напряжение статора $\gamma$	Магнитный поток $\varphi$	Ток статора $\iota$
$E_1$	$U_{1\text{НОМ}} \gamma \alpha \sqrt{\frac{B(\beta)}{A(\alpha, \beta)}}$	$E_{1\text{НОМ}} \alpha \varphi$	$I_{1\text{НОМ}} \iota \alpha \sqrt{\frac{B(\beta)}{C(\beta)}}$
$\Phi$	$\frac{U_{1\text{НОМ}}}{c_1 f_{1\text{НОМ}}} \gamma \sqrt{\frac{B(\beta)}{A(\alpha, \beta)}}$	*	$\frac{1}{c_1 f_{1\text{НОМ}}} I_{1\text{НОМ}} \iota \sqrt{\frac{B(\beta)}{C(\beta)}}$
$I_1$	$U_{1\text{НОМ}} \gamma \sqrt{\frac{C(\beta)}{A(\alpha, \beta)}}$	$E_{1\text{НОМ}} \varphi \sqrt{\frac{C(\beta)}{B(\beta)}}$	*
$I_2$	$U_{1\text{НОМ}} \gamma \frac{\beta}{\sqrt{A(\alpha, \beta)}}$	$E_{1\text{НОМ}} \varphi \frac{\beta}{\sqrt{B(\beta)}}$	$I_{1\text{НОМ}} \iota \frac{\beta}{\sqrt{C(\beta)}}$
$I_m$	$U_{1\text{НОМ}} \gamma \sqrt{\frac{D(\beta)}{A(\alpha, \beta)}}$	$E_{1\text{НОМ}} \varphi \sqrt{\frac{D(\beta)}{B(\beta)}}$	$I_{1\text{НОМ}} \iota \sqrt{\frac{D(\beta)}{C(\beta)}}$
$M$	$\frac{m_1 U_{1\text{НОМ}}^2}{\omega_{1\text{НОМ}}} \gamma^2 \frac{r_2 \beta}{A(\alpha, \beta)}$	$\frac{m_1 E_{1\text{НОМ}}^2}{\omega_{1\text{НОМ}}} \varphi^2 \frac{r_2 \beta}{B(\beta)}$	$\frac{m_1 I_{1\text{НОМ}}^2}{\omega_{1\text{НОМ}}} \iota^2 \frac{r_2 \beta}{C(\beta)}$

В таблице 3.1 приняты следующие обозначения:

$$A(\alpha, \beta) = [a(\alpha)]^2 \beta^2 + 2r_1 r_2 \alpha \beta + [b(\alpha)]^2 r_2^2; \quad B(\beta) = r_2^2 + x_2^2 \beta^2;$$

$$C(\beta) = r_2^2 / x_m^2 + (1 + k_{2\sigma})^2 \beta^2; \quad D(\beta) = r_2^2 / x_m^2 + (1 + k_{2\sigma})^2 \beta^2;$$

$$p = r_1(1 + k_{2\sigma}); \quad q = x_m \sigma; \quad v = r_1 / x_m; \quad w = 1 + k_{1\sigma}$$

$$a(\alpha) = \sqrt{p^2 + q^2 \alpha^2}; \quad b(\alpha) = \sqrt{v^2 + w^2 \alpha^2}$$

где  $c_1 = 4,44 w_1 k_{об1}$  – конструктивная постоянная статора, определяемая числом витков и обмоточным коэффициентом ( $w_1; k_{об1}$ ), а  $k_{1\sigma} = x_{1\sigma} / x_m$ ,  $k_{2\sigma} = x_{2\sigma} / x_m$ ,  $\sigma = k_{1\sigma} + k_{2\sigma} + k_{1\sigma} k_{2\sigma}$  – соответственно, коэффициенты рассеяния статора, ротора и общий;  $\varphi = \Phi_m / \Phi_{mном}$  – относительное значение магнитного потока в зазоре;  $\iota = I_1 / I_{1ном}$  – относительный ток статора.

Преобразуем выражение для момента АД  $M(\alpha, \beta, \gamma)$  табл. 2.1, разделив числитель и знаменатель на  $r_2 \beta$ , тогда

$$M = \frac{m_1 U_{1ном}^2 \gamma^2}{\omega_{1ном}} \frac{1}{[a(\alpha)]^2 \frac{\beta}{r_2} + [b(\alpha)]^2 \frac{r_2}{\beta} + 2r_1 \alpha}$$

Это выражение можно представить в форме Клосса

$$M = \frac{2M_k(1 + q\beta_k)}{\frac{\beta}{\beta_k} + \frac{\beta_k}{\beta} + 2q\beta_k}, \quad (3.4)$$

где:  $q(\alpha) = \frac{r_1 \alpha}{r_2 [b(\alpha)]^2}$ ;  $\beta_k(\alpha) = r_2 \frac{b(\alpha)}{a(\alpha)}$  – критическое абсолютное скольжение;

$M_k(\alpha, \gamma) = \frac{m_1 U_{1ном}^2 \gamma^2}{\omega_{1ном}} \frac{q\beta_k}{2r_1 \alpha (1 + q\beta_k)}$  – критический момент.

Критическое скольжение  $\beta_k$  зависит только от частоты статора  $\alpha$ , а критический момент  $M_k$  – также и от напряжения  $\gamma$ , причем, эта зависимость очень сильная (квадратичная).

### 3.1.2 Закон М.П. Костенко

Самый общий анализ процессов в АД, сделанный в предыдущем разделе, позволяет сделать вывод о том, что для обеспечения работоспособности привода при модульном частотном управлении необходимо задать функциональную связь между каналами управления напряжением и частотой питания статора, называемую законом управления.

В 1925 академик Михаил Полиевктович Костенко сформулировал общий закон, обеспечивающий оптимальные условия работы двигателя в следующей форме: *чтобы обеспечить оптимальный режим работы АД при всех значениях частоты и нагрузки, необходимо относительное напряжение двигателя изме-*

нять пропорционально произведению относительной частоты на корень квадратный из относительного момента –

$$\gamma = \alpha \sqrt{\mu} \quad (3.5)$$

где  $\mu = M / M_{\text{ном}}$  – относительный электромагнитный момент. Если магнитная цепь машины слабо насыщена и активным сопротивлением статора можно пренебречь, то АД в этом случае будет работать при практически постоянном коэффициенте мощности, запасе статической устойчивости и абсолютном скольжении.

Закон Костенко можно получить из следующих элементарных соображений. Если предположить, что коэффициент перегрузочной способности при регулировании остается постоянным, то критический момент, зависящий от квадрата величины магнитного потока, также должен оставаться постоянным и отношение моментов при двух различных частотах будет равно

$$\frac{M'}{M''} = \frac{(\Phi')^2}{(\Phi'')^2} \Rightarrow \frac{\Phi'}{\Phi''} = \sqrt{\frac{M'}{M''}} \quad (3.6)$$

Но если пренебречь  $r_1$ , то напряжение статора будет уравниваться в основном ЭДС магнитного потока и отношение напряжений будет равно

$$\frac{U'}{U''} \approx \frac{E'}{E''} = \frac{\Phi' f'}{\Phi'' f''} \quad (3.7)$$

Подставляя (3.6) в (3.7), получим закон Костенко

$$\frac{U'}{U''} = \frac{f'}{f''} \sqrt{\frac{M'}{M''}} \Leftrightarrow \gamma = \alpha \sqrt{\mu}.$$

Для некоторых простейших случаев из закона Костенко можно исключить относительный момент. Полагая с точностью до скольжения  $\omega_1 \approx \omega$ , представим уравнение механической характеристики нагрузки степенной функцией  $M_c = C\omega^k$  или, в относительных единицах, как  $\mu = \alpha^k$ . Тогда выражение (3.5) примет вид

$$\gamma = \alpha^{\left(1 + \frac{k}{2}\right)}$$

и для типичных видов нагрузки мы получим законы управления, приведённые в таблице 3.2.

Таблица 3.2

	Вид нагрузки		
	Статическая $M_c = \text{const}; k = 0$	Вентиляторная $M_c = C\omega^2; k = 2$	Постоянная мощность $M_c \omega = \text{const}; k = -1$
Закон управления	$\gamma = \alpha$	$\gamma = \alpha^2$	$\gamma = \sqrt{\alpha}$

Эти законы являются фактическим стандартом, заложенным во все современные преобразователи частоты широкого применения.

Закон Костенко можно рассматривать применительно к разомкнутым и к замкнутым системам управления. Сущностью его является управление напряжением (магнитным потоком) машины в функции нагрузки на валу без непосредственного ее измерения. Если нагрузка уменьшается, то магнитный поток можно также уменьшить, уменьшив напряжение, но сохранив при этом запас статической устойчивости.

### 3.1.3 Разомкнутые системы частотного управления

Как известно, любая система электропривода в статическом режиме должна обеспечивать устойчивость с определённым запасом, а также заданное значение одной или нескольких выходных координат с отклонением, не превышающим допустимой величины. В то же время, любая техническая задача имеет несколько возможных решений и при прочих равных условиях обычно выбирается наиболее простое. Поэтому если к динамике привода не предъявляется особых требований, а статические характеристики соответствуют условиям поставленной задачи, то наиболее простым и эффективным решением является использование частотного регулирования в разомкнутой системе.

Функциональная схема такой системы показана на рисунке 3.2. Здесь статор АД подключен к преобразователю частоты (ПЧ), имеющему два независимых канала управления амплитудой ( $u_\gamma$ ) и частотой ( $u_\alpha$ ) выходного напряжения или тока. Канал управления амплитудой может быть охвачен отрицательной обратной связью по соответствующему параметру. На рисунке она показана штриховой линией. В этом случае ПЧ обладает свойствами идеального источника

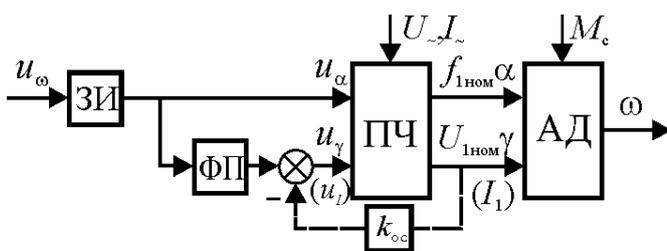


Рис. 3.2. Функциональная схема разомкнутой системы частотного управления

напряжения или тока, и параметры его выходных цепей могут не учитываться при анализе процессов в АД. В противном случае импеданс выходных цепей преобразователя включают в параметры цепи статора.

Функциональный преобразователь (ФП) необходим для формирования закона управления напряжением или током статора АД в зависимости от частоты, т.е. частота в такой системе является независимым параметром, определяющим скорость вращения АД с точностью до скольжения.

Задатчик интенсивности (ЗИ) служит для настройки скорости нарастания и спада входного сигнала, исключающей электрические и механические перегрузки. Тщательная его настройка особенно необходима, если ПЧ неререверсивный, т.е. не обладает способностью двухстороннего обмена энергией между питающей сетью и АД, т.к. в этом случае кинетическая энергия, накопленная вращающимися массами, при торможении будет рассеиваться в преобразователе, создавая недопустимые перегрузки или даже аварийные режимы.

При частотно-токовом управлении, т.е. когда ПЧ работает в режиме источника тока, механические характеристики АД не зависят от частоты и обладают существенно меньшим критическим скольжением\*. Кроме того, АД развивает значительно больший момент на валу при том же токе статора. Тем не менее, положительные свойства частотно-токового управления можно использовать только в замкнутой системе с током статора, изменяющимся в функции абсолютного скольжения, т.к. в противном случае необходимая перегрузочная способность достигается значительным увеличением напряжения и тока, что недопустимо в длительном режиме. Поэтому в большинстве случаев ПЧ является источником напряжения, и в этом разделе мы ограничимся рассмотрением только такого режима работы системы.

### 3.1.3.1 Управление частотой по закону $U_1 / f_1 = \text{const}$ .

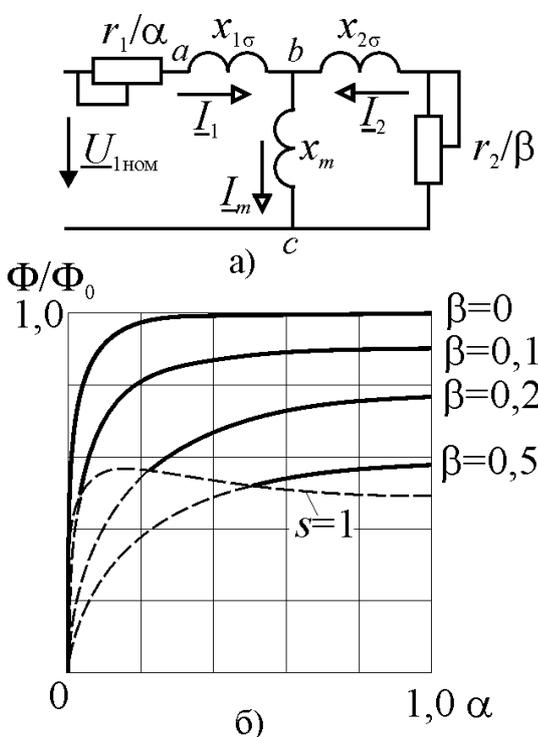


Рис. 3.3. Схема замещения (а) и относительное изменение потока при изменении частоты и нагрузки (б).

3.3 б) показаны типичные кривые изменения потока. Как и следовало ожидать, при любой нагрузке магнитный поток снижается до нуля при  $\alpha \rightarrow 0$ , однако при частотах статора близких к номинальной поток снижается слабо. Уменьшение потока тем больше, чем выше нагрузка двигателя, т.е. частота ротора или абсолютное скольжение  $\beta$ .

С уменьшением частоты статора при постоянной частоте ротора уменьшаются ток, момент и мощность двигателя за счет увеличения  $r_1 / \alpha$ . Уменьшается

Управление по закону  $U_1 / f_1 = \text{const}$  или, что то же самое,  $\gamma = \alpha$  является наиболее распространенным частным случаем закона М.П. Костенко.

Схему замещения для статического режима можно получить из схемы рис. 3.1. б) делением всех параметров на  $\alpha$ . В этом случае она имеет вид, показанный на рис. 3.3 а). Основной магнитный поток пропорционален падению напряжения на ветви намагничивания  $U_{bc}$ . Поэтому при уменьшении частоты ( $\alpha \rightarrow 0$ ) и при увеличении нагрузки ( $\beta \rightarrow \infty$ ) он будет уменьшаться. В первом случае будет увеличиваться падение напряжения на  $r_1 / \alpha$  за счет уменьшения  $\alpha$ , а во втором – будет увеличиваться падение напряжения на

импедансе статора  $z_1 = \sqrt{(r_1 / \alpha)^2 + x_{1\sigma}^2}$  за счет увеличения тока  $I_1$ , т.к.  $z_{bc} \xrightarrow{\beta \rightarrow \pm\infty} \min z_{bc} = x_m \parallel x_{2\sigma} \approx x_{2\sigma}$ . На рис.

\* См. раздел 1.2.4.

также и КПД двигателя, а коэффициент мощности возрастает, т.к. увеличивается активная составляющая входного импеданса.

Полагая в общем выражении для момента (2.4)  $\gamma = \alpha$ , получим уравнение механической характеристики АД при управлении по закону  $U_1 / f_1 = \text{const}$

$$M = M_{\text{к}} \frac{2(1 + q\beta_{\text{к}})}{\frac{\beta}{\beta_{\text{к}}} + \frac{\beta_{\text{к}}}{\beta} + 2q\beta_{\text{к}}}, \quad (3.8)$$

где:

$$q = \frac{x_m^2}{\alpha z_1^2} \frac{r_1}{r_2}; \quad z_1(\alpha) = \sqrt{(r_1/\alpha)^2 + x_{1\sigma}^2}; \quad z_1'(\alpha) = \sqrt{(r_1/\alpha)^2 + 1,0' \alpha^2}$$

$$\beta_{\text{к}} = \frac{r_2}{x_{2\sigma}} \frac{z_1(\alpha)}{z_1'(\alpha)} = \frac{r_2}{x_{2\sigma}} \Big|_{\alpha \rightarrow 0} \quad \text{— абсолютное критическое скольжение};$$

$$M_{\text{к}} = \frac{m_1 U_{1\text{НОМ}}^2}{\omega_{1\text{НОМ}}} \cdot \frac{q\beta_{\text{к}}}{2r_1(1 + q\beta_{\text{к}})} \quad \text{— критический момент.}$$

Из выражения (3.8) следует, что все три величины, определяющие механическую характеристику АД, ( $M_{\text{к}}$ ;  $\beta_{\text{к}}$ ;  $q$ ) изменяются при изменении частоты. Из-за влияния активного сопротивления статора  $r_1$  критический момент в генераторной области  $M_{\text{кг}}$  существенно выше, чем в двигательной  $M_{\text{кд}}$ . В двигательном режиме с уменьшением частоты критический момент монотонно уменьшается, что означает уменьшение запаса статической устойчивости при работе на нагрузку с постоянным моментом. На рис. 3.4 приведены зависимости критического момента и абсолютного скольжения от частоты для двигателей различной мощности, отнесенные к их значениям при номинальной частоте. Там же приведены кривые оценки модуля относительной жесткости механических характеристик  $h(\alpha)$  линеаризованных на рабочем участке.

Из кривых рис. 3.4 следует, что при управлении по закону  $U_1 / f_1 = \text{const}$  в прин-

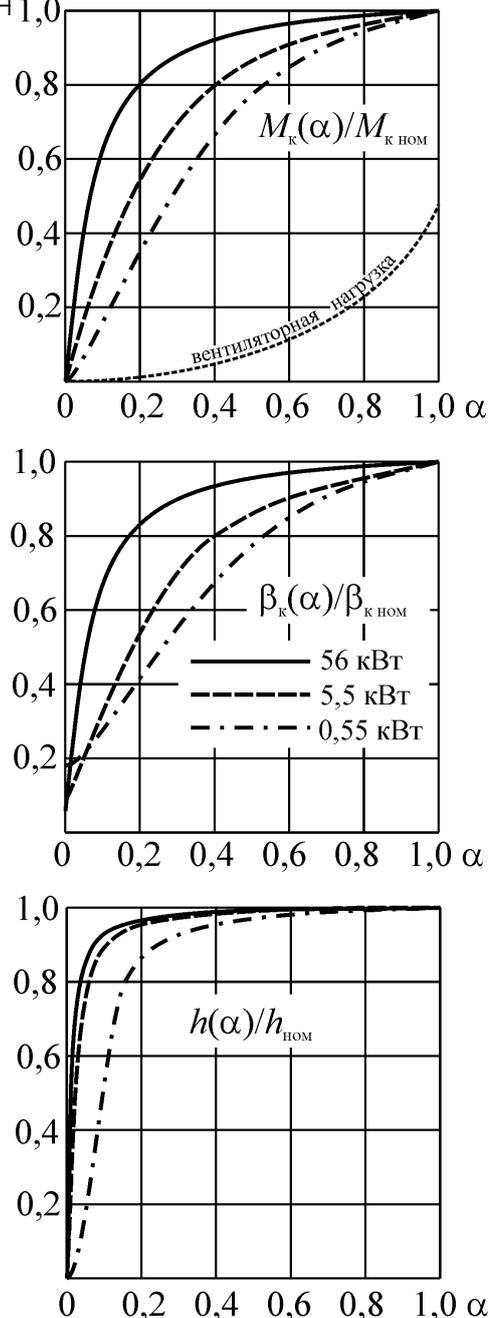


Рис. 3.4. Изменения критического момента, критического абсолютного скольжения и жесткости у машин различной мощности

ципе невозможно обеспечить перегрузочную способность на уровне естественной характеристики АД. Если же допустить некоторое снижение запаса устойчивости, то тем самым определится и диапазон регулирования как  $D = 1/\alpha_{пр}$ , где  $\alpha_{пр}$  – предельная частота, соответствующая допустимому снижению. Пусть, например, возможно снижение перегрузочной способности до 0,8 от значения естественной характеристики. Тогда для различных мощностей АД по кривым  $M_k(\alpha)$  получим предельные значения частот 0,2; 0,4 и 0,53, что по условию запаса устойчивости соответствует диапазонам регулирования 5:1; 2,5:1 и 1,9:1 для двигателей мощностью 56; 5,5 и 0,55 кВт. Характер зависимости  $M_k(\alpha)$  для двигателей всех мощностей одинаков, но с увеличением мощности крутизна ее в области низких частот возрастает, увеличивая диапазон регулирования. Это связано с тем, что с увеличением мощности уменьшается относительная величина активного сопротивления статора и его влияние на электромеханические процессы.

Следует заметить, что диапазон регулирования определяется характеристиками двигателя и нагрузки. Для рассматриваемого закона управления в случае вентиляторной нагрузки диапазон регулирования теоретически равен бесконечности. На рисунке построена такая характеристика, с моментом равным половине критического на номинальной частоте. Как видно из рисунка для двигателей всех мощностей перегрузочная способность на всех частотах ( $M_k(\alpha)/M_{вент}(\alpha)$ ) больше 2, т.е. больше, чем на естественной характеристике. Поэтому закон регулирования  $U_1/f_1 = \text{const}$  в основном используют именно для таких приводов. В реальных приводах к вентиляторному моменту добавляется момент сухого трения, и диапазон регулирования снижается и составляет (50...30):1.

Однако диапазон регулирования определяется обычно не только задачей сохранения запаса устойчивости, но также и условием обеспечения заданного статизма, т.е. жесткости механических характеристик. Кривые  $h(\alpha)$  (рис. 3.4) свидетельствуют, что жесткость естественной характеристики максимальна и снижается с уменьшением частоты до нуля. Кроме того, из рисунка следует, что жесткость механических характеристик до определенного предела менее подвержена влиянию изменения частоты, нежели критический момент. Для двигателей мощностью более 1...2 кВт снижение жесткости в диапазоне регулирования 10:1 составляет величину порядка 7-10% и в большинстве случаев вполне удовлетворяет заданным требованиям значительного числа приводов. Если же требуется большая жесткость характеристик или более широкий диапазон регулирования, то используют замкнутые системы частотного регулирования.

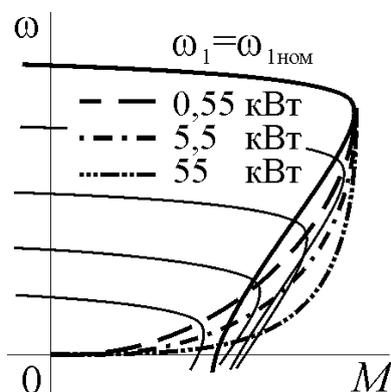


Рис. 3.5. Механические характеристики АД при управлении по закону  $U_1/f_1 = \text{const}$ .

Если абсолютное критическое скольжение представить через относительное  $\beta_k = \alpha s_k$  и подставить в уравнение механиче-

Если абсолютное критическое скольжение представить через относительное  $\beta_k = \alpha s_k$  и подставить в уравнение механиче-

ской характеристики (3.8), то можно построить семейство механических характеристик в функции относительного скольжения или частоты вращения (рис. 3.5). Здесь же показаны кривые точек опрокидывания для двигателей различных мощностей. Эти характеристики, а также другие рассмотренные ранее показывают, что все эксплуатационные свойства АД, кроме коэффициента мощности, при управлении по закону  $U_1 / f_1 = \text{const}$  с уменьшением частоты ухудшаются. Причем, это ухудшение становится особенно заметным приблизительно с  $\alpha > 0,5$ , хотя указанная граница весьма условна и зависит от параметров машины. И в первую очередь от относительного значения активного сопротивления статора.

Таким образом, режим управления  $U_1 / f_1 = \text{const}$  эффективно может применяться только в приводах с вентиляторной нагрузкой. Для других устройств необходимо использовать законы управления, обеспечивающие увеличение отношения  $U_1 / f_1$  по мере снижения частоты для компенсации падения напряжения на активном сопротивлении статора.

В некоторых случаях диапазон регулирования можно расширить за счет повышения частоты питания. Если при этом сохранять соотношение  $U_1 / f_1$ , то мощность двигателя будет возрастать и, соответственно, будет возрастать нагрузка на преобразователь и двигатель. Поэтому при управлении в диапазоне частот выше номинальной напряжение статора поддерживают постоянным  $U_1 = \text{const}$ .

Пользуясь схемой замещения рис. 3.3. а), относительное значение потока можно представить как

$$\frac{\Phi}{\Phi_0} = \left| 1/\alpha - \frac{I_1}{U_{1\text{ном}}} (r_1/\alpha + jx_{1\sigma}) \right|.$$

В режиме холостого хода ( $I_1 \approx 0$ ;  $\beta = 0$ ) поток изменяется обратно пропорционально частоте (рис. 3.6 а), а под нагрузкой он снижается тем медленней, чем больше абсолютное скольжение.

Изменения потока при увеличении частоты вызваны уменьшением тока статора вследствие возрастания индуктивного сопротивления рассеяния  $x_{1\sigma}$ , которое в этом режиме играет такую же роль, как активное сопротивление  $r_1$  при управлении по закону  $U_1 / f_1 = \text{const}$ .

При увеличении частоты располагаемый электромагнитный момент двигателя уменьшается обратно пропорционально квадрату  $\alpha$  (рис. 3.6 б), а распола-

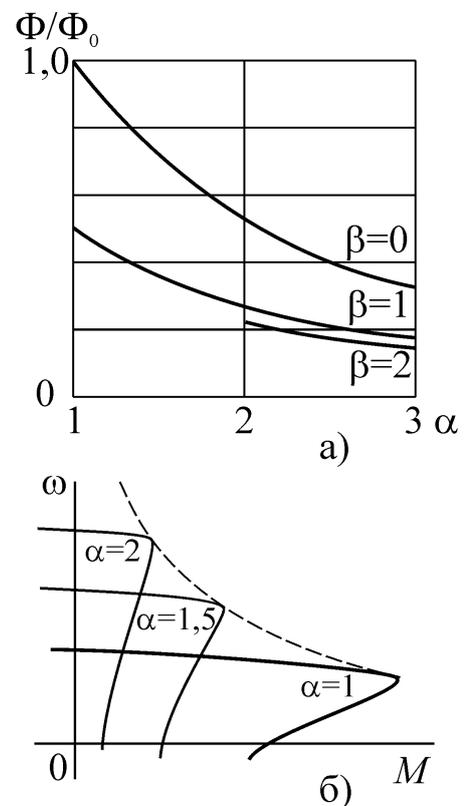


Рис. 3.6. Изменение магнитного потока при различных нагрузках (а) и механические характеристики (б) в области частот выше номинальной при постоянном напряжении  $U_1 = \text{const}$ .

гаемая мощность – обратно пропорционально первой степени  $\alpha$ , т.к. одновременно возрастает скорость вращения поля.

Сочетание двух режимов частотного управления  $U_1 / f_1 = \text{const}$  и  $U_1 = \text{const}$  дает возможность получить двухзонное регулирование скорости АД совершенно аналогичное двухзонному регулированию ДПТ. Особенность заключается лишь в том, что регулирование скорости при частотном управлении осуществляется изменением частоты в обеих зонах, а режим управления потоком определяется законом управления напряжением.

### 3.1.3.2 Управление с постоянным критическим моментом

При анализе электромагнитных процессов в АД при частотном управлении было установлено, что максимальный момент при снижении частоты уменьшается вследствие относительного роста активного сопротивления статора. Рассмотрим возможность компенсации этого явления за счет изменения напряжения питания. Для этого используем выражение (3.4) для момента АД в форме Клосса

$$M = M_k \frac{2(1 + q\beta_k)}{\frac{\beta}{\beta_k} + \frac{\beta_k}{\beta} + 2q\beta_k}$$

где  $q(\alpha) = \frac{r_1 \alpha}{r_2 [b(\alpha)]^2}$ ;  $\beta_k(\alpha) = \pm r_2 \frac{b(\alpha)}{a(\alpha)}$ ;  $M_k(\alpha, \gamma) = \frac{m_1 U_{\text{НОМ}}^2}{\omega_{\text{НОМ}}} \gamma^2 \frac{q\beta_k}{2r_1 \alpha (1 + q\beta_k)}$ .

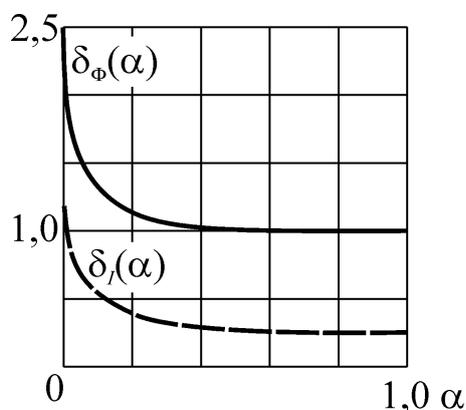


Рис. 3.7. Изменение магнитного потока и тока намагничивания АД при стабилизации располагаемого момента.

Критический момент зависит от  $\alpha$  и  $\gamma$ , поэтому из условия  $M_k(\alpha) = M_k(1)$ , т.е. из условия, чтобы критический момент при любом значении  $\alpha$  был равен моменту при номинальной частоте питания, получим необходимый закон управления

$$\gamma = \sqrt{\frac{r_1 \alpha \pm a(\alpha) \cdot b(\alpha)}{r_1 \pm a(1) \cdot b(1)}}, \quad (3.9)$$

При этом законе управления  $\gamma$  не зависит от  $\beta$ , поэтому, пользуясь выражением для потока, можно найти отношение потоков для предельных абсолютных скольжений

$$\delta_\Phi(\alpha) = \frac{\Phi_{\beta=0}}{\Phi_{\beta=\pm\infty}} = \frac{1}{x_{2\sigma}} \frac{a(\alpha)}{b(\alpha)} = \frac{r_2}{x_{2\sigma}} \frac{1}{\beta_k}$$

Подставляя в это выражение предельные значения  $\alpha = 1$  и  $\alpha = 0$ , получим

$$\frac{\delta_\Phi(0)}{\delta_\Phi(1)} = \sqrt{\frac{r_1^2 + x_1^2}{r_1^2 + [(x_{1\sigma} + x_{2\sigma} + x_{1\sigma}x_{2\sigma})x_m / x_2]^2}} = 1, 2 \dots 20$$

Большие значения соответствуют двигателям большей мощности. Типичный характер функции  $\delta_\Phi(\alpha)$  показан на рисунке 3.7. Из этого рисунка следует, что при

управлении по закону (3.9) обеспечивается примерное постоянство потока при снижении частоты до значений  $\alpha = 0,2 \dots 0,3$ , а затем сохранение перегрузочной способности АД обеспечивается резким увеличением магнитного потока в зазоре и соответствующего увеличения тока намагничивания  $\delta_I = I_m / I_{\text{ном}}$  (см. рис. 3.7). Ток намагничивания может возрасти до номинального значения тока статора и выше, что приведет к тепловой перегрузке двигателя.

Таким образом, в отличие от закона управления  $\gamma = \alpha$  или, что то же самое,  $U_1 / f_1 = \text{const}$ , где ограничение диапазона регулирования было связано с уменьшением критического момента и жесткости механических характеристик, здесь обеспечить работу АД с номинальной перегрузочной способностью в широком диапазоне регулирования частоты невозможно из-за возрастания тока намагничивания и глубокого насыщения магнитопровода.

### 3.1.4 Замкнутые системы частотного управления

Как уже отмечалось ранее, под системами модульного частотного управления мы понимаем системы, обеспечивающие заданный статизм и перегрузочную способность асинхронного электропривода за счёт изменения частоты и напряжения питания. Во многих случаях

эти требования реализуются разомкнутыми системами посредством введения определенной функциональной зависимости между каналами управления выходной частотой и напряжением преобразователя частоты (ПЧ). Если же это невозможно, то используют замкнутые системы управления с различными сигналами обратной связи (рис. 3.8). Таким сигналами могут быть ток и ЭДС статора ( $I_1; E_1$ ), основной магнитный поток АД ( $\Phi$ ), частота вращения ( $\omega$ ) и частота ротора или абсолютное скольжение ( $\beta$ ).

Выбор сигнала обратной связи определяется множеством условий: характером нагрузки, техническими требованиями к приводу, возможностью использования сигналов, формируемых в других контурах управления. Создание обратной связи по магнитному потоку в зазоре требует установки датчиков Холла; по ЭДС статора – укладки измерительной обмотки (витков) в пазы статора. Сигналы абсолютного скольжения и частоты вращения требуют установки тахогенератора, что чаще всего оправдано только в случае необходимости использования обратной связи по скорости для получения заданного статизма механических характеристик. Наиболее доступным сигналом для частотного управления является ток статора, и именно он используется в большинстве приводов широкого применения.

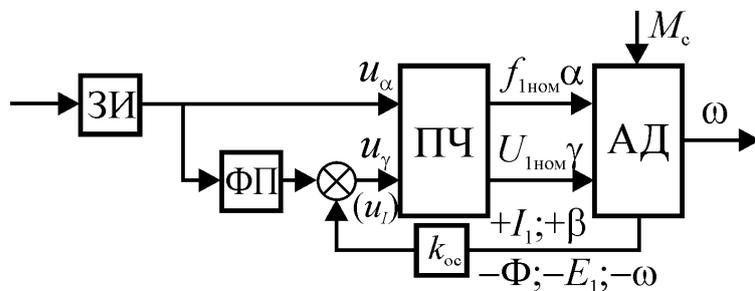


Рис. 3.8. Функциональная схема замкнутой системы частотного управления

В конечном счете, выбор сигнала управления создает некоторые особенности характеристик привода, не влияя на основные свойства, вытекающие из физических принципов преобразования энергии в АД. Рассмотрим их применительно к частотному управлению.

Известно, что механические характеристики АД при постоянном значении напряжения статора существенно нелинейны. Это связано с тем, что изменение нагрузки на валу вызывает изменение токов ротора и статора и связанных с ними магнитных потоков, создающих электромагнитный момент двигателя. Однако при питании от регулируемого источника можно создать такой закон изменения напряжения, при котором тот или иной магнитный поток машины будет стабилизирован. Тогда механические характеристики двигателя изменят свои параметры или даже обретут иной вид.

Запишем уравнения статора и ротора АД в статическом режиме и представим потокосцепления через основное потокосцепление и потокосцепления рассеяния

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_1 &= \mathbf{i}_1 r_1 + j\omega_1 \Psi_1 = \mathbf{i}_1 r_1 + j\omega_1 \Psi_{1\sigma} + j\omega_1 \Psi_m = \mathbf{i}_1 (r_1 + jx_{1\sigma}) + j\omega_1 \Psi_m \\ 0 &= \mathbf{i}_2 r_2 / s + j\omega_1 \Psi_2 = \mathbf{i}_2 r_2 / s + j\omega_1 \Psi_{2\sigma} + j\omega_1 \Psi_m \end{aligned}$$

На рис. 3.9 а) представлена схема замещения, соответствующая этим уравнениям. Из нее следуют очевидные равенства

$$\begin{aligned} 1) \quad \mathbf{u}_{ad} &= \mathbf{u}_1 - \mathbf{i}_1 r_1 = j\omega_1 \Psi_1 \\ 2) \quad \mathbf{u}_{bd} &= \mathbf{u}_1 - \mathbf{i}_1 (r_1 + jx_{1\sigma}) = j\omega_1 \Psi_m \\ 3) \quad \mathbf{u}_{cd} &= j\omega_1 \Psi_2 \approx \mathbf{u}_1 - \mathbf{i}_1 [r_1 + j(x_{1\sigma} + x_{2\sigma})] \end{aligned} \quad (3.10)$$

Пусть  $|\Psi_1| = \Psi_{10} = \text{const}$ . Тогда уравнение (3.10-1) для модулей можно представить в виде

$$|\mathbf{u}_{ad}| = U_{ad} = \gamma' U_{ad0} = |\mathbf{u}_1 - \mathbf{i}_1 r_1| = \omega_1 \Psi_{10} = \alpha \omega_{\text{ном}} \Psi_{10}. \quad (3.11)$$

Очевидно, что оно справедливо только, если относительное напряжение и частота связаны между собой постоянным коэффициентом, т.е.  $\gamma' = c\alpha$ . В этом случае стабилизация потокосцепления статора эквивалентна стабилизации напряжения  $U_{ad} = \text{const}$  или, что то же самое, подключению источника питания к точкам  $ad$  схемы замещения рис. 3.9 а). Этим устраняется или компенсируется влияние на электромагнитные процессы в АД падения напряжения на  $r_1$ . Поэтому этот закон управления называется *IR-компенсацией*. Реализовать компенсацию можно введением положительной обратной связи по току статора.

Второй закон изменения напряжения в замкнутой системе можно получить полагая постоянным основной магнитный поток  $|\Psi_m| = \Psi_{m0} = \text{const}$ . В этом случае можно получить соотношения аналогичные (3.11), если в них заменить  $r_1$  на  $\underline{z}_1 = r_1 + jx_{1\sigma}$  и вместо  $\gamma'$  ввести относительное напряжение  $\gamma'' = U_{bd} / U_{bd0}$ . Этот закон управления соответствует компенсации импеданса статорной обмотки и называется *IZ-компенсацией*. Очевидно, такой режим означает также стабилизацию ЭДС статора ( $U_{bd} = \text{const}$ ), что позволяет получить характеристики АД ис-

ключением  $r_1$  и  $x_{1\sigma}$  из схемы замещения. Стабилизировать рабочий поток АД можно, используя сигналы тока или ЭДС статора, а также сигналы датчиков, измеряющих магнитный поток в зазоре. Можно также оценить поток, используя мгновенные значения напряжения и тока статора в соответствии с уравнением (3.10-2). Однако все реализации режима  $IZ$ -компенсации существенно сложнее

и применяются в технически и экономически обоснованных случаях.

Механическую характеристику, соответствующую управлению с постоянным потоком ротора  $|\psi_2| = \text{const} \Leftrightarrow U_{cd} = \text{const}$  можно получить из (3.4), полагая скомпенсированными, т.е. равными нулю  $r_1$ ,  $x_{1\sigma}$  и  $x_{2\sigma}$ .

Тогда

$$M = \frac{m_1 z_p U_{cd}^2}{\omega_1 r_2} s,$$

т.е. в этом случае характеристика становится линейной (рис. 2.9 б) и ограничивается только режимом насыщения магнитопровода.

Максимальные моменты всех характеристик определяются уровнем стабилизированного напряжения в соответствующих точках схемы замещения. Если принять для рассмотренных законов

приближенное равенство  $U_{cd} \approx U_{bd} \approx U_{ad} = U_{\text{ИНОМ}}$ , то механические характеристики будут иметь вид, представленный на рис 3.9 б).

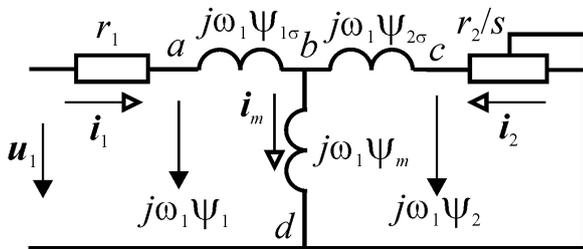
### 3.1.4.1 IR-компенсация.

Статические механические характеристики этого режима можно получить из выражения (3.4), полагая в нем  $r_1 = 0$ ,  $\gamma = 1$  и вместо  $U_{\text{ИНОМ}}$ , подставляя  $U'_{\text{ИНОМ}} = |U_{\text{ИНОМ}} - I_{\text{ИНОМ}} r_1| = \gamma' U_{\text{ИНОМ}}$ . Тогда

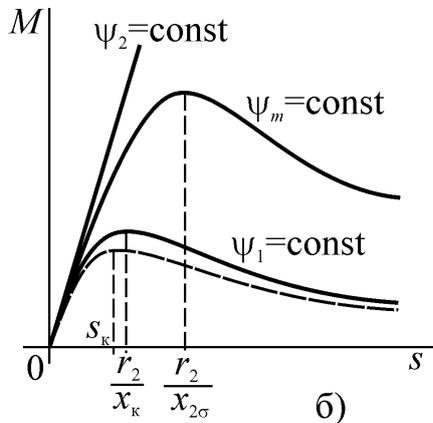
$$M = \frac{2M_k}{\frac{\beta}{\beta_k} + \frac{\beta_k}{\beta}},$$

где  $\beta_k = \frac{r_2 x_1}{x_{1\sigma} x_2 + x_{2\sigma} x_m}$ ;  $M_k = \frac{m_1 (U'_{\text{ИНОМ}})^2}{2\omega_{\text{ИНОМ}}} \cdot \frac{1}{x_{1\sigma}(1+\sigma) + x_{2\sigma}(1+k_{1\sigma})}$ .

При номинальном нагрузочном моменте соотношение напряжения на входе  $U_{\text{ИНОМ}}$  и после сопротивления  $r_1$  в обозначениях табл. 3.1 равно



а)



б)

Рис. 3.9. Схема замещения (а) и механические характеристики АД (б) при различных законах частотного управления.

$$\frac{U'_{1НОМ}}{U_{1НОМ}} = \sqrt{\frac{q^2 \frac{s_{НОМ}}{r_2} + w^2 \frac{r_2}{s_{НОМ}}}{a(1) \frac{s_{НОМ}}{r_2} + b(1) \frac{r_2}{s_{НОМ}} + 2r_1}}$$

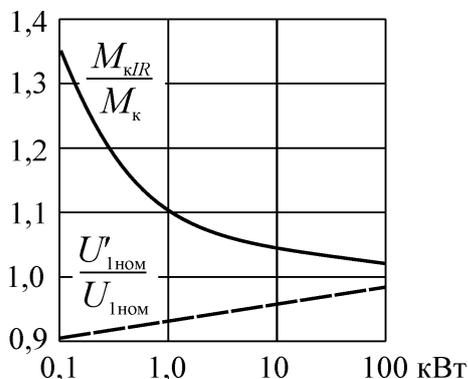


Рис. 3.10. Соотношение критического момента в системе с *IR*-компенсацией и критического момента естественной характеристики АД

Таким образом, в рассматриваемом режиме критические момент и абсолютное скольжение не зависят от частоты статора и, следовательно, механические характеристики при изменении частоты смещаются параллельно, сохраняя жесткость и перегрузочную способность.

Критические моменты в двигательном и генераторном режимах одинаковы и несколько больше момента в двигательном режиме на естественной характеристике. На рисунке 3.10 показаны типичные соотношения критических моментов в режиме *IR*-компенсации и в номинальном режиме, а также соотношение напряжений до и после сопротивления  $r_1$  для двигателей различной мощности.

Как и следовало ожидать, с уменьшением мощности эффект компенсации увеличивается, т.к. у машин меньшей мощности активное сопротивление статора относительно велико. По этой же причине с уменьшением мощности увеличивается падение напряжения на  $r_1$ .

Компенсация падения напряжения на  $r_1$  должна выполняться не только по модулю, но и по фазе, т.е. для выполнения условия  $|\psi_1| = \psi_{10} = \text{const}$  необходимо, чтобы

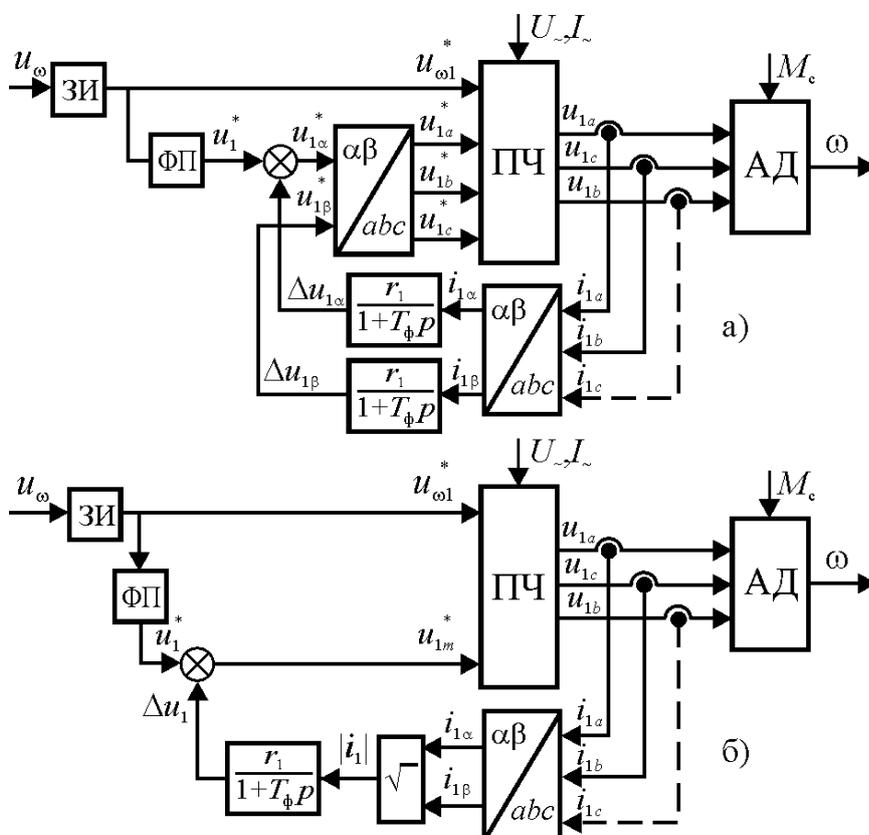


Рис. 3.11. Схемы частотного управления с векторной (а) и скалярной (б) *IR*-компенсациями

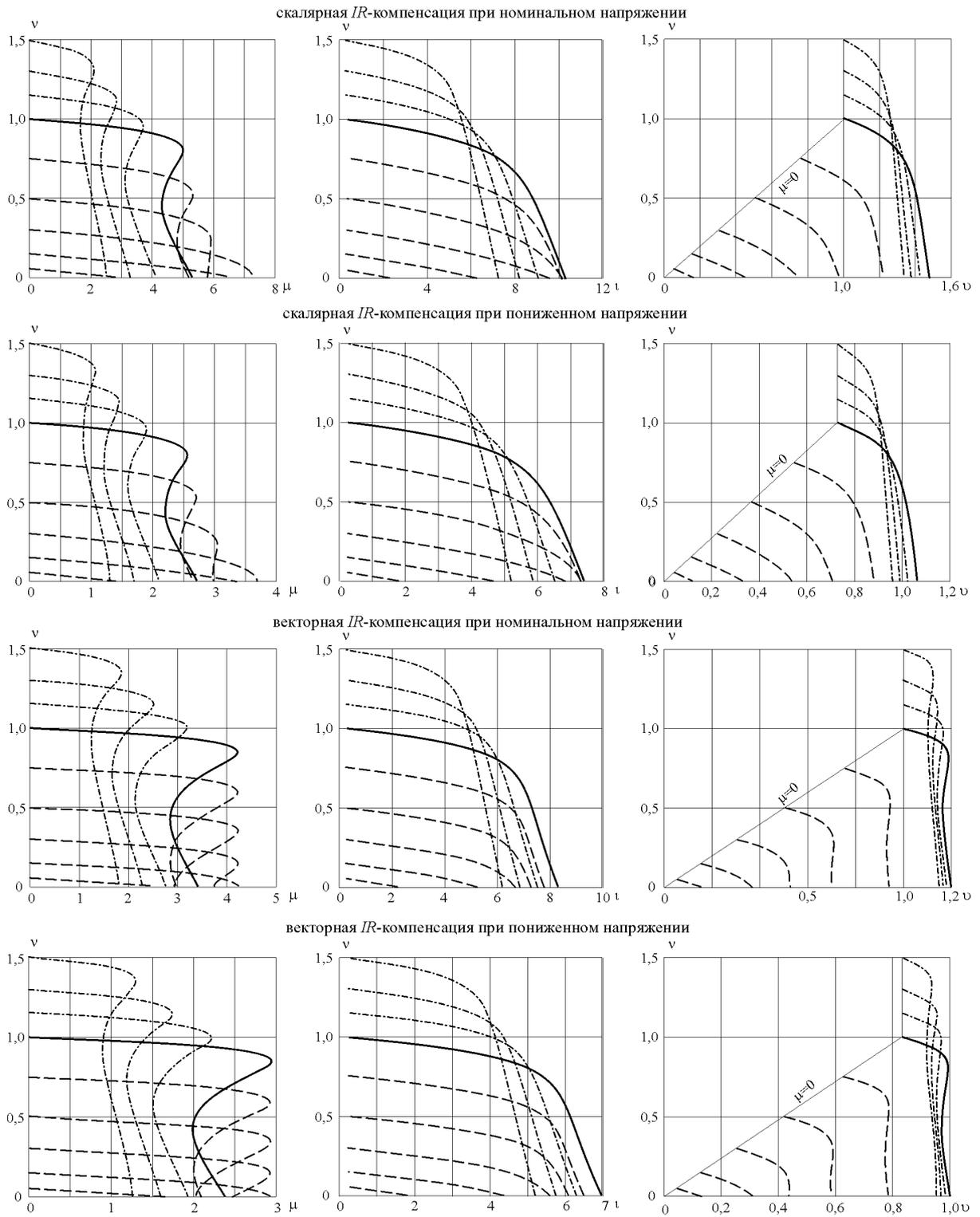


Рис. 3.12. Характеристики двигателя 5A200L2 (45 кВт) при частотном управлении с различными способами IR-компенсации

$$v = \omega / \omega_{0\text{НОМ}}; \mu = M / M_{\text{НОМ}}; \nu = U_1 / U_{1\text{НОМ}}; \tau = I_1 / I_{1\text{НОМ}}; M_K / M_{\text{НОМ}} = 3,0$$

$$\mathbf{u}_1^* = \mathbf{u}_1 + \mathbf{i}_1 r_1 = \mathbf{u}_1 + \Delta \mathbf{u}_1 = \mathbf{i}_1 r_1 + j\omega_1 \boldsymbol{\psi}_1 \Rightarrow \mathbf{u}_1^* = j\omega_1 \boldsymbol{\psi}_1 \Rightarrow |\boldsymbol{\psi}_1| = \text{const} \Big|_{|\mathbf{u}_1^*| = \text{const}}$$

$$\Delta \mathbf{u}_1 = \mathbf{i}_1 r_1 \Rightarrow \begin{cases} \Delta u_{1\alpha} = i_{1\alpha} r_1 \\ \Delta u_{1\beta} = i_{1\beta} r_1 \end{cases}$$

Это требует введения обратных связей по двум координатам напряжения и тока статора (рис. 3.12 а). Если совместить систему координат с вектором напряжения, то сигналы задания координат напряжения статора будут иметь вид:

$$u_{1\alpha}^* = u_1^* + \Delta u_{1\alpha} = u_1^* + i_{1\alpha} r_1$$

$$u_{1\beta}^* = \Delta u_{1\beta} = i_{1\beta} r_1$$

Координаты вектора тока статора можно вычислить по значениям фазных токов  $i_{1a}, i_{1b}, i_{1c}$ . Если токи статора не содержат нулевой составляющей, то для определения координат  $i_{1\alpha}, i_{1\beta}$  достаточно любых двух фазных токов (см. выражения 1.6).

Компенсацию можно реализовать также в скалярной (модульной) форме –

$$\Delta u_1 = r_1 |\mathbf{i}_1| = r_1 \sqrt{i_{1\alpha}^2 + i_{1\beta}^2}, \quad (3.12)$$

т.е. не разделяя напряжение и ток статора на координаты. В этом случае компенсация будет неполной, но её реализация существенно проще (рис. 3.11 б). Ещё более она упрощается, если в качестве модуля  $|\mathbf{i}_1|$  использовать постоянную со-

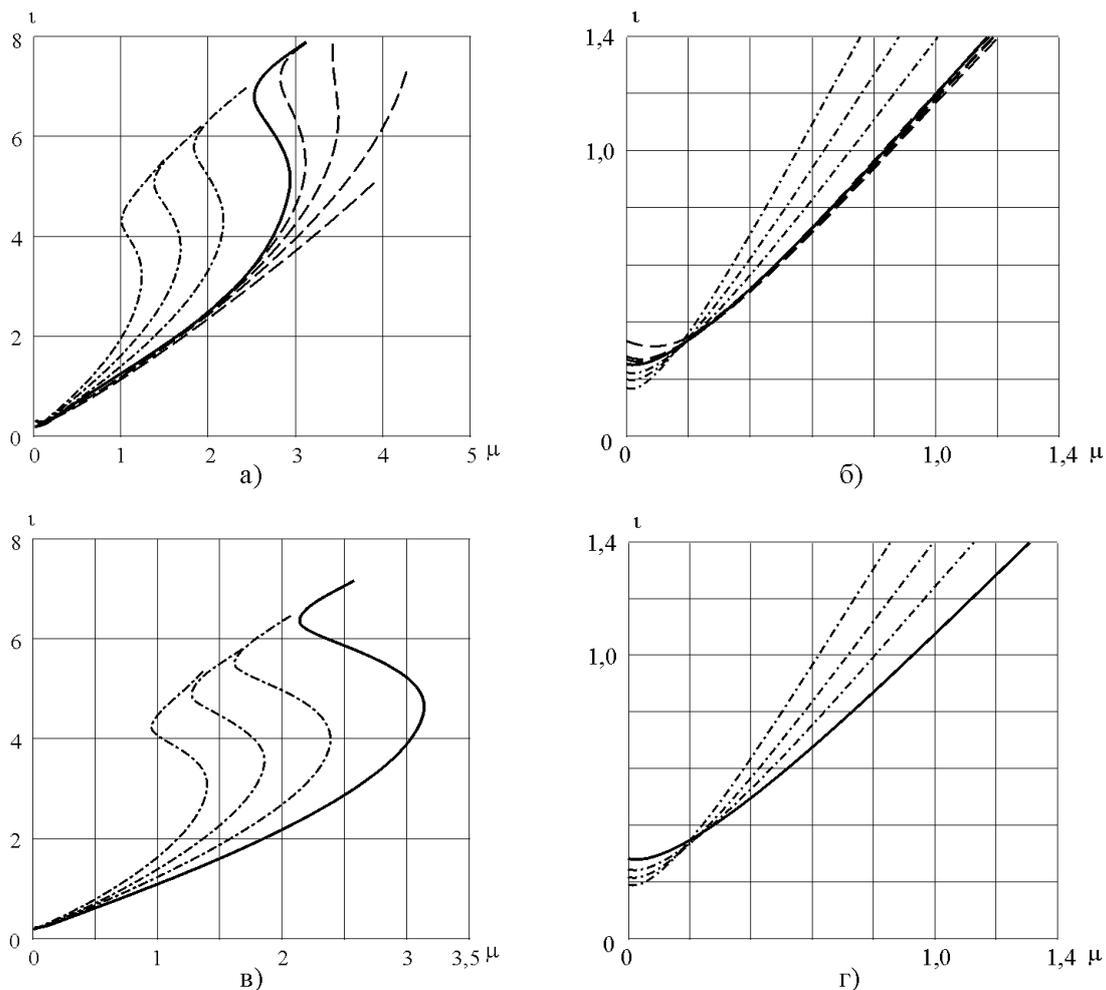


Рис. 3.13. Характеристики  $u(\mu)$  при скалярной (а-б) и векторной (в-г)  $IR$ -компенсации при пониженном напряжении.

ставляющую в звене постоянного тока преобразователя частоты (ПЧ).

Положительная обратная связь по току в приводе с *IR*-компенсацией снижает его устойчивость и приводит к возникновению автоколебаний при низких частотах. Это требует включения в каналы обратной связи фильтров нижних частот (рис. 3.11).

На рис. 3.12 в качестве примера показаны семейства расчётных статических характеристик двигателя при двухзонном регулировании. Сплошные линии на рисунке соответствуют номинальной частоте питания, штриховые – характеристикам в области регулирования с постоянным располагаемым моментом (зона

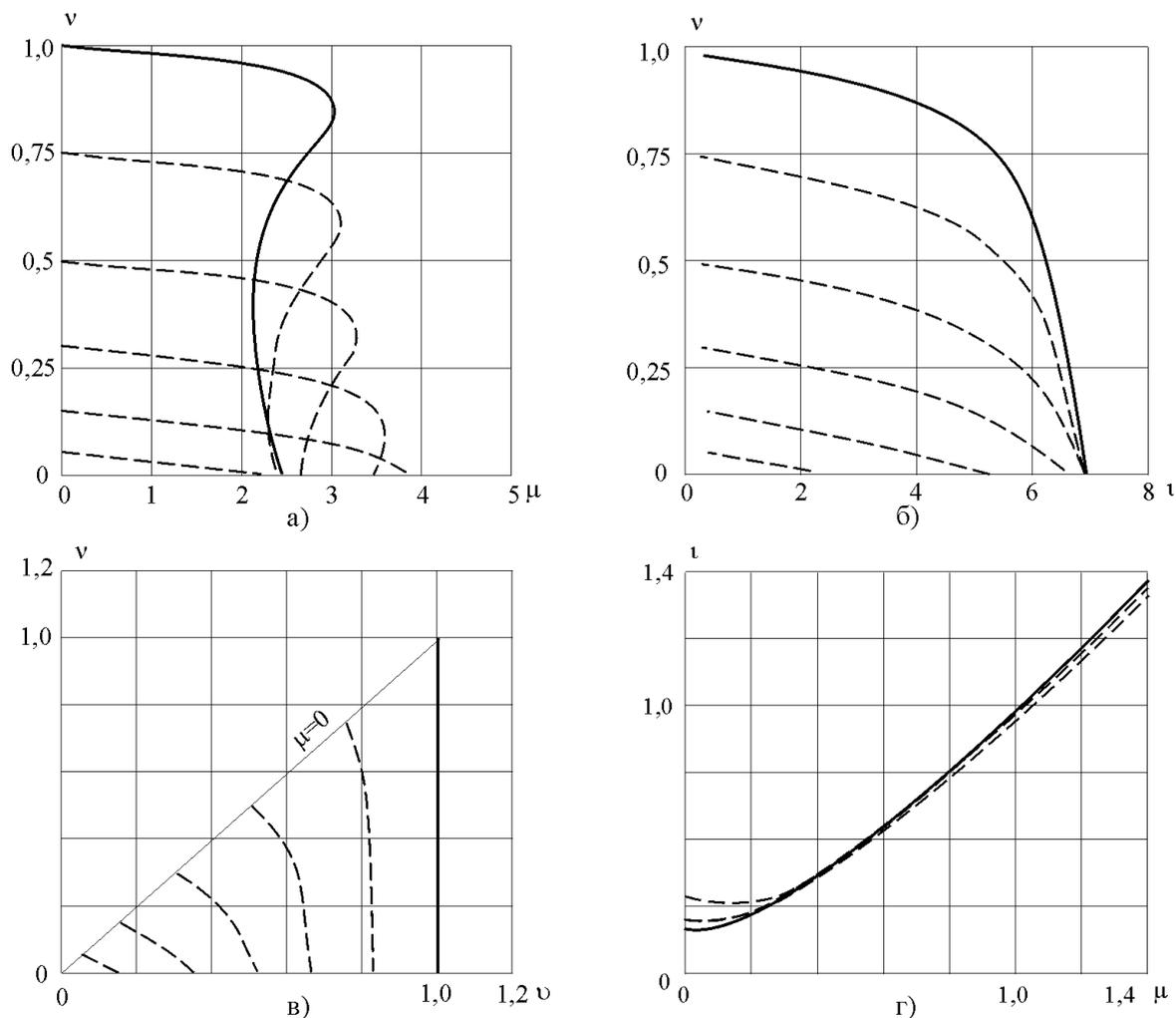


Рис. 3.14. Характеристики двигателя в 1-й зоне при оптимизированной скалярной *IR*-компенсации.

1), а штрих-пунктирные – в области регулирования с постоянной располагаемой мощностью (зона 2).

Применение скалярной компенсации при номинальном напряжении питания за счёт вольтодобавки существенно (более чем на 60%) увеличивает перегрузочную способность двигателя. Причём, при снижении частоты опрокидывающий момент ещё более возрастает, что позволяет расширить диапазон регулирования с сохранением номинальной перегрузочной способности двигателя. Однако напряжение питания остаётся в пределах номинального только при  $\alpha < 0,5$ .

Уменьшение напряжения до значений не превышающих номинальное на рабочем участке снижает перегрузочную способность на 15...20%.

Векторная компенсация при номинальном напряжении на 40% увеличивает перегрузочную способность двигателя с сохранением её во всей первой зоне регулирования. При этом превышение напряжения возникает только при  $\alpha > 0,9$  и составляет около 20%. Снижение напряжения до номинального с учётом вольтодобавки уменьшает опрокидывающий момент практически до номинального значения.

Не менее важной, чем механическая характеристика является зависимость тока статора от нагрузочного момента (рис. 3.13). При скалярной компенсации с пониженным напряжением питания ток в первой зоне регулирования несколько меньше значения, соответствующего номинальной частоте, а при рабочих нагрузках он практически с ним совпадает. Однако при номинальном моменте ток на 15...20% превышает номинальный (рис. 3.13 б), что исключает возможность работы двигателя с полной нагрузкой. В случае векторной компенсации все характеристики  $i(\mu)$  при регулировании в области частот ниже номинальной полностью совпадают с характеристикой, соответствующей номинальной частоте (рис. 3.13 в-г). Векторная компенсация при пониженном напряжении позволяет сохранить располагаемый момент практически на уровне номинального режима, но при этом ток статора при номинальной нагрузке выше номинального на 8...10%, что также как при скалярной компенсации требует снижения момента приблизительно на такое же значение.

Характеристики  $i(\mu)$  во второй зоне регулирования при обоих способах компенсации лежат выше естественной характеристики. Ток статора при номинальной нагрузке превышает номинальный и возрастает приблизительно пропорционально возрастанию частоты. Однако это не исключает возможности расширения диапазона регулирования за счёт использования повышенных скоростей вращения в длительном режиме, т.к. при этом момент нагрузки снижается обратно пропорционально частоте питания.

Увеличение опрокидывающего момента при скалярной компенсации можно использовать для оптимизации регулирования в первой зоне, если вместо понижения напряжения питания ввести нелинейную зависимость в функциональный преобразователь, связывающий каналы регулирования частоты и напряжения (рис. 3.11). Можно также ввести частотную зависимость в канал обратной связи. Например, вместо выражения (3.12) можно использовать выражение

$$\Delta u_1 = r_1 |i_1| (1 - \alpha). \quad (3.13)$$

Тогда при номинальной частоте привод будет работать на естественной характеристике, а по мере её понижения ( $\alpha \rightarrow 0$ ) будет увеличиваться коэффициент обратной связи и, соответственно, эффект компенсации.

На рис. 3.14 приведены характеристики привода с таким видом компенсации. Здесь при снижении частоты опрокидывающий момент увеличивается, но несколько меньше, чем при линейной обратной связи (рис. 3.14 а). При этом напряжение питания двигателя во всём диапазоне регулирования не превышает

номинальное (рис. 3.14 в). Ток статора при номинальной нагрузке практически равен номинальному (рис. 3.14 г). Всё это позволяет сделать вывод, что оптимизированная скалярная IR-компенсация может успешно использоваться для регулирования асинхронного привода в области частот ниже номинальной с номинальным нагрузочным моментом. При этом её реализация существенно проще векторной IR-компенсации.

### 3.1.4.2 IZ-компенсация.

Уравнение статической механической характеристики при IZ-компенсации можно получить также, как оно было получено для IR-компенсации из общего выражения (3.4), но полагая в этом случае  $z_1 = 0$  и вместо напряжения статора,

подставляя  $U = \left| \underline{U}_0'' \alpha - \underline{I}_{1НОМ} z_1 \right| = \gamma'' U_{1НОМ}$ , где  $U_0'' = \frac{U_{1НОМ}}{b(1)} \approx \frac{U_{1НОМ} x_m}{x_1}$  – начальное

значение внутреннего напряжения, соответствующее рабочему потоку АД при холостом ходе. Тогда

$$M = \frac{2M_k}{\frac{\beta}{\beta_k} + \frac{\beta_k}{\beta}}$$

где  $\beta_k = \frac{r_2}{x_{2\sigma}}$ ;  $M_k = \frac{m_1 U_{1НОМ}^2}{2\omega_{1НОМ}} \cdot \frac{x_m}{x_{2\sigma} x_1}$

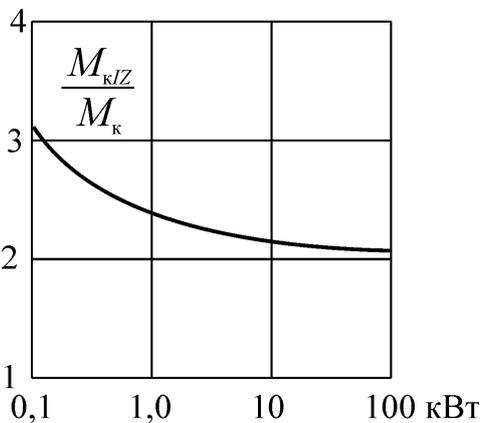


Рис. 3.15 Соотношение критического момента при частотном управлении с IZ-компенсацией и критического момента естественной характеристики АД.

Здесь, как и в случае IR-компенсации, критические моменты и абсолютное скольжение не зависят от частоты статора. Критические моменты в двигательном и генераторном режимах одинаковы и превосходят момент в двигательном режиме на естественной характеристике в 2...3 раза. Соотношение моментов в обозначениях основного уравнения механической характеристики (3.4) определяется выражением

$$\frac{M_{kIZ}}{M_k} = \frac{r_1 + a(1) \cdot b(1)}{x_{2\sigma} [b(1)]^2}$$

Характер этой зависимости от мощности АД (рис.3.15). идентичен режиму IR-компенсации, с той лишь разницей, что значение критического момента у двигателей

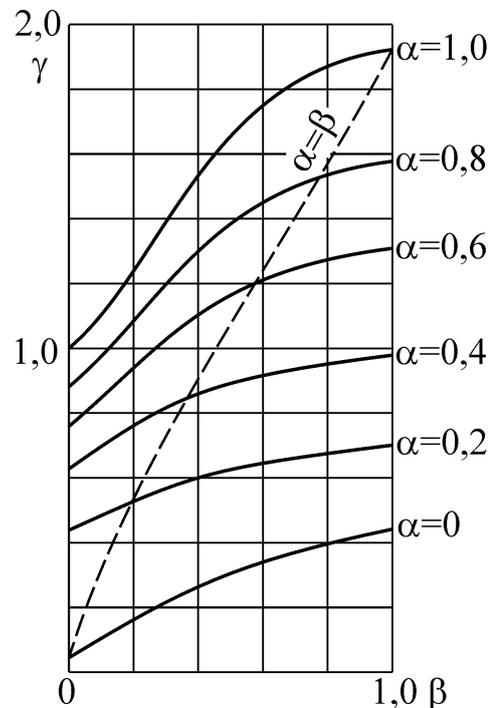


Рис. 3.16. Изменение напряжения, необходимое для стабилизации магнитного потока при частотном управлении с IZ-компенсацией

малой мощности более, чем втрое превосходят момент в номинальном режиме.

Для компенсации падения напряжения на импедансе статора АД необходимо увеличивать входное напряжение ( $\gamma$ ) в зависимости от нагрузки ( $\beta$ ). На рисунке 3.16 показаны типичные кривые зависимости  $\gamma = F(\beta)$  при различных частотах ( $\alpha$ ). Штриховая линия  $\alpha = \beta$  отделяет область двигательного режима. Из рисунка следует, что для стабилизации потока во всем диапазоне изменения час-

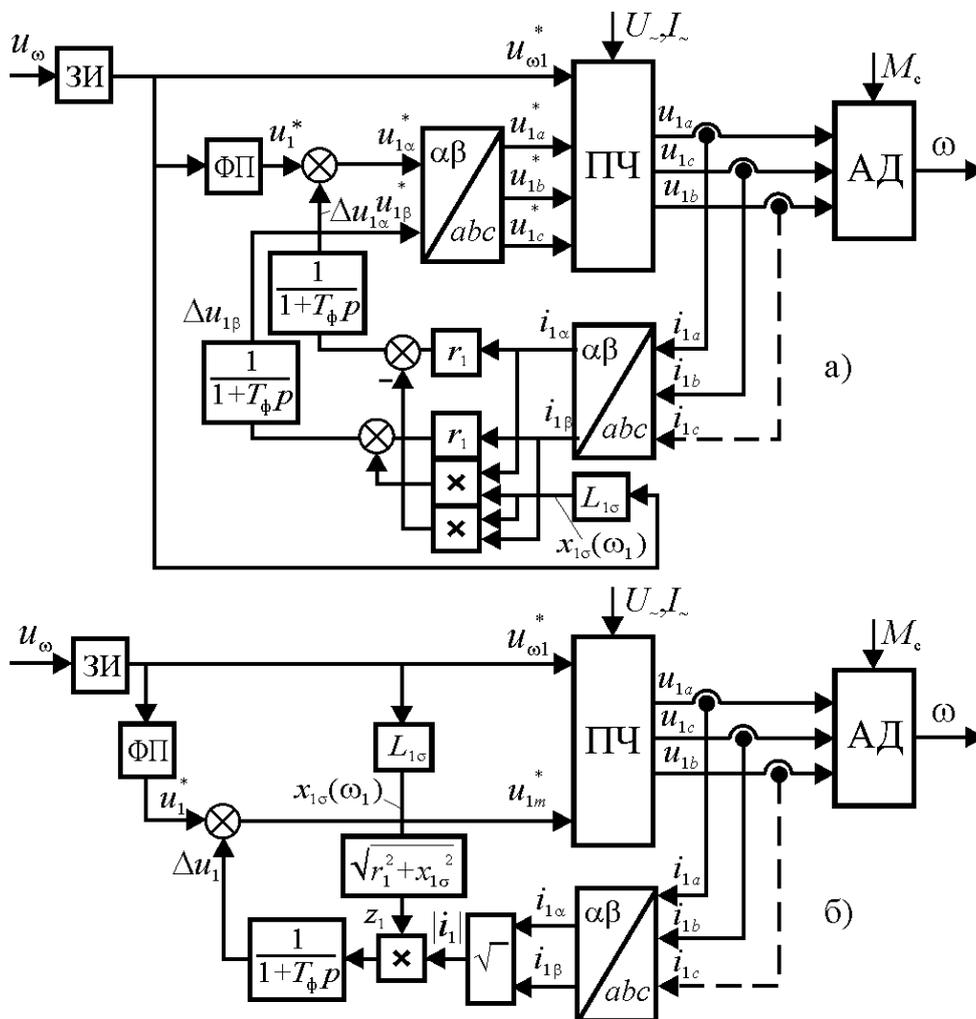


Рис. 3.17. Схемы частотного управления с векторной (а) и скалярной (б)  $I_Z$ -компенсациями

тоты и нагрузки требуется почти двукратное увеличение напряжения. Это часто недопустимо по условиям эксплуатации двигателя. Поэтому режим стабилизации потока может применяться во всем диапазоне регулирования частоты  $0 < \alpha \leq 1$  при примерно вдвое пониженном напряжении питания или в диапазоне частот  $0 < \alpha < 0,5$  при номинальном напряжении статора

Критическое абсолютное скольжение в режиме  $I_Z$ -компенсации приблизительно вдвое больше скольжения на естественной характеристике, поэтому у машин малой мощности жесткость характеристик за счет увеличенного критического момента выше, а у машин средней и большой мощности практически такая же, как на естественной характеристике, т.к. у них критический момент возрастает также приблизительно в два раза.

Принципиальным отличием режима IZ-компенсации является невозмож-

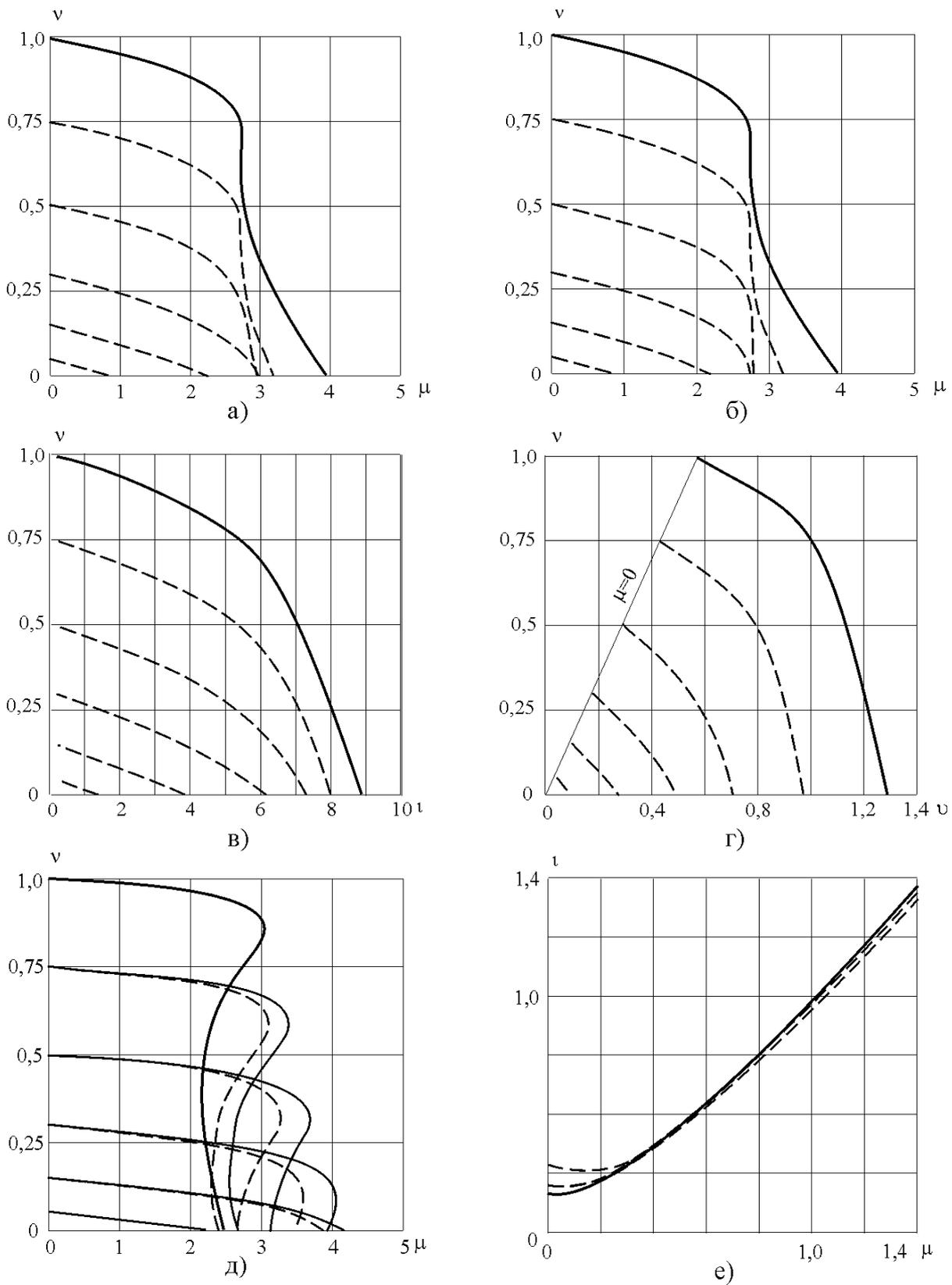


Рис. 3.18. Характеристики двигателя 5A200L2 (45 кВт) при частотном управлении с IZ-компенсацией ( $v = \omega / \omega_{\text{ном}}$ ;  $\mu = M / M_{\text{ном}}$ ;  $\nu = U_1 / U_{1\text{ном}}$ ;  $\iota = I_1 / I_{1\text{ном}}$ )

ность насыщения магнитопровода при любых частотах и нагрузках, т.к. напря-

жение на ветви намагничивания поддерживается постоянным и равным напряжению в режиме холостого хода.

Реализация  $IZ$ -компенсации, также как  $IR$ -компенсации, требует векторного представления компенсируемого напряжения:

$$\Delta \mathbf{u}_1 = \mathbf{i}_1 \mathbf{z}_1 \Rightarrow \begin{cases} \Delta u_{1\alpha} = i_{1\alpha} r_1 - i_{1\beta} x_{1\sigma \text{ном}} \alpha \\ \Delta u_{1\beta} = i_{1\beta} r_1 + i_{1\alpha} x_{1\sigma \text{ном}} \alpha \end{cases}$$

Причём, индуктивные сопротивления потока рассеяния статора являются частотно-зависимыми, поэтому схема устройства существенно усложняется (рис. 3.17 а). Использование скалярной (модульной)  $IZ$ -компенсации (рис. 3.17 б), несколько упрощает задачу. Кроме того, здесь, также как при скалярной  $IR$ -компенсации, сигнал модуля тока статора АД можно получить с помощью датчика в звене постоянного тока преобразователя частоты.

При номинальном напряжении источника питания вольтдобавка при  $IZ$ -компенсации составляет на низких частотах до 150%. Это совершенно недопустимо и требует понижения напряжения источника. Характеристики двигателя аналогичные рис. 3.12 при напряжении пониженном до номинального в точке опрокидывания приведены на рисунке 3.18 (а-г). Обращает на себя внимание возрастание электромагнитного момента при снижении скорости вращения. Это связано с уменьшением индуктивного сопротивления рассеяния обмотки ротора за счёт вытеснения тока. Эффект вытеснения столь сильно проявляется в моделируемом двигателе, что механические характеристики при скалярной (рис. 3.18 а) и при векторной (рис. 3.18 б)  $IZ$ -компенсации практически идентичны. Практически идентичны и все остальные характеристики.

Как следует из рис. 3.18 и 3.12, опрокидывающий момент двигателя при пониженном напряжении при обоих видах компенсации примерно одинаков. Это позволяет предположить, что для улучшения характеристик управления с  $IZ$ -компенсацией можно использовать нелинейную обратную связь по типу выражения (3.13). На рис. 3.18 д) приведены механические характеристики, полученные при моделировании оптимизированной скалярной  $IZ$ -компенсации. На этом же рисунке штриховыми линиями показаны характеристики для  $IR$ -компенсации. Из этого рисунка следует, что  $IZ$ -компенсация позволяет несколько увеличить опрокидывающий момент и, соответственно, увеличить диапазон регулирования скорости вращения с сохранением перегрузочной способности. Из токовых характеристик  $i(\mu)$  при  $IZ$ -компенсации (рис. 3.18 е) следует также, что эти характеристики при обоих видах компенсации практически одинаковы (ср. рис. 3.14 г).

Несмотря на отмеченные достоинства  $IZ$ -компенсации или режима стабилизации магнитного потока в зазоре машины, он практически не используется. Это связано со сложностью реализации, соизмеримой со сложностью более совершенных способов т.н. векторного управления АД. В то же время,  $IR$ -компенсация является современным техническим стандартом, в качестве одного из режимов работы преобразователей частоты.

### 3.1.4.3 Компенсация скольжения.

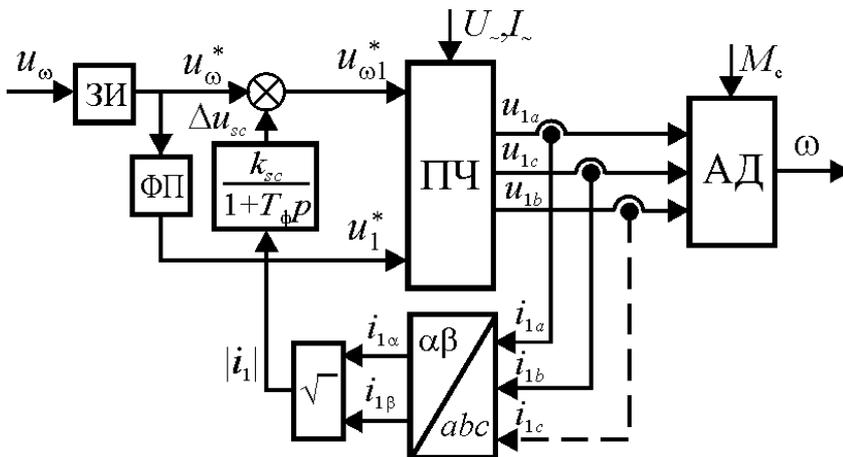


Рис. 3.19. Схема частотного управления с компенсацией скольжения ( $S$ -компенсация)

В современных преобразователях частоты предусмотрена возможность увеличения жёсткости механической характеристики привода за счёт т.н. компенсации скольжения (*slip compensation*). Сущность этого метода заключается в повышении выходной частоты преобразователя пропорционально моменту на валу двигателя, величина которого в преде-

лах рабочего участка пропорциональна току статора (см. рис. 3.13). Для этого в канал управления частотой преобразователя вводится положительная обратная связь, глубина которой определяет жёсткость характеристики.

На рис. 3.20 показаны расчётные характеристики для двигателя типа 5A200L2 (45 кВт). При обычной  $S$ -компенсации с обратной связью по модулю тока статора опрокидывающий момент двигателя уменьшается за счёт уменьшения основного магнитного потока, вызванного уменьшением соотношения  $U_1 / f_1$ . Одновременно и в значительно большей степени уменьшается критическое скольжение, повышая тем самым жёсткость характеристики. Однако нелинейность зависимости  $i(\mu)$  при малых нагрузках, связанная с наличием реактивной составляющей тока приводит к тому, что реальная скорость холостого хода  $v_0$  значительно отличается от заданного значения  $v_0^* \equiv u_{\omega}^*$ . Уменьшить это несоответствие и при этом повысить жёсткость можно, если в качестве сигнала обратной связи использовать активную составляющую тока статора. Тем не менее, полностью устранить неравенство  $v_0 \neq v_0^*$  невозможно, т.к. активная составляющая тока статора включает потери энергии в обмотках и магнитопроводе двигателя.

Снижение перегрузочной способности при  $S$ -компенсации мож-

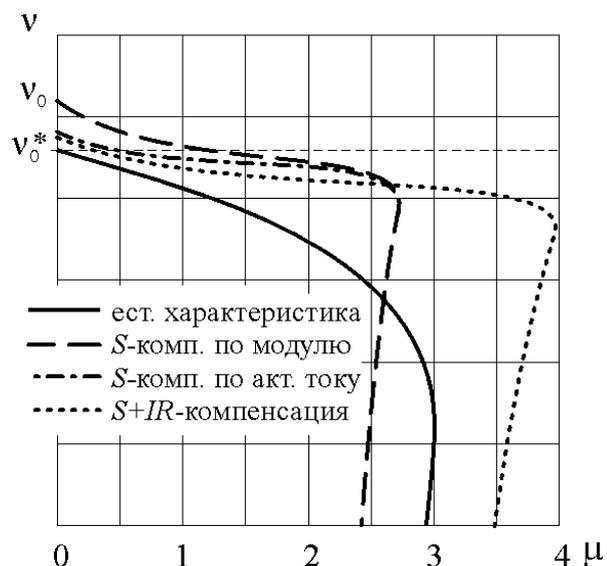


Рис. 3.20. Механические характеристики АД при различных способах  $S$ -компенсации

но устранить, если совместно с ней использовать  $IR$ -компенсацию, называемую также в литературе компенсацией момента (рис. 3.20). В этом случае для рассматриваемого в качестве примера двигателя, при коэффициенте обратной связи  $k_{sc} = 0,1$  скольжение при номинальной нагрузке уменьшается с 0,02 до 0,005, а приращение скольжения при набросе нагрузки от номинального до двойного номинального момента составляет 0,01, в то время как на естественной характеристике оно равно 0,025.

## 3.2. Векторное управление

### 3.2.1 Трансвекторное управление (FOC)

Как известно, полная управляемость электропривода обеспечивается, если обеспечивается управление электромагнитным моментом двигателя. Во всех электромеханических преобразователях вращающий момент образуется в результате взаимодействия магнитных полей статора и ротора или, что то же самое, магнитного поля одного элемента и тока другого. Для получения однозначных функций управления обе величины должны быть независимы друг от друга, и тогда одну из них можно поддерживать постоянной, а с помощью другой осуществлять регулирование. В ДПТ и синхронных двигателях существуют отдельные электрические цепи для управления магнитным потоком и моментом. В короткозамкнутых АД есть только один канал, в котором объединены обе составляющие тока и в задачу системы управления входит функция их разделения. Математически эта задача решается очень просто при использовании уравнений обобщённой электрической машины в векторной форме. В результате выбора пары векторов величин образующих электромагнитный момент и системы координат, в которой они представлены, можно получить уравнение момента в виде функции независимых проекций этих величин на координатные оси. И тогда управление моментом сведется к управлению проекциями векторов. Отсюда и происходит название способа.

В 1971 году Ф. Блашке (*F. Blaschke*) сформулировал принцип управления, запатентованный фирмой *Siemens* и названный *трансвекторным управлением* (*TRANSVEKTOR®-Regelung*). Математической основой его являются уравнения электромагнитных процессов в АД в векторной форме, представленные в системе координат ориентированной по направлению магнитного поля. В англоязычной литературе этот принцип называется *field-oriented control (FOC)*, т.е. «управление с ориентацией по полю». Он успешно используется до настоящего времени и полностью ассоциируется с понятием векторного управления, хотя в последнее время с развитием устройств обработки информации появился другой способ, в котором также используется векторное представление величин, но алгоритм отличается от *FOC*-управления. Этот способ называется *прямым управлением моментом* (*DTC direct torque control*) и также будет рассмотрен далее.

### 3.2.1.1 Выбор уравнения электромагнитного момента АД и системы координат

Для построения систем векторного управления АД могут быть использованы любые пары векторов, с помощью которых можно представить электромагнитный момент обобщённой электрической машины\*. Однако от выбора векторов в значительной мере зависит степень сложности системы. Желательно, чтобы величины, представленные векторами в уравнении момента, были наблюдаемы, т.е. чтобы их можно было непосредственно измерить и воздействовать на них при управлении моментом. У короткозамкнутого АД есть только две такие величины – это напряжение и ток статора, и только одна из них, а именно ток статора, может входить в уравнение момента. Тогда другой величиной может быть только ток ротора или какое-либо потокосцепление. Ток ротора принципиально ненаблюдаем, а устройства его идентификации по наблюдаемым параметрам сложны и ненадежны. Поэтому для выбора остаются три потокосцепления: статора, ротора и основное, т.е. магнитный поток в зазоре АД. Потокосцепление статора и рабочий поток АД можно непосредственно измерить и использовать этот сигнал в системе управления, что часто и делается при создании приводов высокого качества. В массовых же изделиях разработчики стараются использовать сигналы, доступные без установки датчиков, т.е. всё те же ток и напряжение статора, по мгновенным значениям которых можно вычислить, например, потокосцепление статора как  $u_1 = i_1 r_1 + \frac{d\psi_1}{dt} \Rightarrow \psi_1 = \int (u_1 - i_1 r_1) dt$ . Однако при выборе потокосцепления статора или основного потокосцепления передаточные функции системы управления получаются довольно сложными и мало подходят для практического использования.

Простейший вид имеют уравнения электромагнитных процессов в АД в случае представления их через вектор потокосцепления ротора  $\psi_2$ . То обстоятельство, что  $\psi_2$  невозможно измерить не является препятствием для выбора, т.к. магнитный поток ротора легко вычисляется по потоку статора или по рабочему потоку. Поэтому в дальнейшем мы ограничимся рассмотрением наиболее распространенных систем, использующих для регулирования электромагнитного момента ток статора и потокосцепление ротора, а также соответствующее уравнение момента.

Поскольку форма уравнений потокосцеплений инвариантна к выбору системы координат, то в произвольной системе  $xu$  уравнение момента будет иметь вид

$$m = \frac{3z_p L_m}{2L_2} |\psi_2 \times i_1| = \frac{3z_p L_m}{2L_2} (\psi_{2x} i_{1y} - \psi_{2y} i_{1x}) \quad (3.12)$$

Векторы  $\psi_2$  и  $i_1$  вращаются в пространстве с угловой частотой  $\omega_1 = 2\pi f_1 / z_p$ . Поэтому, если для описания процессов выбрать неподвижную систему координат или систему координат, вращающуюся синхронно с ротором АД, то проекции векторов будут синусоидальными функциями времени и регулирование таких величин будет сложной технической задачей. В случае же выбора системы

\* См. табл. 1.1 раздела 1.1.4.

координат вращающейся в пространстве с синхронной частотой  $\omega_1$ , проекции векторов будут постоянными величинами, и управление будет не сложнее, чем управление токами якоря и возбуждения ДПТ.

Задачу управления можно еще более упростить, если совместить какую-либо ось системы координат с одним из двух векторов. Тогда проекция опорного вектора на эту ось будет равна его модулю, а другая проекция будет равна нулю. При этом в уравнении электромагнитного момента (3.12) исчезнет соответствующее слагаемое в правой части.

Следовательно, если для управления электромагнитным моментом АД выбрать векторы потокосцепления ротора и тока статора и синхронную систему координат  $dq$ , совместив ось  $d$  с вектором  $\psi_2$ , то уравнение (3.12) примет вид

$$m = \frac{3z_p L_m}{2L_2} \psi_{2d} i_{1q}, \quad (3.13)$$

который в принципе ничем не отличается от соответствующего выражения для ДПТ и основной задачей системы управления будет идентификация проекций  $\psi_{2d}$  и  $i_{1q}$ . Если при этом управление построить так, чтобы потокосцепление ротора сохранялось во всех режимах постоянным, то регулирование момента АД будет осуществляться изменением поперечной составляющей тока статора  $i_{1q}$ , выполняющей в такой системе функцию тока якоря.

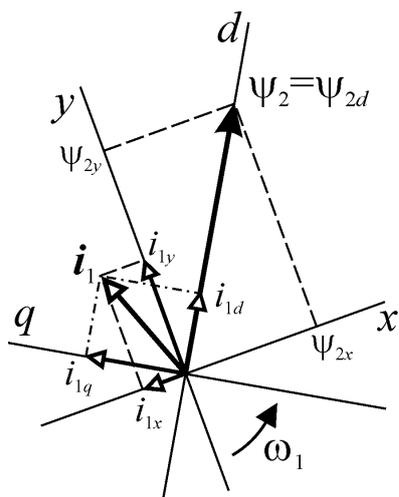


Рис. 3.20 Векторы определяющие электромагнитный момент в произвольной синхронной ( $xy$ ) и ориентированной по полю ( $dq$ ) системах координат.

Следует заметить, что в ориентированной по магнитному полю системе координат не только исключается влияние продольной составляющей тока статора  $i_{1d}$  на векторное произведение, т.е. на электромагнитный момент АД, но с помощью этой проекции становится возможным управлять магнитным потоком. Это объясняется с тем, что ток статора в короткозамкнутом АД определяет все процессы в машине и если одна из его компонент не влияет на момент, то она тем или иным способом должна

быть связана с магнитным потоком. В то же время, система координат  $dq$  ортогональна, поэтому изменение одной из проекций тока никоим образом не влияет на другую, и управление моментом и потоком может производиться независимо.

Таким образом, принцип FOC-управления заключается в раздельном управлении магнитным потоком и моментом АД с помощью независимых составляющих тока статора, соответствующих проекциям вектора тока на оси системы координат, ориентированной по направлению вектора магнитного потока.

Это определение полностью подходит и для *компенсированного* ДПТ, если токи возбуждения и якоря объединить в вектор, представленный в системе коор-

динат, ориентированной по оси главных полюсов. Отличие АД от ДПТ заключается только в том, что в АД система координат вращается вместе с потоком, а в ДПТ она неподвижна. Реальные же токи статора АД протекают в неподвижных обмотках и соответствуют проекциям вектора тока на неподвижную систему фазных осей координат. Поэтому при FOC-управлении АД необходимы координатные преобразования.

В неподвижной системе координат продольная и поперечная составляющие определяют амплитуду и фазу тока статора АД по отношению к магнитному потоку совершенно аналогично тому, как активная и реактивная составляющие определяют эти параметры по отношению к напряжению. Если задать значение продольной составляющей  $i_{1d}$ , соответствующим требуемому магнитному потоку, а поперечной  $i_{1q}$  – требуемому моменту на валу, то тем самым будет определен вектор тока статора в синхронной системе координат. После этого, в соответствии с выражениями (1.7), можно преобразовать синхронную систему координат  $dq$  в неподвижную  $\alpha\beta$  и разложить вектор тока на фазные проекции, в результате чего образуются синусоидальные сигналы, соответствующие фазным токам которые нужно сформировать в обмотках статора, чтобы получить заданный электромагнитный момент.

Преобразование системы координат невозможно без информации о пространственном положении опорного вектора  $\psi_2$  в каждый момент времени. Эту информацию можно получить непосредственным измерением магнитного потока статора или рабочего потока с помощью датчиков, а затем вычислить  $\psi_2$ , или вычислить его по мгновенным значениям фазных напряжений и токов статора.

FOC-управление реализуется техническими устройствами с различными функциями и алгоритмами, но суть его при этом остается неизменной и в дальнейшем мы рассмотрим несколько таких вариантов.

### 3.2.1.2 Модель АД, управляемого током статора

В синхронной системе координат  $dq$ , ориентированной по магнитному полю ротора ( $|\psi_2| = \psi_{2d}$ ;  $\psi_{2q} = 0$ ), уравнение ротора имеет вид

$$i_2^{(dq)} r_2 + \frac{d\psi_2^{(dq)}}{dt} + j\omega_2 \psi_2^{(dq)} = 0$$

В это уравнение в качестве переменной входит неконтролируемый ток  $i_2$ . Заменяем его на  $i_1$ , воспользовавшись выражением (1.13) для потокосцепления ротора, из которого  $i_2^{(dq)} = [\psi_2^{(dq)} - L_m i_1^{(dq)}] / L_2$ . Подставим это выражение в исходное уравнение и, опуская индексы системы координат, получим

$$\frac{L_m r_2}{L_2} \dot{i}_1 = \frac{d\Psi_2}{dt} + \left( \frac{r_2}{L_2} + j\omega_2 \right) \Psi_2$$

$$\Downarrow$$

$$i_1 = \frac{\Psi_2}{L_m} (1 + T_2 p + jT_2 \omega_2)$$

где  $T_2 = L_2 / r_2$  – электромагнитная постоянная времени ротора.

Отсюда найдем проекции вектора тока статора с учетом того, что  $\Psi_{2q} = 0$

$$i_{1d} = \frac{\Psi_{2d}}{L_m} (1 + T_2 p); \quad i_{1q} = \frac{\Psi_{2d}}{L_m} T_2 \omega_2 \quad (3.14)$$

а также потокосцепление и угловую частоту ротора

$$\Psi_{2d} = i_{1d} \frac{L_m}{1 + T_2 p}; \quad \omega_2 = i_{1q} \frac{L_m}{T_2 \Psi_{2d}}. \quad (3.15)$$

Таким образом, с помощью продольной проекции тока статора  $i_{1d}$  можно независимо управлять потокосцеплением ротора и передаточная функция этого канала соответствует апериодическому звену с постоянной времени равной постоянной времени ротора. Продольная составляющая тока статора  $i_{1d}$  играет в АД роль тока возбуждения ДПТ или синхронной машины. Поперечная проекция  $i_{1q}$  при постоянном потоке ротора позволяет безинерционно управлять электромагнитным моментом или частотой ротора  $\omega_2$ .

Подставляя  $i_{1q}$  в выражение (2.13), получим

$$m = \frac{3z_p L_m}{2L_2} \Psi_{2d} i_{1q} = \frac{3z_p}{2r_2} \Psi_{2d}^2 \omega_2 \quad (3.16)$$

т.е. электромагнитный момент АД линейно связан с частотой ротора  $\omega_2$  и эта величина также как поперечная составляющая тока статора  $i_{1q}$  может использоваться для управления двигателем.

Подстановкой  $\omega_2 = \omega_1 - \omega$  выражение (3.16) можно преобразовать и получить уравнение механической характеристики вида

$$\omega = \omega_1 - m / h, \quad (3.17)$$

где  $h = \frac{3z_p \Psi_{2d}^2}{2r_2}$  – статическая жесткость характеристики, определяемая величиной

потокосцепления  $|\Psi_2| = \Psi_{2d}$  и активным сопротивлением  $r_2$  ротора. Выражение для жесткости идентично жесткости характеристики ДПТ, если в нем под сопротивлением якоря понимать  $r_2$ . При  $\Psi_{2d} = \text{const}$  механическая характеристика линейна и полностью соответствует характеристике компенсированного ДПТ с независимым возбуждением.

Из выражений (3.14) можно определить электромеханическую характеристику АД  $\omega(I_{1m})$ . Для статического режима справедливо

$$i_{1d} = \frac{\Psi_{2d}}{L_m} = I_{0m}; \quad i_{1q} = \frac{\Psi_{2d}}{L_m} T_2 \omega_2 = I_{0m} T_2 \omega_2,$$

где  $I_{0m} = |\Psi_2| / L_m = \Psi_{2d} / L_m$  – амплитуда тока холостого хода. Отсюда с учетом  $\omega_2 = \omega_1 - \omega$

$$I_{1m} = |i_1| = \sqrt{i_{1d}^2 + i_{1q}^2} = I_{0m} \sqrt{1 + (T_2 \omega_2)^2}$$

$$\Downarrow$$

$$\omega = \omega_1 \pm \left( \sqrt{(I_{1m} / I_{0m})^2 - 1} \right) / T_2 \tag{3.18}$$

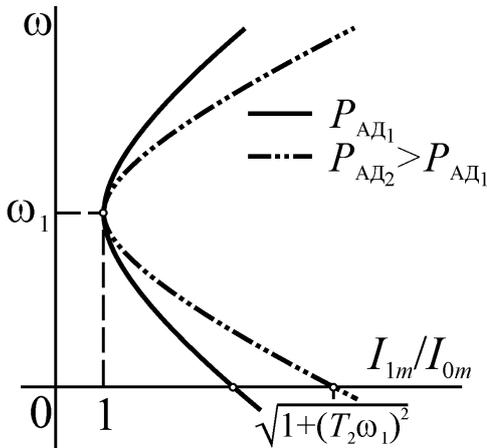


Рис. 3.21. Электромеханическая характеристика АД при токовом управлении.

Эта характеристика представляет собой параболу симметричную относительно частоты холостого хода  $\omega_1$  (рис. 3.21), изменение которой будет приводить к параллельному смещению кривой. Увеличение мощности АД обычно соответствует увеличению постоянной времени ротора  $T_2$ , что приводит к росту относительного пускового тока  $I_{1п} / I_{0m} = \sqrt{1 + (T_2 \omega_1)^2}$  за счёт сближения ветвей параболы.

Выражения (3.15)-(3.16) совместно с уравнением движения электропривода позволяют построить структурную схему АД представленную на рисунке 3.22. Входными величинами

здесь являются проекции вектора тока статора  $i_{1d}$  и  $i_{1q}$ , а также момент сопротивления на валу АД  $m_c$ . Однако в реальном АД ток статора формируется в неподвижной системе координат  $\alpha\beta$  в виде синусоидальных функций времени, а ток в синхронной системе  $dq$  получается в результате преобразования  $i_1^{(dq)} = i_1^{(\alpha\beta)} e^{-j\vartheta_1}$ , где  $\vartheta_1$  текущий угол системы координат, определяемый как результат интегрирования угловой частоты статора  $\vartheta_1 = \int \omega_1 dt = \int (\omega_2 + \omega) dt$ . Функцию преобразования координат

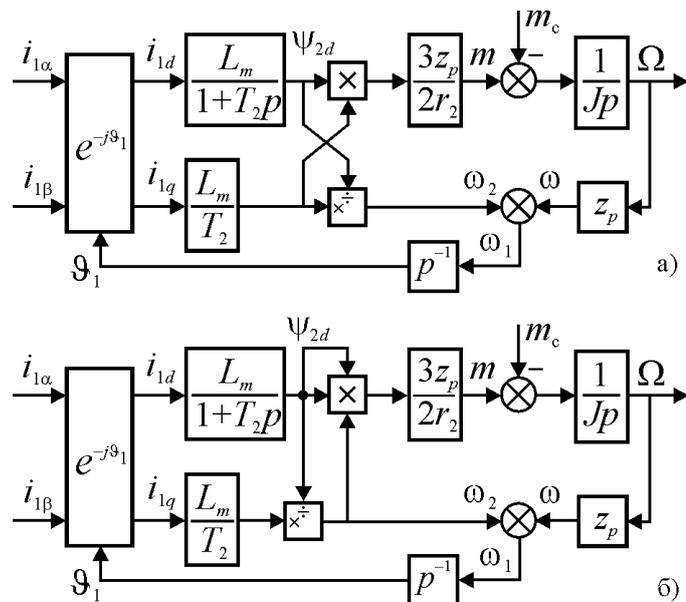


Рис. 3.22. Структурная схема АД при токовом управлении

выполняет внутренний блок вращения вектора тока или *ротатор* ( $e^{-j\theta_1}$  на рис. 3.22).\*

Выражения (3.14) и приведенная на рисунке 3.22 структурная схема соответствуют проекциям вектора тока на ортогональные оси системы координат, что эквивалентно двухфазной машине. В действительности большинство АД трехфазные, поэтому в случае необходимости использования при анализе фазных токов уравнения и структурная схема должны быть дополнены на входе безинерционным блоком преобразования числа фаз в соответствии с выражениями (1.6 а).

### 3.2.1.3. Модель АД, управляемого напряжением статора

Управление АД можно осуществлять также с помощью проекций вектора напряжения статора на оси  $dq$ . Для этого нужно получить модель АД, в которой входными величинами являются  $u_{1d}$  и  $u_{1q}$ . Запишем уравнение статора АД в системе координат  $dq$

$$\mathbf{u}_1^{(dq)} = \mathbf{i}_1^{(dq)} r_1 + \frac{d\boldsymbol{\Psi}_1^{(dq)}}{dt} + j\omega_1 \boldsymbol{\Psi}_1^{(dq)}. \quad (3.19)$$

Затем, пользуясь уравнениями потокосцеплений (1.13), представим потокосцепление статора через потокосцепление ротора и ток статора

$$\boldsymbol{\Psi}_1 = \mathbf{i}_1 L_1 (1 - k_1 k_2) + \boldsymbol{\Psi}_2 k_2 = \mathbf{i}_1 L'_1 + \boldsymbol{\Psi}_2 k_2 \quad (3.20)$$

где:  $k_1 = L_m / L_1$ ;  $k_2 = L_m / L_2$  – коэффициенты электромагнитной связи статора и ротора;  $L'_1 = L_1 (1 - k_1 k_2) = L_1 \sigma$  – переходная индуктивность статора.

Опустим индексы системы координат и, подставив (3.20) в (3.19), преобразуем уравнение (3.19) по Лапласу. Тогда

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{i}_1 [r_1 (1 + T'_1 p) + j\omega_1 L'_1] + \boldsymbol{\Psi}_2 k_2 (p + j\omega_1)$$

где  $T'_1 = L'_1 / r_1$ .

Разделяя проекции векторов в этом уравнении, мы получим с учетом того, что  $\boldsymbol{\Psi}_{2q} = 0$ , выражения для проекций напряжения и тока статора –

$$u_{1d} = i_{1d} r_1 (1 + T'_1 p) - i_{1q} \omega_1 L'_1 + p \boldsymbol{\Psi}_{2d} k_2 \quad (3.21)$$

$$u_{1q} = i_{1q} r_1 (1 + T'_1 p) + i_{1d} \omega_1 L'_1 + \omega_1 \boldsymbol{\Psi}_{2d} k_2$$

$$i_{1d} = \frac{1}{r_1 (1 + T'_1 p)} (u_{1d} + i_{1q} \omega_1 L'_1 - p \boldsymbol{\Psi}_{2d} k_2)$$

$$i_{1q} = \frac{1}{r_1 (1 + T'_1 p)} (u_{1q} - i_{1d} \omega_1 L'_1 - \omega_1 \boldsymbol{\Psi}_{2d} k_2)$$

\* Блок преобразования системы координат не имеет общепринятого названия. Поэтому в дальнейшем мы будем использовать термин «ротатор» (от лат. *rotator* – приводящий во вращение), как более краткий и отражающий суть преобразования. Помимо этих терминов в литературе встречается название этого преобразования как преобразования Парка и обозначение блока как «*park*» и «*park*<sup>-1</sup>» соответственно, названные так по имени автора, использовавшего его в исследованиях синхронных машин в конце 20-х годов 20-го века.

используя которые, можно дополнить структуру АД, управляемого током статора (рис. 3.22), и получить структурную схему АД, управляемого напряжением, показанную на рисунке 3.23. Входными величинами в ней являются проекции напряжений статора на оси  $dq$  –  $u_{1d}$  и  $u_{1q}$ . Здесь, также как при токовом управлении, проекции вектора напряжения в синхронной системе координат получены преобразованием  $\mathbf{u}_1^{(dq)} = u_1^{(\alpha\beta)} e^{-j\theta_1}$  с помощью внутреннего ротатора ( $e^{-j\theta_1}$  на рис. 3.23).

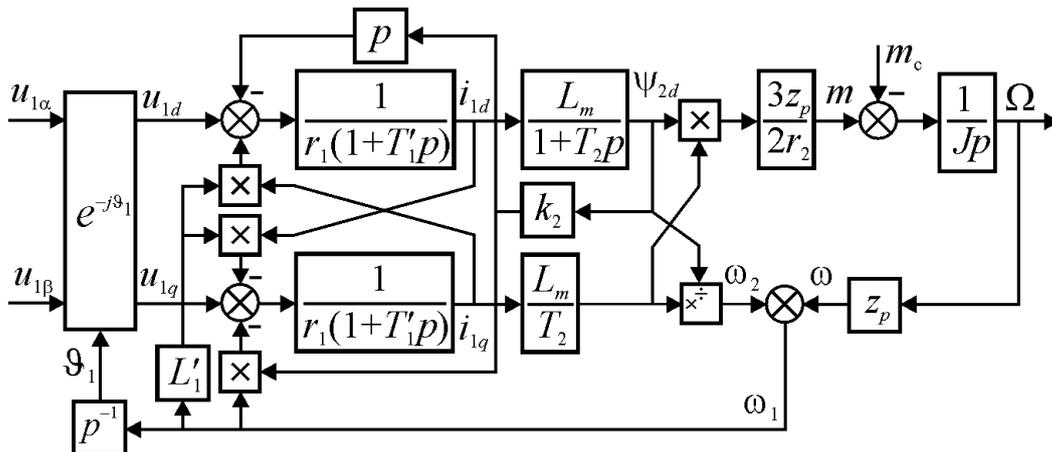


Рис. 3.23. Структурная схема АД при управлении напряжением статора.

В случае необходимости анализа процессов с использованием реальных фазных напряжений в трехфазной машине структуру модели нужно дополнить безинерционным блоком преобразования числа фаз.

#### 3.2.1.4. Системы FOC-управления с формированием тока статора

При построении систем FOC-управления в той или форме используются математические модели АД, позволяющие создать независимые каналы управления переменными, формирующими вращающий момент.

Рассмотрим это вначале на примере токового управления, т.е. такой системы управления, которая формирует частоту, амплитуду и фазу токов статора двигателя. Для упрощения выражений ограничимся двухфазным представлением машины, т.к. отличие его от трехфазного заключается в несущественном для нашей задачи преобразовании числа фаз с помощью умножения на постоянные коэффициенты.

Пусть преобразователь частоты в сочетании с устройством управления обеспечивает полное соответствие реальных токов статора заданным значениям. Это допущение достаточно хорошо соответствует действительности, если машина питается от транзисторного преобразователя с частотой коммутации минимум в десять раз превышающей частоту основной гармоники тока.

Из выражения (3.16) следует, что регулирование электромагнитного момента АД может осуществляться двумя сигналами: потокосцеплением  $\Psi_{2d}$  и частотой ротора  $\omega_2$  или поперечной составляющей тока статора  $i_{1q}$ . Остановимся вна-

чале на системе управления с сигналами  $\Psi_{2d}^*$  и  $\omega_2^*$  (рис. 3.24). Из выражений (3.14) сигналы задания координат тока  $i_{1d}^*$  и  $i_{1q}^*$  можно представить как

$$i_{1d}^* = \frac{\Psi_{2d}^*}{\tilde{L}_m} (1 + \tilde{T}_2 p); \quad i_{1q}^* = \frac{\Psi_{2d}^*}{\tilde{L}_m} \tilde{T}_2 \omega_2^*, \quad (3.22)$$

где тильдой обозначены параметры, определенные экспериментальным или расчётным путём и, в общем случае, отличающиеся от истинных значений  $L_m$  и  $T_2$ .

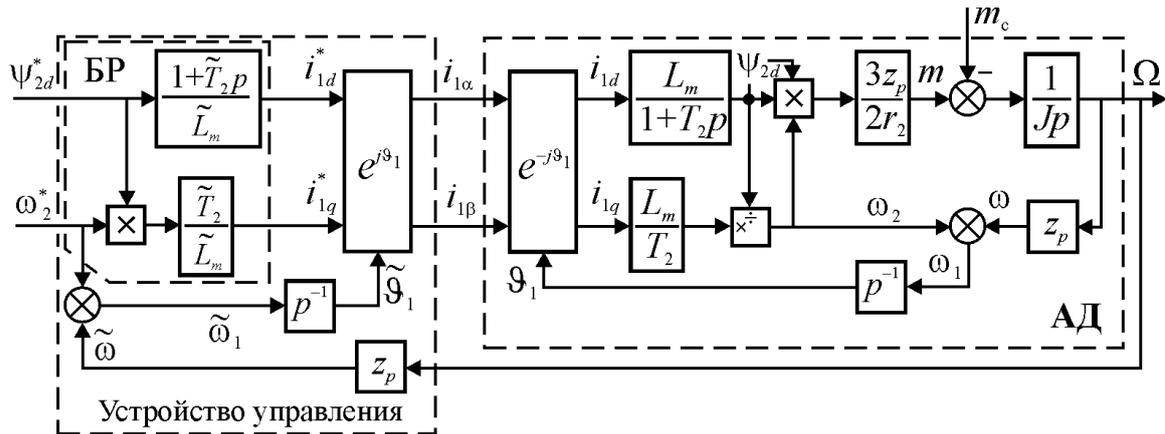


Рис. 3.24. Структурная схема системы токового управления

Ротатор  $e^{j\vartheta_1}$  осуществляет преобразование координат тока из синхронной системы  $dq$  в неподвижную  $\alpha\beta$  с текущим значением угла

$$\tilde{\vartheta}_1 = \int \tilde{\omega}_1 dt = \int (\tilde{\omega} + \omega_2^*) dt, \quad (3.23)$$

где  $\tilde{\omega} = \Omega z_p$  частота вращения ротора, определяемая по сигналу датчика скорости вращения  $\Omega$ . Если скорость вращения определяется без погрешности и  $\omega_2^* = \omega_2$ , то  $\tilde{\vartheta}_1 = \vartheta_1$  и

$$i_1^{*(dq)} \cdot e^{j\tilde{\vartheta}_1} = i_1^{(\alpha\beta)} = \frac{i_1^{(dq)}}{e^{-j\vartheta_1}} = i_1^{(dq)} e^{j\vartheta_1} \quad (3.24)$$

$$i_1^{(dq)} = i_1^{*(dq)}; \quad i_{1d} = i_{1d}^*, \quad i_{1q} = i_{1q}^*$$

т.е. преобразование координат ротаторами в этом случае соответствует единичной передаточной функции и производится без погрешности.

Из выражений (3.14), (3.15) и (3.22) с учётом (3.24) также следует, что

$$\Psi_{2d} = i_{1d}^* \frac{L_m}{1 + T_2 p} = \frac{\Psi_{2d}^*}{\tilde{L}_m} (1 + \tilde{T}_2 p) \frac{L_m}{1 + T_2 p} = \Psi_{2d}^* \Big|_{\tilde{L}_m=L_m; \tilde{T}_2=T_2}$$

$$\omega_2 = i_{1q}^* \frac{L_m}{T_2 \Psi_{2d}} = \frac{\Psi_{2d}^*}{\tilde{L}_m} \tilde{T}_2 \omega_2^* \frac{L_m}{T_2 \Psi_{2d}} = \omega_2^* \Big|_{\tilde{L}_m=L_m; \tilde{T}_2=T_2}$$

Таким образом, при соблюдении условий соответствия электромагнитных параметров АД и коэффициентов элементов устройства управления, а также точного определения скорости вращения и выполнения математических опера-

ций, заданные значения  $\psi_{2d}^*$  и  $\omega_2^*$  будут в точности соответствовать потокосцеплению и частоте ротора двигателя. Причём, управление этими величинами будет происходить независимо, т.е. так, как если бы в структуре АД были устранены перекрёстные связи. Поэтому блок устройства управления, реализующий эту функцию называется блоком *развязки координат* (БР на рис. 3.24).

В случае постоянства потокосцепления ротора ( $\psi_{2d}^* = \text{const}$ ) структурная схема АД преобразуется к виду рис. 3.25 а, соответствующему передаточным функциям

$$\frac{m(p)}{\omega_2(p)} = \frac{3}{2} z_p^2 \frac{\psi_{2d}^2}{r_2}; \quad \frac{\Omega(p)}{\omega_2(p)} = \frac{3}{2} z_p^2 \frac{\psi_{2d}^2}{r_2} \frac{1}{Jp} = \frac{1}{T_m p} \quad (3.25)$$

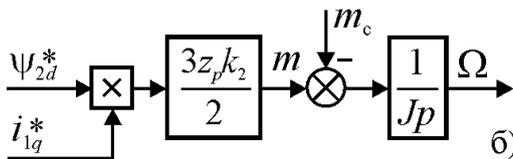
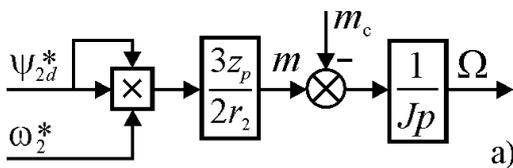


Рис. 3.25. Эквивалентные структурные схемы асинхронного привода при трансвекторном управлении с различными входными сигналами.

где  $T_m = \frac{2Jr_2}{3\psi_{2d}^2 z_p^2} = \frac{J}{h}$  – электромеханическая постоянная времени. Эти передаточные функции полностью идентичны передаточным функциям компенсированного ДПТ с независимым возбуждением.

Если в качестве входных сигналов устройства управления использовать  $\psi_{2d}^*$  и  $i_{1q}^*$ , то его структура и модель двигателя будут иметь вид рис. 3.26 и 3.22 б. Здесь также можно показать, что при соблюдении тех же условий ( $\psi_{2d} = \psi_{2d}^*$  и  $i_{1q} = i_{1q}^*$ ) передаточные

функции будут равны

$$\frac{m(p)}{i_{1q}(p)} = \psi_{2d} \frac{3}{2} z_p^2 k_2; \quad \frac{\Omega(p)}{i_{1q}(p)} = \psi_{2d} \frac{3}{2} z_p^2 k_2 \frac{1}{Jp}. \quad (3.26)$$

В статическом режиме АД в системе токового управления имеет абсолютно мягкую механическую характеристику и для получения характеристик, соответствующих выражениям (3.17)-(3.18), требуется обратная связь по скорости вращения. Принципиально возможно построение таких систем с одной или двумя обратными связями (рис. 2.28). Обратная связь по скорости вращения с помощью регулятора РС формирует на входе блока развязки координат (БР) сигнал задания момента  $m$ . При отсутствии контура регулирования потокосцепления ротора (рис. 3.27 а) угловое положение системы координат  $\vartheta_1$  определяется интегрированием суммы:  $\vartheta_1 = \int (\omega + k_p m) dt = \int (\omega + \omega_2) dt$ , где  $k_p$  – пропорциональный коэффициент регулятора. После определения вектора тока задания в неподвижной ортогональной системе координат  $i_1^{*(\alpha\beta)}$  и преобразования в фазную систему  $i_1^{*(abc)}$ , его координаты сравниваются со значениями реальных фазных токов ( $i_1^{(abc)}$ ), а затем с помощью релейных регуляторов и инвертора (И) в обмотках

статора формируются токи с отклонением от заданных значений, определяемым величиной гистерезиса регулятора.

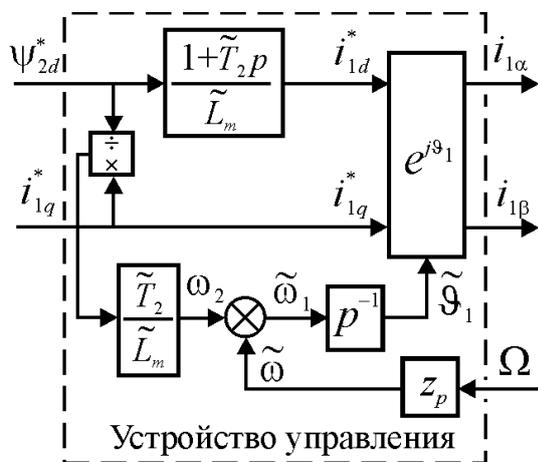


Рис. 3.26 Устройство управления с поперечной составляющей тока в качестве входного сигнала

В системах управления на рис. 3.24 и 3.27 а) положение системы координат определяется сигналом задания частоты ротора и скоростью вращения без учёта реального положения потокосцепления ротора в пространстве. Это приводит к статическим и динамическим ошибкам регулирования и снижению энергетических показателей привода, т.к. системы координат устройства управления и двигателя в общем случае рассогласованы.

В приводах высокого качества модуль и положение потокосцепления ротора определяется (идентифицируется) с помощью датчиков, расположенных в зазоре машины

(рис. 3.27 б). Обычно это датчики Холла, но иногда используют измерительные витки, уложенные на клиньях пазов пакета статора, в которых переменный поток наводит ЭДС, пропорциональную его величине и скорости изменения. Если датчики установлены на осях двух фазных обмоток статора, то их выходные сигналы соответствуют представлению вектора основного потокосцепления в фазных координатах  $\Psi_m^{(abc)}$ . Если же они установлены на ортогональных осях, ориентированных по оси обмотки фазы *a*, то выходные сигналы соответствуют пред-

ставлению вектора в координатах  $\alpha\beta$  –  $\Psi_m^{(\alpha\beta)}$ . Измерение основного магнитного потока позволяет вычислить координаты вектора потокосцепления ротора и ориентировать по нему систему координат управления, а также создать соответствующий контур регулирования.

Потокосцепление ротора можно определить по координатам основного потокосцепления и тока статора.

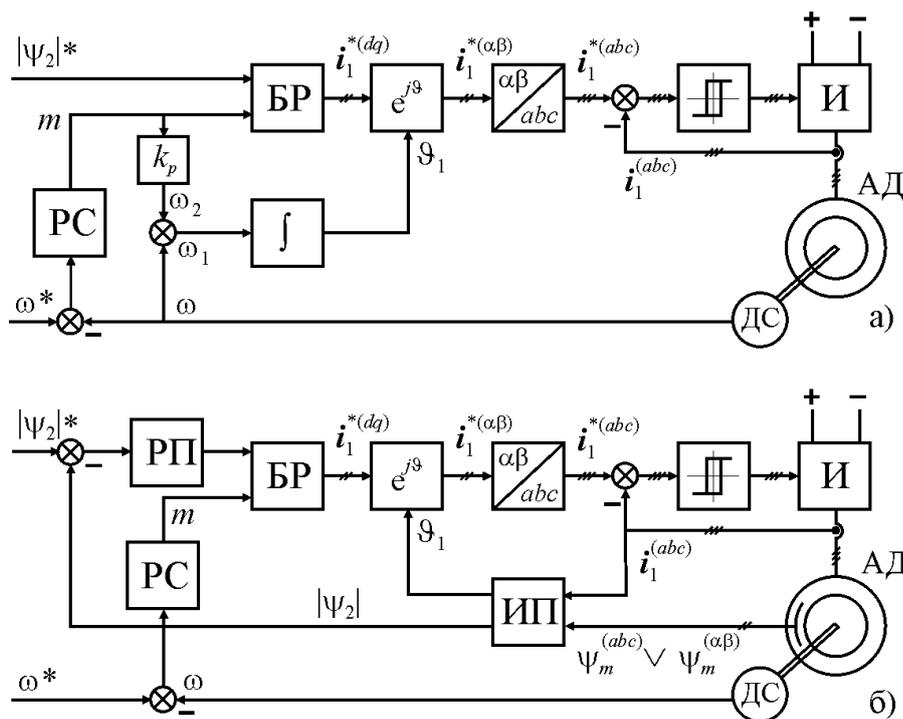


Рис. 3.27. Функциональные схемы систем токового управления АД

Из уравнения потокосцепления статора в неподвижной системе координат  $\Psi_2^{(\alpha\beta)} = \Psi_m^{(\alpha\beta)} + L_{2\sigma} i_2^{(\alpha\beta)}$  с учётом того, что

$$\Psi_m^{(\alpha\beta)} = L_m i_m^{(\alpha\beta)} = L_m [i_1^{(\alpha\beta)} + i_2^{(\alpha\beta)}] \Rightarrow i_2^{(\alpha\beta)} = \frac{\Psi_m^{(\alpha\beta)}}{L_m} - i_1^{(\alpha\beta)},$$

можно получить искомое уравнение

$$\Psi_2^{(\alpha\beta)} = \frac{\Psi_m^{(\alpha\beta)}}{k_2} - L_{2\sigma} i_1^{(\alpha\beta)} \Rightarrow \begin{cases} \Psi_{2\alpha} = \frac{\Psi_{m\alpha}}{k_2} - L_{2\sigma} i_{1\alpha} \\ \Psi_{2\beta} = \frac{\Psi_{m\beta}}{k_2} - L_{2\sigma} i_{1\beta} \end{cases}$$

и вычислить амплитуду и угловое положение потокосцепления ротора (рис. 3.28):

$$|\Psi_2| = \sqrt{\Psi_{2\alpha}^2 + \Psi_{2\beta}^2}; \quad \cos \vartheta_1 = \Psi_{2\alpha} / |\Psi_2|; \quad \sin \vartheta_1 = \Psi_{2\beta} / |\Psi_2|. \quad (3.27)$$

На рис. 3.27 б) показана система векторного управления с устройством идентификации потокосцепления (ИП). Система координат в ней ориентирована по сигналу  $\vartheta_1$ , вычисленному по сигналам датчиком магнитного потока.

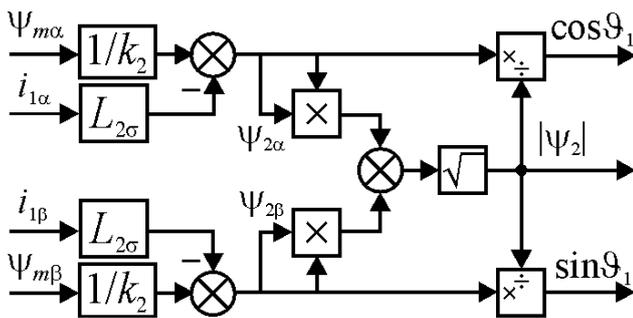


Рис. 3.28. «Бездатчиковый» наблюдатель потокосцепления ротора

Контур регулирования скорости вращения в ней дополнен контуром регулирования модуля потокосцепления  $|\Psi_2|$ . Такая система при условии отсутствия ошибок идентификации и последующих вычислений при преобразованиях координат позволяет полностью реализовать принцип

FOC-управления.

Недостатком устройств с датчиками магнитного потока является то, что, их выходной сигнал обычно сильно зашумлён и при низких скоростях вращения из него практически невозможно выделить полезную информацию. Поэтому потокосцепление ротора часто вычисляется с помощью динамической модели АД. Для этого можно использовать уравнение ротора в неподвижной систем координат

$$i_2^{(\alpha\beta)} r_2 + \frac{d\Psi_2^{(\alpha\beta)}}{dt} - j\omega \Psi_2^{(\alpha\beta)} = 0,$$

которое путём замены тока ротора  $i_2^{(\alpha\beta)} = \frac{\Psi_2^{(\alpha\beta)}}{L_2} - i_1^{(\alpha\beta)} \frac{L_m}{L_2}$  преобразуется к виду

$$\frac{\Psi_2^{(\alpha\beta)}}{T_2}(1 + T_2 p) - j\omega\Psi_2^{(\alpha\beta)} = i_1^{(\alpha\beta)}k_2r_2$$

⇓

$$\Psi_{2\alpha} = (i_{1\alpha}k_2r_2 - \omega\Psi_{2\beta})\frac{T_2}{1 + T_2 p}; \quad \Psi_{2\beta} = (i_{1\beta}k_2r_2 + \omega\Psi_{2\alpha})\frac{T_2}{1 + T_2 p}$$

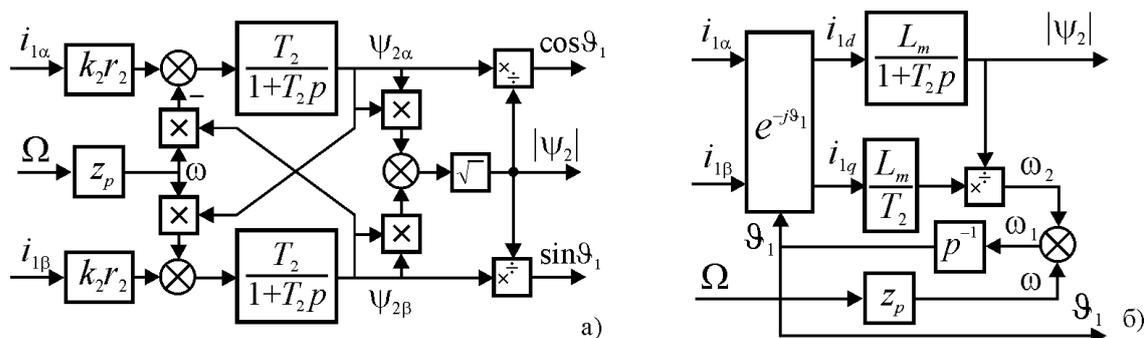


Рис. 3.29. Наблюдатели потокосцепления ротора в неподвижной а) и в синхронной б) системах координат

после чего можно вычислить амплитуду и угловое положение потокосцепления ротора по выражениям (3.27).

Для вычисления потокосцепления ротора можно воспользоваться также уравнениями (3.14). Структурные схемы обоих вариантов наблюдателей показаны на рис. 3.29.

### 3.2.1.5. Системы FOC-управления с формированием напряжения статора

В рассмотренных выше системах управление АД осуществлялось путём формирования токов в обмотках статора, т.е. при питании двигателя от источника тока. Однако на практике возможно использование источников ЭДС или напряжения. В этом случае принципы построения систем управления остаются прежними.

Например, структура системы на рис. 3.30 полностью идентична структуре системы токового управления на рис. 3.27 а), но для построения блока развязки координат (БР) в ней используются уравнения модели АД, управляемого напряжением статора. Из уравнений (3.21) подстановкой выражений (3.14) можно получить эти уравнения в виде:

$$u_{1d}^* = \frac{\Psi_{2d}^*}{L_m}r_1(1 + T_1'p)(1 + T_2p) - \frac{\Psi_{2d}^*}{L_m}T_2\omega_1\omega_2^*L_1' + p\Psi_{2d}^*k_2$$

$$u_{1q}^* = \frac{\Psi_{2d}^*}{L_m}T_2\omega_2^*r_1(1 + T_1'p) + \frac{\Psi_{2d}^*}{L_m}(1 + T_2p)\omega_1L_1' + \omega_1\Psi_{2d}^*k_2$$

Очевидно, что реализация этих функций затруднительна и на практике ошибки выполнения математических операций и отклонения параметров АД от значений включенных в передаточные функции звеньев приведут к полной неработоспособности устройства. Облегчить задачу можно, если учесть, что ротор

АД обладает очень большой электромагнитной постоянной времени и его потоко- сцепление может изменяться только относительно медленно, т.е.  $d\psi_{2d}/dt \approx 0^*$ . Кроме того, переходная постоянная времени статора  $T'_1 = L'_1/r_1 = \sigma L_1/r_1$  мала и её можно не учитывать в медленных процессах, связанных с продольной составляющей тока статора. Тогда уравнения блока развязки преобразуются к виду

$$u_{1d} = \psi_{2d} r_1 (1 - T_2 T'_1 \omega_1 \omega_2) / L_m; \quad u_{1q} = \psi_{2d} r_1 [k_2 \omega_1 L_m / r_1 + T_2 (1 + T'_1 p) \omega_2] / L_m$$

Структурная схема устройства управления, в котором реализованы эти

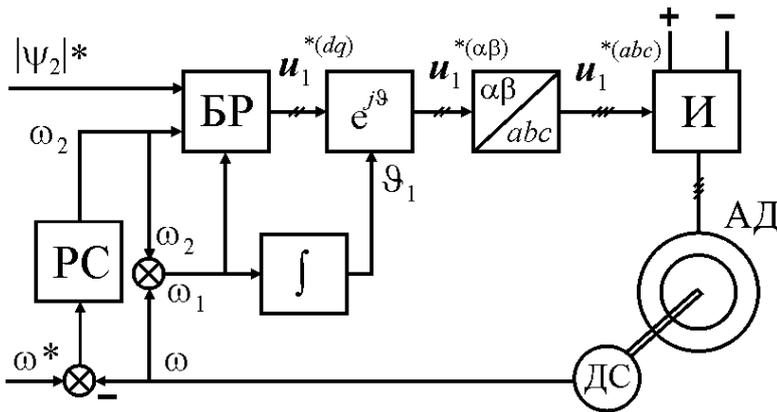


Рис. 3.30. Функциональная схема системы косвенного управления АД путём формирования напряжения статора

функции, приведена на рис. 3.31. Оно существенно сложнее, чем устройство управления для системы с формированием тока статора АД (см. рис. 3.24, 3.26). Кроме того, в нем использованы приближенные выражения, вносящие ошибку в динамических режимах. Поэтому системы управления по схеме рис. 3.31 применяются в приводах низкого и среднего качества.

Системы с формированием тока или напряжения статора в функции сигналов задания и скорости вращения (рис. 3.30 и 3.27 а), т.е. с ориентацией системы координат по вектору задания потоко- сцепления ротора, можно в ущерб качеству ещё более упростить, исключив измерение скорости вращения. В этом случае получаются, т.н. «бездатчиковые» системы векторного управления.

Существует множество способов вычисления скорости вращения. Например, для этого можно представить потоко- сцепление ротора через потоко- сцепление и ток статора в неподвижной системе координат

$$\psi_2^{(\alpha\beta)} = \frac{L_2}{L_m} (\psi_1^{(\alpha\beta)} - i_1^{(\alpha\beta)} L'_1),$$

а затем взять производную

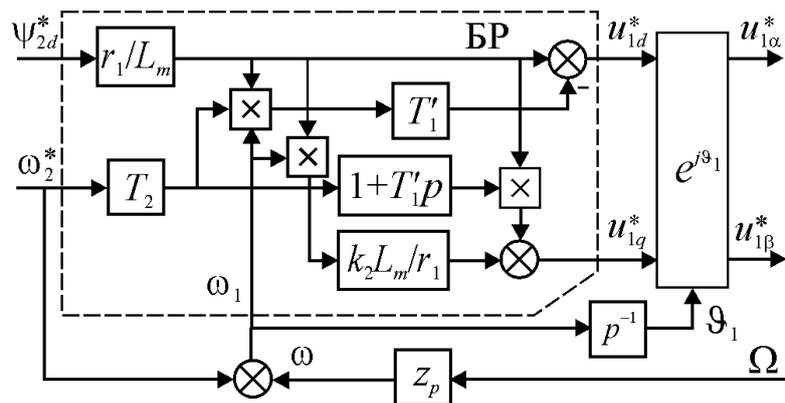


Рис. 3.31. Структурная схема устройства управления формирователя напряжения статора

\* Это справедливо только для синхронной системы координат.

$$\frac{d\psi_2^{(\alpha\beta)}}{dt} = \frac{L_2}{L_m} \left( \frac{d\psi_1^{(\alpha\beta)}}{dt} - L_1' \frac{di_1^{(\alpha\beta)}}{dt} \right)$$

и, подставив в неё уравнение статора  $\frac{d\psi_1^{(\alpha\beta)}}{dt} = u_1^{(\alpha\beta)} - i_1^{(\alpha\beta)} r_1$  и переходя к операторной форме, получить:

$$p\psi_2^{(\alpha\beta)} = \frac{L_2}{L_m} \left[ u_1^{(\alpha\beta)} - i_1^{(\alpha\beta)} r_1 (1 + T_1' p) \right].$$

Это уравнение позволяет вычислить координаты потокосцепления ротора:

$$\psi_{2\alpha} = \frac{1}{p} \frac{L_2}{L_m} \left[ u_{1\alpha} - i_{1\alpha} r_1 (1 + T_1' p) \right]; \quad \psi_{2\beta} = \frac{1}{p} \frac{L_2}{L_m} \left[ u_{1\beta} - i_{1\beta} r_1 (1 + T_1' p) \right]. \quad (3.28)$$

Но производная по времени от углового положения вектора потокосцепления равна частоте тока статора

$$\omega_1 = \frac{d\vartheta_1}{dt} = \frac{d}{dt} \left[ \arctg \left( \frac{\psi_{2\beta}}{\psi_{2\alpha}} \right) \right] = \frac{\psi_{2\alpha} \frac{d\psi_{2\beta}}{dt} - \psi_{2\beta} \frac{d\psi_{2\alpha}}{dt}}{\psi_{2\alpha}^2 + \psi_{2\beta}^2} \Leftrightarrow \frac{\psi_{2\alpha} \cdot p\psi_{2\beta} - \psi_{2\beta} \cdot p\psi_{2\alpha}}{\psi_{2\alpha}^2 + \psi_{2\beta}^2} \quad (3.29)$$

и её можно определить по известным координатам (3.28). По этим же координатам можно вычислить электромагнитный момент и частоту ротора

$$m = \frac{3z_p L_m}{2L_2} (\psi_{2\alpha} i_{1\beta} - \psi_{2\beta} i_{1\alpha}) = \frac{3z_p}{2r_2} |\Psi_2|^2 \omega_2 \quad (3.30)$$

$$\omega_2 = k_2 r_2 \frac{\psi_{2\alpha} i_{1\beta} - \psi_{2\beta} i_{1\alpha}}{\psi_{2\alpha}^2 + \psi_{2\beta}^2}$$

После чего не составляет труда определить скорость вращения

$$\Omega = (\omega_1 - \omega_2) / z_p \quad (3.31)$$

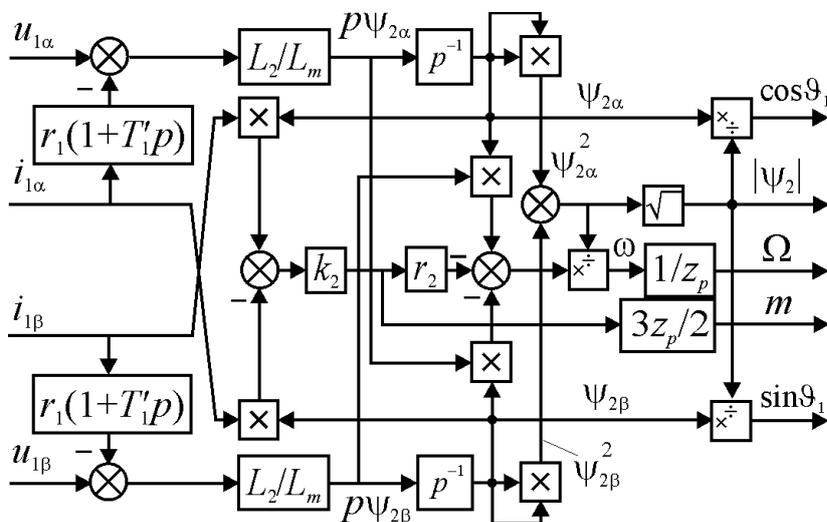


Рис. 3.32. Структурная схема блока вычисления скорости вращения

На рис. 3.32 приведена структурная схема, соответствующая выражениям (3.28)-(3.31). Она позволяет вычислить не только скорость вращения, но также модуль и пространственный угол вектора потокосцепления ротора, которые можно использовать для создания контура обратной связи и для ориентации системы координат.

Кроме того, по координатам потокосцепления легко вычисляется электромагнитный момент двигателя и создаётся возможность построения контура его регулирования.

В высококачественных приводах контур обратной связи по скорости вращения дополняют подчинёнными контурами регулирования продольной и поперечной составляющих тока статора (рис. 3.33). В этом случае система управления содержит два блока развязки координат. Первый блок (БР1) строится аналогично блоку системы токового управления по уравнениям (3.22) и формирует на выходе сигналы задания координат тока статора  $i_{1d}^*$  и  $i_{1q}^*$ . Затем они сравниваются с истинными значениями координат тока  $i_{1d}$  и  $i_{1q}$ , полученными преобразованием вектора сигналов датчиков тока статора  $i_1^{(abc)}$ , и подаются на входы регуляторов РТ $d$  и РТ $q$ . Выходные сигналы регуляторов тока через второй блок развязки координат БР2 и последующие преобразования образуют вектор сигналов управления напряжением инвертора  $u_1^{(abc)}$ . Уравнения для второго блока развязки можно получить из уравнения Кирхгофа для статора в синхронной системе координат, исключив из него потокосцепление статора  $\psi_1 = i_1 L_1' + \psi_2 k_2$ ,

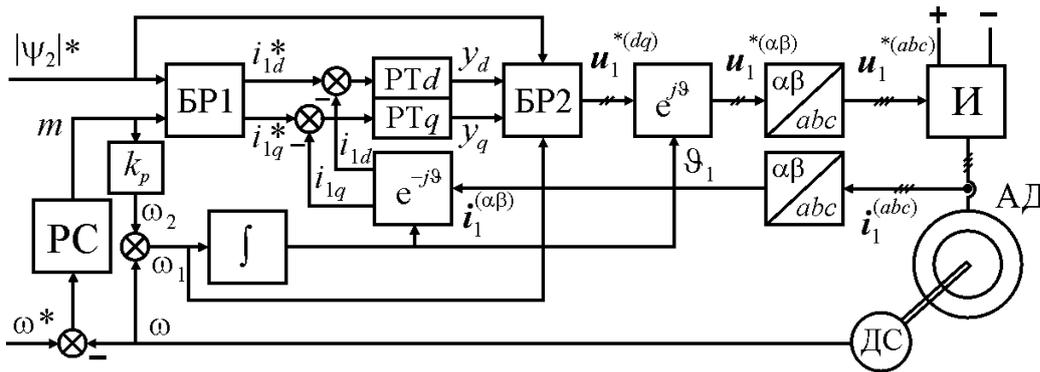


Рис. 3.33. Функциональная схема системы управления АД путём формирования напряжения статора

$$u_1^* = i_1^* r_1 + L_1' \frac{di_1^*}{dt} + k_2 \frac{d\psi_2^*}{dt} + j\omega_1 L_1' i_1^* + j\omega_1 k_2 \psi_2^*$$

Потокосцепление ротора постоянно или изменяется очень медленно. Оно является возмущающим воздействием для контура тока, влияние которого должно подавляться соответствующим контуром регулирования. Поэтому можно принять  $d\psi_2^*/dt \approx 0$  и уравнение упрощается

$$u_1^* = i_1^* r_1 (1 + T_1' p) + j\omega_1 L_1' i_1^* + j\omega_1 k_2 \psi_2^*.$$

Если передаточная функция регулятора тока равна,  $y = i_1^* (1 + T_1' p)$  и система координат ориентирована по вектору потокосцепления ротора, то уравнение второго блока развязки будет иметь вид



система может быть дополнена контуром регулирования напряжения статора АД.

Следует подчеркнуть, что системы векторного управления обладают описанными характеристиками только при условии, что параметры АД, входящие в передаточные функции элементов устройств управления и сигнал скорости вращения соответствуют истинным значениям. В противном случае возникает рассогласование систем координат двигателя и УУ, а также неполная развязка каналов управления, что приводит к ухудшению или к полной потере работоспособности привода. Это обстоятельство создает значительные трудности при реализации их на практике, т.к. параметры АД изменяются в процессе работы. В особенности это относится к величине активного сопротивления ротора, которое под воздействием температуры может изменяться в 1,5 раза. Поэтому в системах векторного управления часто используются различные адаптивные алгоритмы и регуляторы.

### 3.2.2. Прямое управление моментом (DTC)

Развитие средств вычислительной техники и силовой электроники в последние десятилетия привело к тому, что появились новые возможности управления АД. В дополнение к модульному и FOC-управлению в 1984 году И. Такахаши (*I. Takahashi*) был предложен и развит новый метод управления моментом, названный прямое управление моментом (*direct torque control DTC*), а в 1985 году М. Депенброком (*M. Depenbrock*) – метод, названный прямое самоуправление (*direct self control DSC*). Эти способы в принципе отличаются от FOC-управления, которое строится по аналогии с управлением двигателем постоянного тока независимого возбуждения. В DTC и DSC системах используются особенности электромагнитных и электромеханических процессов в АД при питании его от инвертора напряжения (ИН).

#### 3.2.2.1 Принцип регулирования потокосцепления статора

Из уравнения статора АД в неподвижной системе координат можно определить связь между векторами напряжения и потокосцепления статора

$$\mathbf{u}_1 = r_1 \mathbf{i}_1 + \frac{d\boldsymbol{\psi}_1}{dt} \Rightarrow \boldsymbol{\psi}_1 = \int (\mathbf{u}_1 - r_1 \mathbf{i}_1) dt .$$

Полагая  $r_1 \approx 0$  и переходя к конечным разностям, получим

$$\Delta \boldsymbol{\psi}_1 \approx \mathbf{u}_1 \cdot \Delta t \Rightarrow |\Delta \boldsymbol{\psi}_1| \approx |\mathbf{u}_1| \cdot \Delta t = 2U_d \Delta t / 3 .$$

Таким образом, вектор приращения потокосцепления статора  $\Delta \boldsymbol{\psi}_1$  совпадает по направлению с вектором напряжения  $\mathbf{u}_1$  и пропорционален длительности его формирования. Если в  $q$ -м интервале времени длительностью  $\Delta t_q$  инвертор преобразователя частоты формирует  $k$ -й базовый вектор\*, то конечный вектор потокосцепления  $\boldsymbol{\psi}_1$  можно представить как

\* см. раздел 2.1.1

$$\Psi_1 = \Psi_{10} + \Delta\Psi_1 = \Psi_{10} + \mathbf{u}^{(k)} \cdot \Delta t_q,$$

где  $\Psi_{10}$  – начальный вектор потокосцепления статора.

Очевидно, что нулевым базовым векторам соответствуют нулевые приращения, т.е. при их формировании сохраняется предыдущее состояние вектора потокосцепления. Однако при замыкании статорных обмоток в них действуют ЭДС, препятствующие затуханию токов, поэтому в действительности в интервалах, где формируются нулевые векторы, приращение потокосцепления будет, строго говоря, ненулевым, а знак и величина его будут зависеть от состояния электромагнитных процессов в двигателе в момент коммутации.

Приращение потокосцепления создаваемое  $k$ -м активным базовым вектором можно разложить на радиальную составляющую, направленную вдоль вектора  $\Psi_{10}$ :

$$\Delta\Psi_{1r} = \mathbf{u}_r^{(k)} \Delta t_q = |\mathbf{u}^{(k)}| \cos \gamma \cdot \Delta t_q = 2U_d \cos[\pi(k-1)/3 - \phi_0] \Delta t_q / 3$$

и тангенциальную составляющую, направленную перпендикулярно ему:

$$\Delta\Psi_{1t} = \mathbf{u}_t^{(k)} \Delta t_q = |\mathbf{u}^{(k)}| \sin \gamma \cdot \Delta t_q = 2U_d \sin[\pi(k-1)/3 - \phi_0] \Delta t_q / 3$$

(рис. 3.36 а). Радиальная составляющая вызывает изменение модуля вектора потокосцепления, а тангенциальная – угловое смещение.

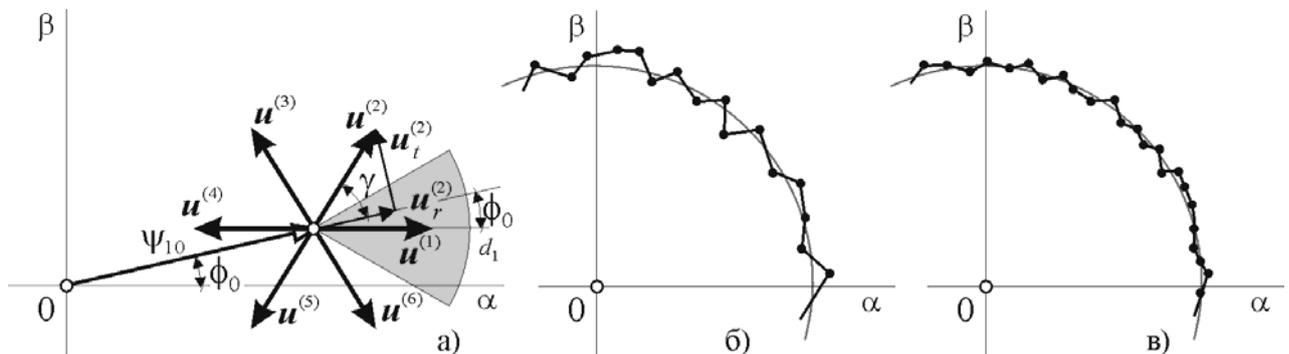


Рис. 3.36. Приращения потокосцепления статора, создаваемые активными базовыми векторами.

Радиальная и тангенциальная составляющие приращения потокосцепления имеют разные знаки в зависимости от выбора базового вектора и положения вектора  $\Psi_{10}$  на плоскости  $\alpha\beta$ . Знак приращения определяется аргументом косинусной и синусной функций. Для множества углов  $\phi_0$ , находящихся в пределах сектора  $k$ , ограниченного базовыми векторами  $\mathbf{u}^{(k)}$  и  $\mathbf{u}^{(k+1)}$ , т.е. для  $\pi(k-1)/3 \leq \phi_0 = \arg(\Psi_{10}) \leq \pi k/3$ , знаки радиальных составляющих векторов  $\mathbf{u}^{(k+2)}$  и  $\mathbf{u}^{(k-1)}$  будут разными в зависимости от того, какой половине сектора соответствует угол  $\phi_0$ . Например, для ситуации, показанной на рис. 3.36 а)

$$\begin{cases} \mathbf{u}_r^{(3)} < 0; \mathbf{u}_r^{(6)} > 0 & \left|_{\phi_0 < \pi/6} \right. \\ \mathbf{u}_r^{(3)} > 0; \mathbf{u}_r^{(6)} < 0 & \left|_{\phi_0 > \pi/6} \right. \end{cases}$$

Для исключения этой неоднозначности плоскость  $\alpha\beta$  делится на шесть секторов  $d_1 \dots d_6$  с границами  $\pi(2q-1)/6 \leq \phi_0 = \arg(\psi_{10}) \leq \pi(2q-3)/6$ , где  $q = k = 1, 2, \dots, 6$  – номер сектора, совпадающий с номером базового вектора, расположенного в его центре (рис. 3.36 а). Воздействие активных базовых векторов на потокосцепление рассматривается отдельно для каждого сектора, называемого сектором ошибок. Если вектор  $\psi_1$  находится в  $q$ -м секторе, то радиальные составляющие векторов  $\mathbf{u}^{(q-1)}$ ,  $\mathbf{u}^{(q)}$  и  $\mathbf{u}^{(q+1)}$  будут иметь положительный знак, и при их формировании модуль потокосцепления будет увеличиваться. В то же время радиальные составляющие векторов  $\mathbf{u}^{(q-2)}$ ,  $\mathbf{u}^{(q+2)}$  и  $\mathbf{u}^{(q+3)}$  будут отрицательными, и их воздействие будет уменьшать потокосцепление.

Выбором определённой последовательности состояний ИН можно сформировать любую траекторию движения вектора потокосцепления статора на плоскости  $\alpha\beta$  (рис. 3.36 б-в) При этом уменьшение межкоммутационных интервалов  $\Delta t$  приводит к сглаживанию траектории движения.

В замкнутой системе регулирования потокосцепления с двухпозиционным релейным регулятором с гистерезисом траектория движения вектора будет располагаться внутри кольца с шириной, соответствующей величине гистерезиса  $\Delta_\psi$  (рис. 3.37).

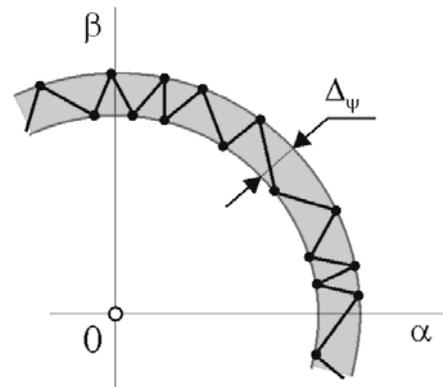


Рис. 3.37. Траектория движения вектора потокосцепления в системе с релейным регулятором с гистерезисом  $\Delta_\psi$ .

### 3.2.2.2 Принцип регулирования электромагнитного момента

Из уравнения ротора в неподвижной системе координат  $\alpha\beta$  (1.16):

$$\frac{d\psi_2^{(\alpha\beta)}}{dt} + \mathbf{i}_2^{(\alpha\beta)} r_2 - j\omega\psi_2^{(\alpha\beta)} = 0,$$

пользуясь уравнениями потокосцеплений (1.13), можно исключить  $\mathbf{i}_2^{(\alpha\beta)} = (\psi_2^{(\alpha\beta)} - k_1\psi_1^{(\alpha\beta)})/(\sigma L_2)$  и получить уравнение, связывающее потокосцепления ротора и статора,

$$\sigma T_2 \frac{d\psi_2^{(\alpha\beta)}}{dt} + \psi_2^{(\alpha\beta)} - j\omega\sigma T_2 \psi_2^{(\alpha\beta)} = k_1 \psi_1^{(\alpha\beta)}$$

$$\Downarrow \quad , \quad (3.32)$$

$$\psi_2^{(\alpha\beta)}(p) = \psi_1^{(\alpha\beta)}(p) \frac{k_1 / \sigma T_2}{p - j\omega + 1 / \sigma T_2}$$

где:  $k_1 = L_m / L_1$  и  $k_2 = L_m / L_2$  – коэффициенты электромагнитной связи статора и ротора;  $\sigma = 1 - k_1 k_2$  – коэффициент рассеяния;  $T_2 = L_2 / r_2$  – электромагнитная постоянная времени ротора.

Из выражения (3.32) следует, что потокосцепление ротора воспроизводит изменения потокосцепления статора с некоторой задержкой, определяемой

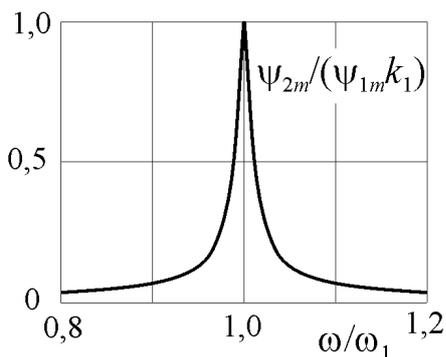


Рис. 3.38. Амплитудно-частотная характеристика функции

$$\psi_2^{(\alpha\beta)} = F[\psi_1^{(\alpha\beta)}]$$

на холостом ходу ( $\omega_1 = \omega$ ).

В основу работы системы *DTC* положено уравнение электромагнитного момента АД

$$m = \frac{3}{2} z_p \frac{k_1 k_2}{\sigma L_m} |\psi_1 \times \psi_2| = \frac{3}{2} z_p \frac{k_1 k_2}{\sigma L_m} \psi_{1m} \cdot \psi_{2m} \sin \vartheta \quad (3.33)$$

где  $\vartheta$  – пространственный угол между векторами потокосцеплений статора  $\psi_1$  и ротора  $\psi_2$ . Если модули векторов  $|\psi_1| = \psi_{1m}$  и  $|\psi_2| = \psi_{2m}$  поддерживать постоянными, то величину момента можно регулировать, изменяя угол  $\vartheta$ .

Управление ИН при *DTC* производится таким образом, что в установившемся режиме векторы

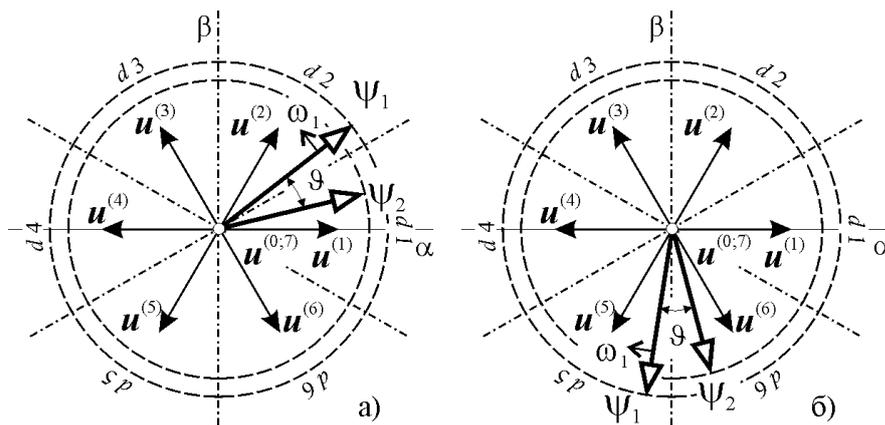


Рис. 3.39. Годографы векторов потокосцепления статора и ротора

ра смещается в направлении вращения, то угол  $\vartheta$  возрастает и, соответственно, возрастает момент. При смещении вектора потокосцепления статора в противоположном направлении уменьшение угла  $\vartheta$  приводит к уменьшению момента. Характер воздействия на потокосцепление статора, вектор которого располагается в секторе ошибок  $d_q$ , и на электромагнитный момент показаны в таблице 3.3.

Стрелками в таблице обозначены увеличение ( $\uparrow$ ) и уменьшение ( $\downarrow$ ) соответ-

постоянной времени  $\sigma T_2$ . Поэтому, если годографом вектора потокосцепления статора будет окружность, то окружностью будет и годограф вектора потокосцепления ротора, и в статическом режиме он будет двигаться по нему с некоторым отставанием от потокосцепления статора. Кроме того, как следует из амплитудно-частотной характеристики

$$\left| \frac{\psi_2^{(\alpha\beta)}(j\omega_1)}{\psi_1^{(\alpha\beta)}(j\omega_1)} \right| = \frac{k_1 / \sigma T_2}{\sqrt{(1/\sigma T_2)^2 + (\omega_1 - \omega)^2}},$$

модуль по-

токосцепления ротора зависит от скольжения и достигает своего максимума  $\max \psi_{2m} = k_1 \psi_{1m}$

ся режиме векторы потокосцеплений вращаются с постоянной средней скоростью и величиной угла  $\vartheta$  (рис. 3.39), поэтому двигатель развивает постоянный средний электромагнитный момент. Если вектор потокосцепления статора

вующей величины. Воздействие на электромагнитный момент векторов  $\mathbf{u}^{(q)}$  и  $\mathbf{u}^{(q+3)}$  неоднозначно. Если  $\arg \psi_1 - \arg \mathbf{u}^{(q)} > 0$  или  $\arg \psi_1 - \arg \mathbf{u}^{(q+3)} > 0$ , то тангенциальные составляющие  $u_t^{(q)} < 0$ ;  $u_t^{(q+3)} < 0$  и при положительной скорости вращения приращение момента будет отрицательным. В случае  $\arg \psi_1 - \arg \mathbf{u}^{(q)} < 0$  или  $\arg \psi_1 - \arg \mathbf{u}^{(q+3)} < 0$  и положительной скорости вращения приращение момента будет отрицательным. При отрицательной скорости вращения картина изменится на противоположную. Неоднозначность воздействия на электромагнитный момент векторов  $\mathbf{u}^{(q)}$  и  $\mathbf{u}^{(q+3)}$  приводит к тому, что в наиболее распространённых алгоритмах DTC-управления эти векторы не используются.

### 3.2.2.3 DTC-управление

Алгоритм работы системы DTC строится следующим образом. По измеренным значениям тока статора  $i_1$ , напряжению на входе инвертора  $U_d$  и состоянию его ключей  $N_s = 0, 1 \dots 7$  определяются модуль вектора потокосцепления статора  $|\psi_1|$ , номер сектора  $d_q$ , соответствующий его положению в данный момент времени, и электромагнитный момент АД  $m$ . Оценки модуля потокосцепления  $|\psi_1|$  и момента  $m$  сравниваются с заданными значениями  $|\psi_1|^*$  и  $m^*$ , после чего с помощью компараторов, называемых релейными регуляторами, формируются логические сигналы ошибки  $e_\psi$  и  $e_m$ . Обычно для управления модулем потокосцепления используют двухпозиционный релейный регулятор с гистерезисом  $\Delta_\psi$ , реализующий логическую функцию –

$$e_\psi = \begin{cases} +1 \rightarrow d_\psi = |\psi_1^*| - |\psi_1| > +\Delta_\psi \\ -1 \rightarrow d_\psi = |\psi_1^*| - |\psi_1| < -\Delta_\psi \end{cases} \quad (3.34)$$

Таблица 3.3. Воздействие базовых векторов на потокосцепление и электромагнитный момент в секторе  $d_q$  плоскости  $\alpha\beta$

	$\mathbf{u}^{(q-2)}$	$\mathbf{u}^{(q-1)}$	$\mathbf{u}^{(q)}$	$\mathbf{u}^{(q+1)}$	$\mathbf{u}^{(q+2)}$	$\mathbf{u}^{(q+3)}$	$\mathbf{u}^{(0)}, \mathbf{u}^{(7)}$
$\psi_1$	↓	↑	↑	↑	↓	↓	↑↓≈0
$m(\omega > 0)$	↓	↓	↑↓	↑	↑	↑↓	↑↓≈0
$m(\omega < 0)$	↑	↑	↑↓	↓	↓	↑↓	↑↓≈0

а для управления моментом – трёхпозиционный релейный регулятор с гистерезисом  $\Delta_m$  и логической функцией –

$$e_m = \begin{cases} +1 \rightarrow d_m = m^* - m > +\Delta_m \\ 0 \rightarrow -\Delta_m < d_m < +\Delta_m \\ -1 \rightarrow d_m = m^* - m < -\Delta_m \end{cases} \quad (3.35)$$

где знаки сигналов ошибки  $e_\psi$  и  $e_m$  соответствуют знакам требуемых приращений.

Сигналы ошибки и информация о секторе, в котором находится вектор потокосцепления на плоскости базовых векторов, позволяют выбрать такую комбинацию состояний ключей инвертора, при которой формируемый базовый вектор

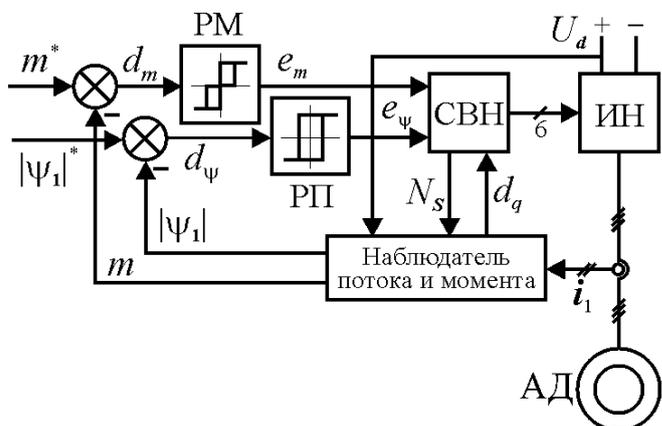


Рис. 3.40. Функциональная схема DTC-управления

будет минимизировать отклонение от заданных значений. В результате модуль потокосцепления статора и электромагнитный момент АД будут постоянно находиться в зоне допустимого отклонения от заданного значения, определяемого величиной гистерезиса соответствующего регулятора.

На основании таблицы 3.3 и функций (3.34), (3.35) можно составить таблицу для выбора базового вектора.

Такая таблица называется селектором вектора напряжения (СВН рис. 3.40). Наиболее распространённый вариант селектора приведён в таблице 3.4. В её столбцах кроме базовых векторов указаны соответствующие состояния ключей ИН в обозначениях принятых на рис. 2.2.

Следует заметить, что такие характеристики привода, как пульсации тока и электромагнитного момента, частота коммутации, время реакции на скачки управляющего и возмущающего воздействий сильно зависят от правила, положенного в основу составления таблицы СВН. Например, в ней вместо нулевых векторов можно использовать активные векторы  $u^{(k)}$  и  $u^{(k+3)}$ , которые оказывают неоднозначное, но относительно слабое воздействие на момент двигателя, в то же время сильно влияя на потокосцепление. При этом изменится средняя частота

Таблица 3.4. Состояние ИН в зависимости от сигнала и сектора ошибки для  $\omega > 0$

Сигнал ошибки		Сектор ошибки					
$e_\psi$	$e_m$	$d1$	$d2$	$d3$	$d4$	$d5$	$d6$
+1	+1	$u^{(2)}$ [110]	$u^{(3)}$ [010]	$u^{(4)}$ [011]	$u^{(5)}$ [001]	$u^{(6)}$ [101]	$u^{(1)}$ [100]
	0	$u^{(0)}$ [000]	$u^{(7)}$ [111]	$u^{(0)}$ [000]	$u^{(7)}$ [111]	$u^{(0)}$ [000]	$u^{(7)}$ [111]
	-1	$u^{(6)}$ [101]	$u^{(1)}$ [100]	$u^{(2)}$ [110]	$u^{(3)}$ [010]	$u^{(4)}$ [011]	$u^{(5)}$ [001]
-1	+1	$u^{(3)}$ [010]	$u^{(4)}$ [011]	$u^{(5)}$ [001]	$u^{(6)}$ [101]	$u^{(1)}$ [100]	$u^{(2)}$ [110]
	0	$u^{(7)}$ [111]	$u^{(0)}$ [000]	$u^{(7)}$ [111]	$u^{(0)}$ [000]	$u^{(7)}$ [111]	$u^{(0)}$ [000]
	-1	$u^{(5)}$ [001]	$u^{(6)}$ [101]	$u^{(1)}$ [100]	$u^{(2)}$ [110]	$u^{(3)}$ [010]	$u^{(4)}$ [011]



В уравнениях момента и скорости используются средние за интервал дискретности вычислений ( $\Delta t = t_2 - t_1$ ) значения, а синхронная частота вращения определяется методом конечных разностей как

$$\omega_1 = \frac{d\phi_2}{dt} \approx \frac{\phi_2(t_2) - \phi_2(t_1)}{\Delta t},$$

где  $\phi_2 = \arg \psi_2^{(\alpha\beta)}$ .

Каналы регулирования потокосцепления и момента на рис. 3.41 работают аналогично описанию рис. 3.40.

Использование релейных регуляторов приводит к возникновению ряда нежелательных эффектов в приводе. Величина гистерезиса регуляторов сильно влияет на коэффициент нелинейных искажений тока статора, пульсации электромагнитного момента, среднюю частоту коммутации и величину потерь в преобразователе и в двигателе.

Эксперимент и моделирование показывают (рис. 3.42), что увеличение гистерезиса регулятора потокосцепления снижает среднюю частоту коммутации, но приводит к значительному увеличению коэффициента нелинейных искажений

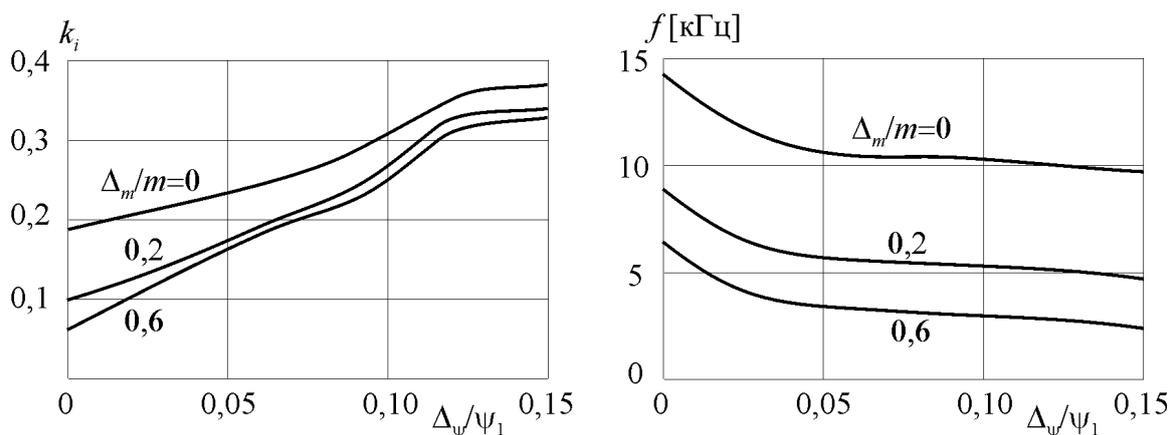


Рис. 3.42. Зависимости коэффициента нелинейных искажений тока  $k_i$  и средней частоты коммутации  $f$  от относительных значений гистерезиса регулятора потокосцепления  $\Delta_\psi/\psi_1$  и момента  $\Delta_m/m$

тока статора и, соответственно, возрастанию потерь в обмотках двигателя. С другой стороны, гистерезис регулятора момента в основном влияет на частоту коммутации и связанные с этим потери в ключах инвертора. При известных параметрах двигателя и инвертора можно выбрать величину гистерезиса регуляторов таким образом, чтобы минимизировать оба вида потерь.

#### 3.2.2.4 Влияние скорости вращения на электромагнитный момент

Влияние напряжения статора на электромагнитный момент сложнее, чем это следует из таблиц 3.3 и 3.4. Его можно исследовать, пользуясь уравнениями статора и ротора в неподвижной системе координат:

$$\frac{d\psi_1^{(\alpha\beta)}}{dt} + i_1^{(\alpha\beta)} r_2 = u_1^{(\alpha\beta)}$$

$$\frac{d\psi_2^{(\alpha\beta)}}{dt} + i_2^{(\alpha\beta)} r_2 - j\omega\psi_2^{(\alpha\beta)} = 0$$

Опуская индексы системы координат и переходя к конечным разностям, получим для малых приращений времени  $\Delta t = t_{k+1} - t_k$ :

$$\psi_{1(k+1)} = \psi_{1k} \left( 1 - \frac{\Delta t}{\sigma T_1} \right) + \psi_{2k} \frac{k_2 \Delta t}{\sigma T_1} + u_1 \Delta t$$

$$\psi_{2(k+1)} = \psi_{2k} \left[ 1 + \left( j\omega_k - \frac{1}{\sigma T_2} \right) \Delta t \right] + \psi_{1k} \frac{k_1 \Delta t}{\sigma T_2}, \quad (3.37)$$

где индексами  $k$  и  $(k+1)$  обозначены значения в начале и в конце временного интервала при условии  $\omega_{k+1} \approx \omega_k$ .

Электромагнитный момент двигателя в конце временного интервала можно представить через потокосцепления статора и ротора в виде:

$$m_{k+1} = \frac{3}{2} z_p \frac{k_1 k_2}{\sigma L_m} \left| \psi_{1(k+1)} \times \psi_{2(k+1)} \right| \quad (3.38)$$

Поставляя (3.37) в (3.38), получим

$$m_{k+1} - m_k = \Delta m_k = \Delta m_{k1} + \Delta m_{k2}, \quad (3.39)$$

где

$$\Delta m_{k1} = -m_k \frac{T_1 + T_2}{\sigma T_1 T_2} \Delta t; \quad \Delta m_{k2} = \frac{z_p k_1 k_2}{\sigma L_m} \left| (u_{1k} - j\omega_k \psi_{1k}) \times \psi_{2k} \right| \Delta t \quad (3.40)$$

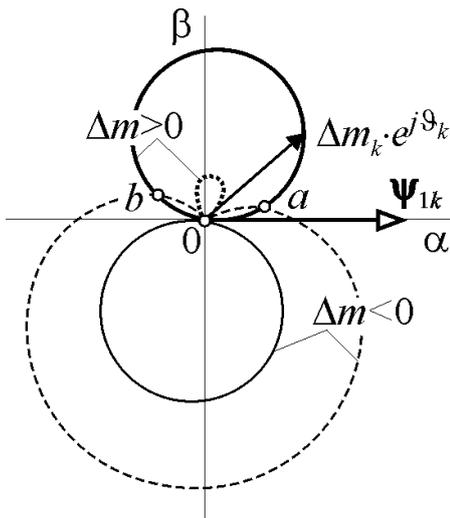


Рис. 3.43. Приращение электромагнитного момента при различных условиях работы DTC.

Первое слагаемое в (3.39)  $\Delta m_{k1}$  имеет отрицательный знак и уменьшает приращение момента независимо от скорости вращения и напряжения, приложенного к статору. В то время как величина второго слагаемого  $\Delta m_{k2}$  определяется напряжением, скоростью вращения и углом между векторами потокосцеплений статора и ротора. Эта зависимость представлена графически на рис. 3.43 для режимов холостого хода (сплошная линия) и номинальной нагрузки (штриховая линия). На рисунке линиями показаны геометрические места точек составного вектора  $\Delta m_k \cdot e^{j\theta_k}$ , модуль которого равен приращению момента  $\Delta m_k$ , а аргумент – углу  $\theta_k$  между векторами  $u_{1k}$  и  $\psi_{1k}$ , т.е. расстояние от каждой точки линии до начала координат соответствует приращению момента под воздействием в этом направле-

ординат соответствует приращению момента под воздействием в этом направле-

нии вектора напряжения с постоянным модулем. Утолщёнными линиями на рисунке показаны положительные приращения момента.

Из рис. 3.43 следует, что влияние напряжения приложенного к статорным обмоткам при различных нагрузках и скоростях вращения неоднозначно. В точках  $a$  и  $b$  при одинаковых направлениях вектора  $u_{1k}$  приращения момента одинаковы, но имеют разные знаки. Исключением неоднозначности при выборе векторов можно оптимизировать  $DTC$ -управление.

### 3.2.2.5 Оптимизация $DTC$ -управления

Основными достоинствами систем  $DTC$  являются

- отсутствие преобразований координат, ПИ регуляторов и генераторов сигналов ШИМ, что существенно упрощает вычисления и снижает требования к производительности процессора;
- астатическое регулирование момента на низких частотах вращения, включая нулевую скорость;
- высокое быстродействие, позволяющее обрабатывать скачкообразные возмущения и сигналы задания за 1-2 мс;
- относительно малая ошибка регулирования скорости вращения (до 10% без использования датчика скорости и до 0,01% с датчиком).
- относительно малая чувствительность к изменению параметров двигателя.

В то же время этим системам присущи такие недостатки, как

- значительные пульсации тока, момента и скорости;
- опрокидывание двигателя при большом нагрузочном моменте, причиной которого является уменьшение основного потока при увеличении скольжения, характерное для любой системы управления АД, кроме систем с регулированием потокосцепления ротора;
- значительные потери в двигателе и проблемы электромагнитной совместимости, связанные с непрерывным спектром гармоник тока, включающим также дискретные субгармонические составляющие.

Пульсации тока и электромагнитного момента являются основным недостатком приводов с  $DTC$ -управлением. Очевидно, что одной из главных причин значительных пульсаций является ограниченный набор базовых векторов. Поэтому для увеличения их числа предлагаются многочисленные технические решения, связанные как с усложнением схем инверторов, так и с совершенствованием методов управления ими.

Одним из таких решений является увеличение числа базовых векторов за счёт формирования в течение фиксированных интервалов времени обычных базовых векторов в различных сочетаниях, т.е. используя метод пространственно-векторной модуляции с фиксированными дискретными интервалами (ДПВМ).

На рис. 3.44 показана плоскость базовых векторов с точками, соответствующими дополнительным векторам во втором и пятом секторе. Эти векторы получены модуляцией векторов, ограничивающих сектор, и нулевого вектора в течение  $1/3$  интервала модуляции. Например, точка, обозначенная как «230», со-

ответствует алгоритму, когда в течение одной трети интервала формируется базовый вектор  $\mathbf{u}^{(2)}$ , в течение следующей трети – вектор  $\mathbf{u}^{(3)}$  и в последней трети

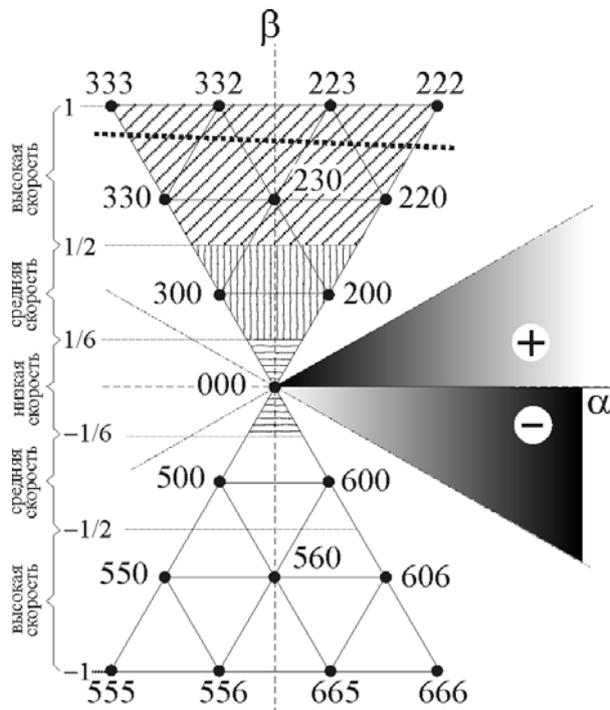


Рис. 3.44. Плоскость базовых векторов при дискретной ПВМ

– вектор  $\mathbf{u}^{(0)}$  или  $\mathbf{u}^{(7)}$ . Количество дополнительных базовых векторов зависит от числа интервалов, на которые разбивается период формирования. Однако на практике не используют алгоритмы с числом интервалов больше трёх, т.к. при этом существенно усложняется таблица выбора векторов и, в то же время, характеристики привода улучшаются незначительно. При ДПВМ с тремя интервалами (ДПВМ3) получается в общей сложности 37 базовых векторов.

Увеличение числа векторов позволяет учесть влияние скорости вращения на электромагнитный момент\* при составлении таблицы выбора векторов (ТВВ). Для этого каждый сектор плоскости

разбивается на три зоны, соответствующие низкой, средней и высокой скорости вращения (см. рис. 3.44). Для первой и второй зоны составляется по одной ТВВ, а для зоны высоких скоростей вращения – две ТВВ, по одной для каждой половины сектора ошибок (секторы «+» и «-» на рис. 3.44). Две ТВВ необходимы для области высоких скоростей, чтобы полностью использовать возможности дополнительных векторов.

Пусть, например, двигатель вращается в положительном направлении со скоростью условно показанной пунктирной линией и требуется увеличить вращающий момент. В этом случае выбор производится из четырёх векторов «333», «332», «223» и «222» в зависимости от знака ошибки потокоцепления статора. Если поток нужно уменьшить, то выбирают первую пару векторов, если увеличить, то вторую. Затем из каждой пары выбирается вектор в зависимости от того, в какой половине сектора ошибок находится вектор потокоцепления. Если в положительной «+» и поток нужно уменьшить, то выбирают вектор «333», если в отрицательной «-», то «332». Аналогично выбирается вектор из пары «223» и «222» с ближайшим угловым положением к полусектору ошибки в случае необходимости увеличения потока.

Границы зон, на которые делятся секторы базовых векторов проходят по середине между ними, поэтому ошибка в определении скорости вращения в

\* см. раздел 3.2.2.4

10...15% не влияет на выбор ТВВ, и в бездатчиковых системах этот выбор может производиться по оценке угловой частоты статора.

Использование ДПВМЗ позволяет приблизительно вдвое снизить пульсации тока и электромагнитного момента по сравнению с обычным алгоритмом и расширить тем самым область возможного применения приводов с *DTC*.

Задача увеличения перегрузочной способности двигателя решается в системах *DTC* переходом к стабилизации потокосцепления ротора вместо потокосцепления статора. При этом электромагнитный момент АД, также как в системе *FOC*-управления, ограничивается только максимально допустимым током на выходе инвертора.

Из уравнения ротора в синхронной системе координат (1.16), ориентированной по потокосцеплению ротора

$$\frac{d\psi_{2d}}{dt} + i_2^{(dq)} r_2 + j\omega_2 \psi_{2d} = 0$$

пользуясь уравнениями потокосцеплений (1.13), можно исключить  $i_2^{(dq)} = (\psi_{2d} - k_1 \psi_1^{(dq)}) / (\sigma L_2)$  и получить уравнение, связывающее потокосцепления ротора и статора,

$$\sigma T_2 \frac{d\psi_{2d}}{dt} + \psi_{2d} + j\omega_2 \sigma T_2 \psi_{2d} = k_1 \psi_1^{(dq)},$$

которое, с учётом уравнения электромагнитного момента (3.16), преобразуется к виду

$$\sigma T_2 \frac{d\psi_{2d}}{dt} + \psi_{2d} + j \frac{2\sigma L_2}{3z_p \psi_{2d}} m = k_1 \psi_1^{(dq)}$$

⇕

$$\psi_1^{(dq)} = \frac{1}{k_1} \left[ (\sigma T_2 p + 1) \psi_{2d} + j \frac{2\sigma L_2}{3z_p \psi_{2d}} m \right]$$

Отсюда можно вычислить модуль вектора потокосцепления статора  $\psi_1^{(dq)}$  в статическом режиме и получить выражение для сигнала задания канала регулирования

$$|\psi_1|^* = \frac{1}{k_1} \sqrt{(\psi_{2d}^*)^2 + \left( \frac{2\sigma L_2}{3z_p} \right)^2 \left( \frac{m^*}{\psi_{2d}^*} \right)^2},$$

где:  $\psi_{2d}^*$ ,  $m^*$  – заданные значения модуля потокосцепления ротора и электромагнитного момента двигателя.

Вследствие того, что электромагнитная постоянная времени ротора  $T_2$  обычно значительно больше постоянной времени статора  $T_1$ , система *DTC*-управления с таким сигналом задания формирует практически идеальный круговой годограф потокосцепления ротора, т.е. стабилизирует этот поток, в результа-

те чего статическая механическая характеристика АД становится линейной и при перегрузках ограничивается только возможностями источника питания.

Улучшение спектрального состава тока в системах *DTC* устраняется использованием ШИМ или ПВМ. Однако для этого обычно требуются наблюдатели потокосцепления и те или иные преобразования координат, что исключает одно из главных преимуществ, заключающееся в простоте реализации.

### 3.2.2.6 DSC-управление

В мощных приводах полупроводниковые ключи инвертора не могут работать на высоких частотах. В приводе с *DSC* за счёт принципиально иного метода формирования потокосцепления статора на порядок уменьшается и становится постоянной частота коммутации. Однако при низкой частоте невозможно эффективное управление потокосцеплением статора и электромагнитным моментом, поэтому такие устройства используются как альтернатива скалярным частотным методам управления

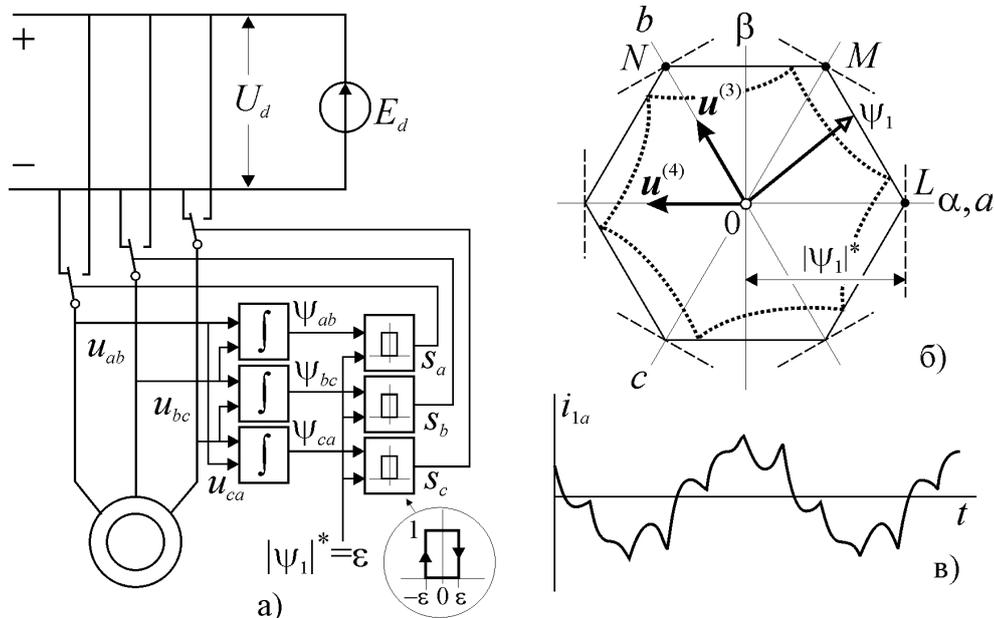


Рис. 3.45. Принцип *DSC*-управления

Устройство, предложенное и запатентованное в 1985 г. М. Депенброком, показано на рис. 3.45. а). Оно включает три интегратора линейных напряжений АД и три компаратора, с помощью которых производится сравнение выходных сигналов интеграторов с заданным значением модуля потокосцепления статора  $|\Psi_1|^*$ . На выходе компараторы формируют коммутационные функции для полумостов инвертора

$$S_p = \begin{cases} 1 \rightarrow \Psi_q < -|\Psi_1|^* = -\varepsilon \\ 0 \rightarrow \Psi_q > |\Psi_1|^* = \varepsilon \end{cases}; p = [a, b, c]; q = [ab, bc, ca] \quad (3.41)$$

На рисунке для простоты выходные сигналы интеграторов условно обозначены как линейные потокосцепления  $\Psi_{ab}, \Psi_{bc}, \Psi_{ca}$ , хотя такое понятие не имеет физического смысла.

В тот момент, когда величина одного из потокосцеплений достигает заданного порогового значения соответствующая коммутационная функция меняет своё состояние и происходит переключение полумоста.

Работу устройства рассмотрим с помощью векторной диаграммы рис. 3.45

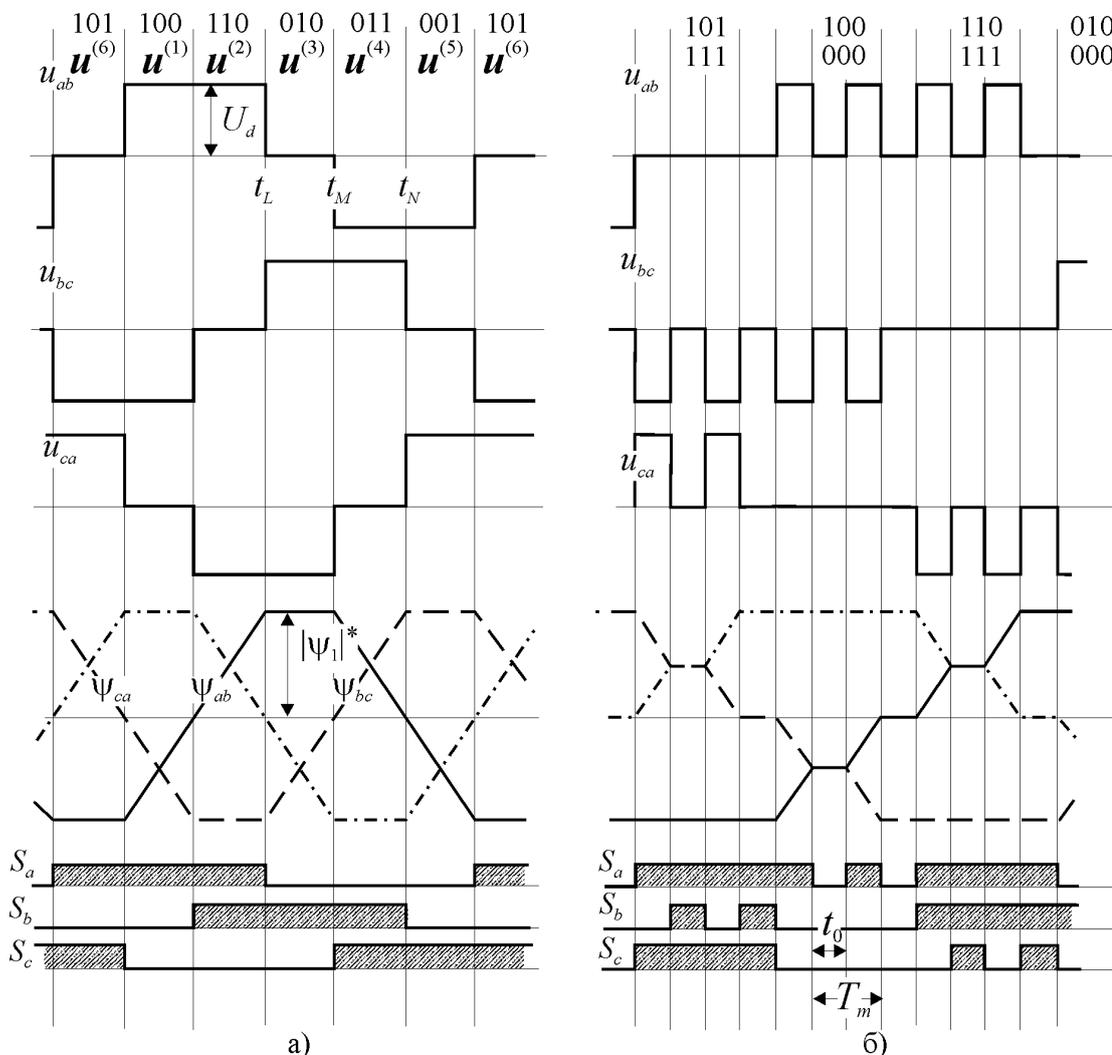


Рис. 3.46. Временные диаграммы DSC-управления

б) и временных диаграмм на рис. 3.46. Пусть в некоторый момент времени  $t_L$  вектор потокосцепления статора  $\psi_1$  находился в точке  $L$ , соответствующей оси обмотки фазы  $a$  двигателя (рис. 3.45 б), и пусть в этот момент произошла коммутация и инвертор перешёл в состояние, соответствующее формированию активного базового вектора  $\mathbf{u}^{(3)}$ . Тогда, в соответствии с допущениями, принятыми в разделе 3.2.2.1, вектор потокосцепления начнёт движение из точки  $L$  и будет перемещаться по линии  $LM$ , параллельной направлению вектора  $\mathbf{u}^{(3)}$ . При этом линейные напряжения будут постоянными величинами ( $u_{ab} = 0$ ;  $u_{bc} = +U_d$ ;  $u_{ca} = -U_d$  рис. 3.46 а), а сигналы на выходах интеграторов – линейными функциями времени  $\psi_q = C u_q \cdot t$ ;  $q = [ab, bc, ca]$ . В некоторый момент времени  $t_M$  сигнал  $\psi_{ca}$  с учётом предыстории (рис. 3.46 а) раньше других сигналов достигнет порогового значения и инвертор перейдёт к формированию вектора  $\mathbf{u}^{(4)}$ . На векторной диа-

грамме это состояние соответствует точке  $M$ , после которой конец вектора  $\Psi_1$  будет скользить по линии  $MN$ , параллельной вектору  $u^{(4)}$ . Таким образом, годографом вектора потокосцепления статора будет правильный шестиугольник с расстоянием между вершинами, определяемым величиной заданного гистерезиса компараторов  $\varepsilon = \pm |\Psi_1|^*$ . При принятых допущениях вершины годографа будут расположены на осях фазных обмоток. Следовательно, точки коммутации  $L, M, N$ , определённые через условные линейные «потокосцепления», будут на самом деле ограничивать модуль реальных потокосцеплений фаз статора и в коммутационных функциях (3.41)  $\Psi_{ab}, \Psi_{bc}$  и  $\Psi_{ca}$  можно заменить на  $\Psi_a, \Psi_b$  и  $\Psi_c$ .

Оси фазных обмоток с расположенными на них точками коммутации являются также направлениями активных базовых векторов. Поэтому управление инвертором при  $DSC$  сводится к следующему алгоритму: до тех пока вектор  $\Psi_1$  находится в одном из секторов, ограниченном базовыми векторами, инвертор должен формировать следующий ближайший к сектору по направлению движения базовый вектор, т.е. движение вектора потокосцепления осуществляется за счёт формирования инвертором опережающих базовых векторов, причём сигнал для перехода к новому состоянию формирует сам движущийся вектор. Отсюда название способа – самоуправление [саморегулирование] (*self control*). Этот алгоритм по существу идентичен алгоритму коммутации в бесконтактном (вентильном) двигателе постоянного тока.

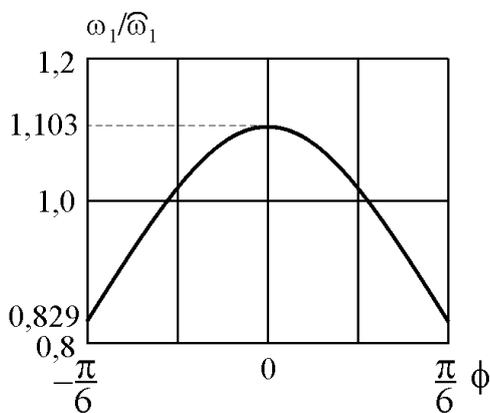


Рис. 3.47. Приведённая к среднему значению угловая частота вращения вектора потокосцепления статора

ходится в одном из секторов, ограниченном базовыми векторами, инвертор должен формировать следующий ближайший к сектору по направлению движения базовый вектор, т.е. движение вектора потокосцепления осуществляется за счёт формирования инвертором опережающих базовых векторов, причём сигнал для перехода к новому состоянию формирует сам движущийся вектор. Отсюда название способа – самоуправление [саморегулирование] (*self control*). Этот алгоритм по существу идентичен алгоритму коммутации в бесконтактном (вентильном) двигателе постоянного тока.

Из временных диаграмм на рис. 3.46 а) следует, что длительность межкоммутационного интервала равна

$$\Delta t = t_M - t_L = \frac{|\Psi_1|^*}{CU_d}$$

где  $C$  – постоянный коэффициент интеграторов. Отсюда угловая частота

$$\hat{\omega}_1 = \frac{2\pi}{6 \cdot \Delta t} = \frac{\pi CU_d}{3 |\Psi_1|^*} = \frac{\pi CU_d}{3\varepsilon}. \quad (3.42)$$

Выражение (3.42) соответствует среднему значению частоты, т.к. при постоянной скорости перемещения вектора  $\Psi_1$  по одной из сторон шестиугольника годографа его угловая скорость или частота вращения  $\omega_1 = d\phi/dt$  будет изменяться, уменьшаясь на краях сектора и достигая максимума в середине (рис. 3.47). Пульсации частоты вращения составляют около 27% и неблагоприятно сказываются на работе привода. Кроме того, из-за влияния падения напряжения на активном сопротивлении обмотки статора и ЭДС вращения, реальный годограф потокосцепления существенно отличается от идеализированного шести-

угольника (пунктирная линия на рис. 3.45 б), что приводит к снижению электромагнитного момента АД.

Система управления инвертором на рис. 3.45 не имеет связи с потокосцеплением статора, поэтому инвертор здесь по существу является автоколебательным трёхфазным импульсным генератором, амплитуда и частота которого определяются напряжением  $U_d$  и величиной гистерезиса регуляторов  $\varepsilon$ .

Из выражения (3.42) следует, что среднее значение частоты и напряжение источника постоянного тока при неизменном гистерезисе связаны между собой постоянным коэффициентом. Следовательно, DSC-управление при регулировании скорости вращения изменением напряжения  $U_d$  должно обладать всеми свойствами скалярного частотного управления с IR-компенсацией.

Малое число коммутаций в течение периода основной гармоники сводят к минимуму потери в ключах инвертора, но при этом за счёт сильного искажения фазных токов (рис. 3.45 в) значительно увеличиваются потери в двигателе.

Из выражения (3.42) следует, что управление частотой ИН возможно изменением напряжения в звене постоянного тока  $U_d$  при номинальном значении потокосцепления или ослаблением потока при номинальном напряжении питания, совершенно аналогично двухзонному регулированию в приводе с двигателем постоянного тока с независимым возбуждением.

В системе с DSC регулирование частоты возможно модуляцией коммутационных функций, за счёт включения в алгоритм нулевых векторов. На рис. 3.48 приведён пример такой модуляции для первого, второго и шестого сектора. Здесь также как в приводе с ПВМ нулевые векторы в соседних секторах чередуются. Среднее значение напряжения составляет

$$\hat{u}_1 = \frac{\mathbf{u}^{(k)}(T_m - t_0) + \mathbf{u}^{(0)}t_0}{T_m} = \frac{T_m - t_0}{T_m} \mathbf{u}^{(k)} = \gamma \mathbf{u}^{(k)}$$

На рис. 3.46 б) приведены временные диаграммы с ШИМ. Обычно для ограничения коммутационных потерь частоту модуляции выбирают в пределах 200...300 Гц.

Характеристики привода с DSC могут быть улучшены различными способами. В частности исключить влияние падения напряжения на активном сопротивлении статорных обмоток можно с помощью устройства, в котором используется наблюдатель потокосцепления и электромагнитного момента двигателя, аналогичный подобным устройствам приводов с DTC-управлением (рис. 3.40).

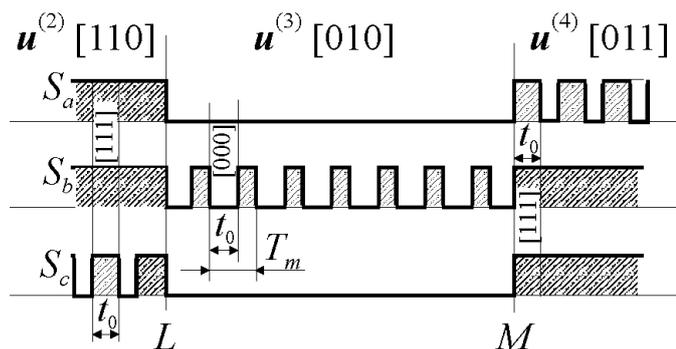


Рис. 3.48. Модуляция коммутационных функций

Здесь по измеренным фазным токам  $i_1$ , напряжению в звене постоянного тока инвертора  $U_d$  и номеру базового вектора  $N_v$ , формируемому в данный момент, вычисляются фазные потокосцепления ( $\psi_{1a}$ ,  $\psi_{1b}$  и  $\psi_{1c}$ ) и момент АД ( $m$ ). Вычисленные потокосцепления с помощью компараторов типа триггера Шмитта сравниваются с заданным максимальным потокосцеплением  $|\psi_1|^*$ . В результате формируются немодулированные коммутационные функции ( $S_a$ ,  $S_b$ ,  $S_c$ ), после чего, осуществляется их модуляции (блок М на рис. 3.49 а) в функции сигнала ошибки электромагнитного момента  $\Delta m = m^* - m$ . Очевидно, что в этом приводе должна быть обратная связь по скорости вращения, аналогично приводу на рис. 3.41.

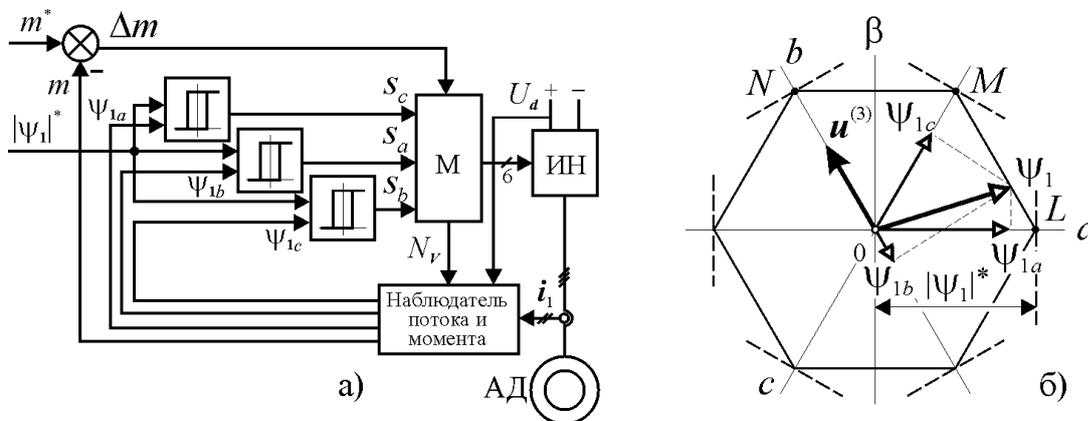


Рис. 3.49. Система DTC-управления с наблюдателем потокосцепления

Устройство по схеме рис. 3.49 а существенно отличается от рассмотренного выше, т.к. здесь коммутационные функции формируются сигналами, соответствующими реальным фазным потокосцеплениям, которые вычислены с учётом падения напряжения на  $r_1$ . Это практически исключает деформацию годографа вектора  $\psi_1$  и, как следствие, улучшает характеристики привода.

#### 4. Моделирование асинхронного привода в среде *Matlab/Simulink*

Математическое моделирование является одним из основных методов изучения электромагнитных и электромеханических процессов в приводе. С помощью модели можно исследовать влияние отдельных параметров и воздействий, что обычно невозможно сделать в реальных объектах. В то же время математическое моделирование не может полностью заменить физическое моделирование, т.к. только физическая модель или лабораторная установка могут дать материал для оценки достоверности результатов, полученных на математической модели. Таким образом, математическую модель можно использовать для интерполяции экспериментальных данных, а также для исследований на начальном этапе разработки привода или проверки гипотез. Правильно разработанная модель позволяет существенно сократить время на исследования и их стоимость.

Для построения модели можно использовать различные математические пакеты, однако пакет *Matlab* с расширением *Simulink* в настоящее время стал *de facto* стандартом в инженерных и научных исследованиях. Это связано с чрезвычайно широкими возможностями, позволяющими моделировать линейные и нелинейные системы и устройства. Пакет *Simulink* является типичным средством визуально-ориентированного программирования. Он автоматизирует наиболее трудоёмкий этап, связанный с составлением систем алгебраических и дифференциальных уравнений. Большой набор библиотек наиболее распространённых элементов технических устройств позволяет легко реализовать достаточно сложные модели, а возможности математических библиотек – дополнить этот набор недостающими элементами.

#### 4.1. Определение параметров схемы замещения асинхронного двигателя по справочным данным

Для моделирования электромагнитных и электромеханических процессов в асинхронном приводе необходимо, прежде всего, знание параметров схемы замещения АД. Причём точность и достоверность результатов моделирования непосредственно зависит от точности этих исходных данных. Однако в справочной литературе параметры схемы замещения никогда не приводятся, и их приходится вычислять по следующим данным:

- мощность  $P_n$  [Вт];
- линейное или фазное напряжение питания  $U_n$  [В];
- фазный ток  $I_n$  [А];
- скорость вращения  $n$  [об/мин] или скольжение  $s_n$ ;
- номинальный момент нагрузки  $M_n$  [Нм]
- коэффициент мощности  $\cos \varphi$ ;
- коэффициент полезного действия  $\eta$
- кратность максимального момента  $\lambda = M_m / M_n$
- кратность пускового момента  $k_s = M_s / M_n$ .

Существуют различные методики вычисления параметров АД, отличающиеся сложностью и точностью получаемых результатов. Однако проблема остаётся, т.к. ни одна из методик не позволяет получить результат моделирования, полностью согласующийся с механическими, электрическими и энергетическими справочными данными. Для моделирования приводов оптико-механических систем основное значение имеют первые две группы параметров, поэтому и расчёт следует выполнять таким образом, чтобы в результате моделирования статические механические и электромеханические характеристики при номинальном питании и нагрузке сходились к справочным значениям. При этом возможно некоторое отклонение энергетических параметров ( $\cos \varphi$  и  $\eta$ ) от справочных данных.

Как следует из приведённой на рис. 4.1. а) схемы замещения, определению подлежат пять параметров двигателя  $r_1, r'_2, x_{1\sigma}, x'_{2\sigma}, x_m$ . Потери энергии в магнитопроводе, моделируемые активным сопротивлением ветви намагничивания, при исследовании процессов в асинхронном приводе обычно не учитываются. Это связано с тем, что потери в сердечнике ротора при нормальных скольжениях практически равны нулю, т.к. при характерных для современных двигателей значениях индукции выше 1 Тл эти потери пропорциональны второй степени частоты, а частота токов в роторе пропорциональна скольжению и составляет единицы процентов от частоты сети. Потери в сердечнике статора при номинальной частоте в первом приближении соответствуют потерям в трансформаторе с магнитопроводом того же объема, т.е. с учетом пренебрежимо малых потерь в роторе составляют около 10...15% от потерь в обмотках при номинальном режиме работы. Эта величина соизмерима с погрешностью справочных данных. Поэтому достоверность вычисленного значения активного сопротивления ветви намагничивания будет крайне низкой, даже если бы для такого вычисления было достаточно исходных данных.

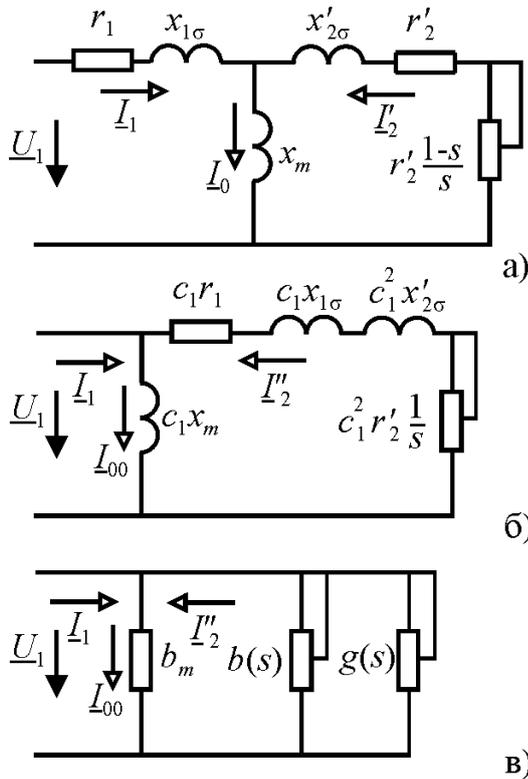


Рис. 4.1 Схема замещения АД

Активное сопротивление статора  $r_1$  можно определить из баланса мощностей следующим образом –

$$P_1 = m_1 U_1 I_n \cos \varphi = m_1 I_n^2 r_1 + P_{\Sigma m} = m_1 I_n^2 r_1 + M_n \omega_1 / z_p \quad (4.1)$$

$$r_1 = \frac{U_1 I_n \cos \varphi - M_n \omega_1 / (m_1 z_p)}{I_n^2}$$

где:  $U_1$  – фазное напряжение;  $m_1$  – число фаз;  $\omega_1 = 2\pi f_1$  – угловая частота токов и  $z_p$  – число пар полюсов магнитного поля статора.

Из формулы Клосса

$$\frac{M_n}{M_m} = \frac{1}{\lambda} = \frac{2(1 + as_m)}{s_n / s_m + s_m / s_n + 2as_m}$$

можно найти критическое скольжение

$$s_m = \frac{s_n}{A} \left( \lambda + \sqrt{\lambda^2 - A} \right), \quad (4.2)$$

где  $a = \frac{r_1}{c_1 r_2'}$  и  $A = 1 - 2as_n(\lambda - 1)$ . Значение  $a$  зависит от мощности АД и изменяется в широких пределах  $1,5 < a < 1/s_m$ .

Коэффициент приведения Т-образной схемы (рис. 4.1 а) к Г-образной схеме замещения (рис. 4. 1 б) равен

$$c_1 = |1 + \underline{Z}_1 / \underline{Z}_m| \approx 1 + x_{1\sigma} / x_m. \quad (4.3)$$

Его величина также зависит от мощности двигателя и находится в диапазоне  $1,005 < c_1 < 1,04$ .

Из уравнения критического момента с учётом выражения для критического скольжения

$$s_m = \frac{c_1 r_2'}{\sqrt{r_1^2 + x_k^2}}$$

можно найти  $r_2'$ :

$$M_m = \frac{m_1 z_p U_1^2}{2\omega_1 c_1 (r_1 + \sqrt{r_1^2 + x_k^2})} = \frac{m_1 z_p U_1^2}{2\omega_1 c_1 (r_1 + c_1 r_2' / s_m)} \quad (4.4)$$

$$r_2' = \left( \frac{m_1 z_p U_1^2}{2\omega_1 c_1^2 M_m} - r_1 / c_1 \right) s_m$$

а из выражения для критического скольжения – определить  $x_k$ :

$$x_k = \sqrt{\left( \frac{c_1 r_2'}{s_m} \right)^2 - r_1^2} = x_{1\sigma} + c_1 x_{2\sigma}'. \quad (4.5)$$

Индуктивное сопротивление короткого замыкания  $x_k$  можно разделить на сопротивления потоков рассеяния статора и ротора  $x_{1\sigma}$  и  $x_{2\sigma}'$ , полагая  $x_{2\sigma}' = c_1 x_{1\sigma}$ . Тогда

$$x_{1\sigma} = \frac{x_k}{1 + c_1^2}; \quad x_{2\sigma}' = \frac{x_k - x_{1\sigma}}{c_1} = \frac{c_1 x_k}{1 + c_1^2} \quad (4.6)$$

и  $x_{1\sigma} + c_1 x_{2\sigma}' = x_k$ .

Для определения индуктивного сопротивления ветви намагничивания  $x_m$  преобразуем последовательное соединение главной цепи схемы рис. 4.1 б) в параллельное, выделив активную и реактивную составляющие комплексной проводимости (рис. 4.1 в)

$$g(s) = \frac{r_1 + c_1 r_2' / s}{c_1 \left[ (r_1 + c_1 r_2' / s)^2 + x_k^2 \right]}; \quad b(s) = \frac{x_k}{c_1 \left[ (r_1 + c_1 r_2' / s)^2 + x_k^2 \right]}.$$

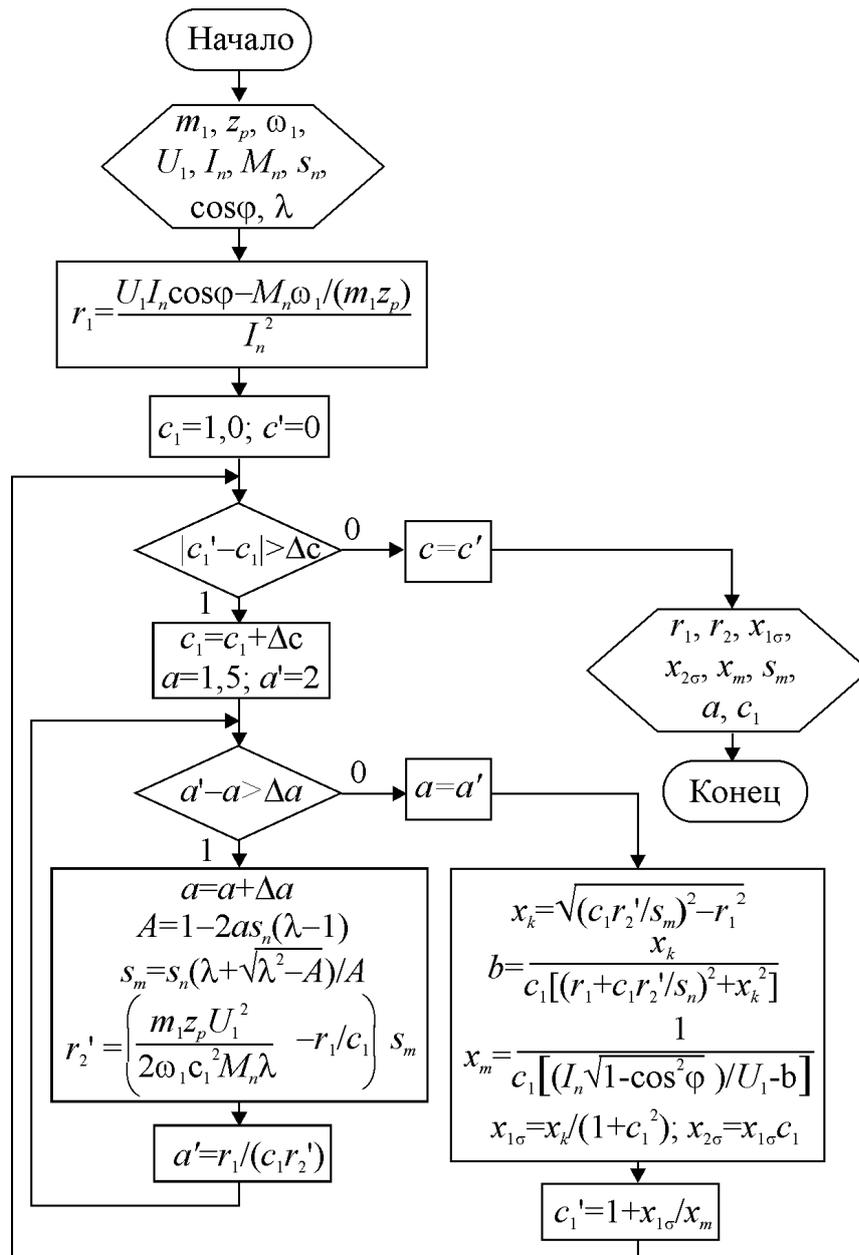


Рис. 4.2. Алгоритм программы вычисления параметров АД

Величина  $x_m$  слабо влияет на электромеханические процессы и входит в уравнение механической характеристики АД только посредством коэффициента  $c_1$ . В то же время, проводимость ветви намагничивания  $1/x_m$  в режимах близких к номинальному соизмерима с реактивной проводимостью главной цепи  $b(s)$  и существенно влияет на энергетические параметры. Поэтому её целесообразно определять из баланса реактивной мощности  $Q_1 = Q_k + Q_m = U_1 I_n \sqrt{1 - \cos^2 \varphi}$ , где  $Q_k$  – реактивная мощность, расходуемая на формирование полей рассеяния статора и ротора. После преобразования главной цепи мощности потоков рассеяния и основного потока могут быть представлены через одинаковое для всех ветвей

фазное напряжение  $U_1$  как  $Q_k = U_1^2 b(s_n)$ , и  $Q_m = U_1^2 b_m = U_1^2 / (c_1 x_m)$ . Подставляя эти выражения в уравнение баланса мощностей, получим –

$$x_m = \frac{1}{c_1 \left[ I_n \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} / U_1 - b(s_n) \right]} = \frac{1}{I_n \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} / U_1 - b(s_n)} - x_{1\sigma}. \quad (4.7)$$

Таким образом, из справочных данных мы получили все искомые параметры в виде функций коэффициентов  $a$  и  $c_1$ . Однако определить эти коэффициенты аналитически невозможно и требуется найти численное решение. Причём, т.к. каждая из этих величин является функцией другой, то решение нужно искать методом последовательных приближений.

Алгоритм программы определения параметров двигателя построен в виде двух циклов: внутреннего цикла расчёта коэффициента  $a$  и внешнего цикла расчёта  $c_1$ . В качестве начальных для  $c_1$  и  $a$  выбраны: значения  $c_{10} = 1,0$  и  $a_0 = 1,5$ . В приложении 5 приведён листинг  $m$ -функции (function [r1, r2, x1, x2, xm, sm, a, c, k] = im\_par (n, pf, l, M, km, ks)), написанной по алгоритму рис. 4.2. Величина допуска на ошибку и инкремента для обоих циклов выбрана одинаковой  $\Delta c = \Delta a = 0,001$ . При этих условиях для двигателей серий 4А и 5А решение достаточно быстро сходится и обеспечивает расчёт статических характеристик двигателя на рабочем участке с отклонением от справочных значений в точках номинального режима и опрокидывания не более 0,5%.

Однако параметры схемы замещения, определённые по данным рабочего участка характеристик приводят к недопустимой погрешности в области больших скольжений. Поэтому при моделировании необходимо учитывать явление вытеснения тока в обмотке ротора. Для этого, воспользовавшись выражением (1.34), нужно определить относительную глубину паза  $K$  из уравнения

$$\frac{z_p m_1 U_1^2 r_2 k_r(\kappa)}{\omega_1 \left\{ [r_1 + c_1 r_2 k_r(\kappa)]^2 + [x_{1\sigma} + c_1 x_{2\sigma} k_x(\kappa)]^2 \right\}} - k_s M_n = 0 \quad (4.8)$$

где  $k_r(\kappa) = \kappa \cdot \frac{\text{sh } 2\kappa + \sin 2\kappa}{\text{ch } 2\kappa - \cos 2\kappa}$ ;  $k_x(\kappa) = \frac{3}{2\kappa} \cdot \frac{\text{sh } 2\kappa - \sin 2\kappa}{\text{ch } 2\kappa - \cos 2\kappa}$ .

Очевидно, что аналитическое решение уравнения (4.8) невозможно, и его необходимо искать методом итераций. В качестве начального значения можно принять  $\kappa_0 = 1$ . В  $m$ -функцию расчёта параметров (приложение 5) включён цикл определения  $\kappa$  с инкрементом  $\Delta \kappa = 0,0001$ . Полученное в результате расчёта значение  $\kappa$  обеспечивает сходимость пускового момента к справочному значению с погрешностью не более 0,5%.

## 4.2. Модель асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором

### 4.2.1. Модель двигателя в синхронной системе координат

Для моделирования процессов в асинхронном приводе можно использовать блок *Asynchronous Machine* из библиотеки *Simulink/SimPowerSystems/Machines*, полное описание которого содержится в приложении 4.

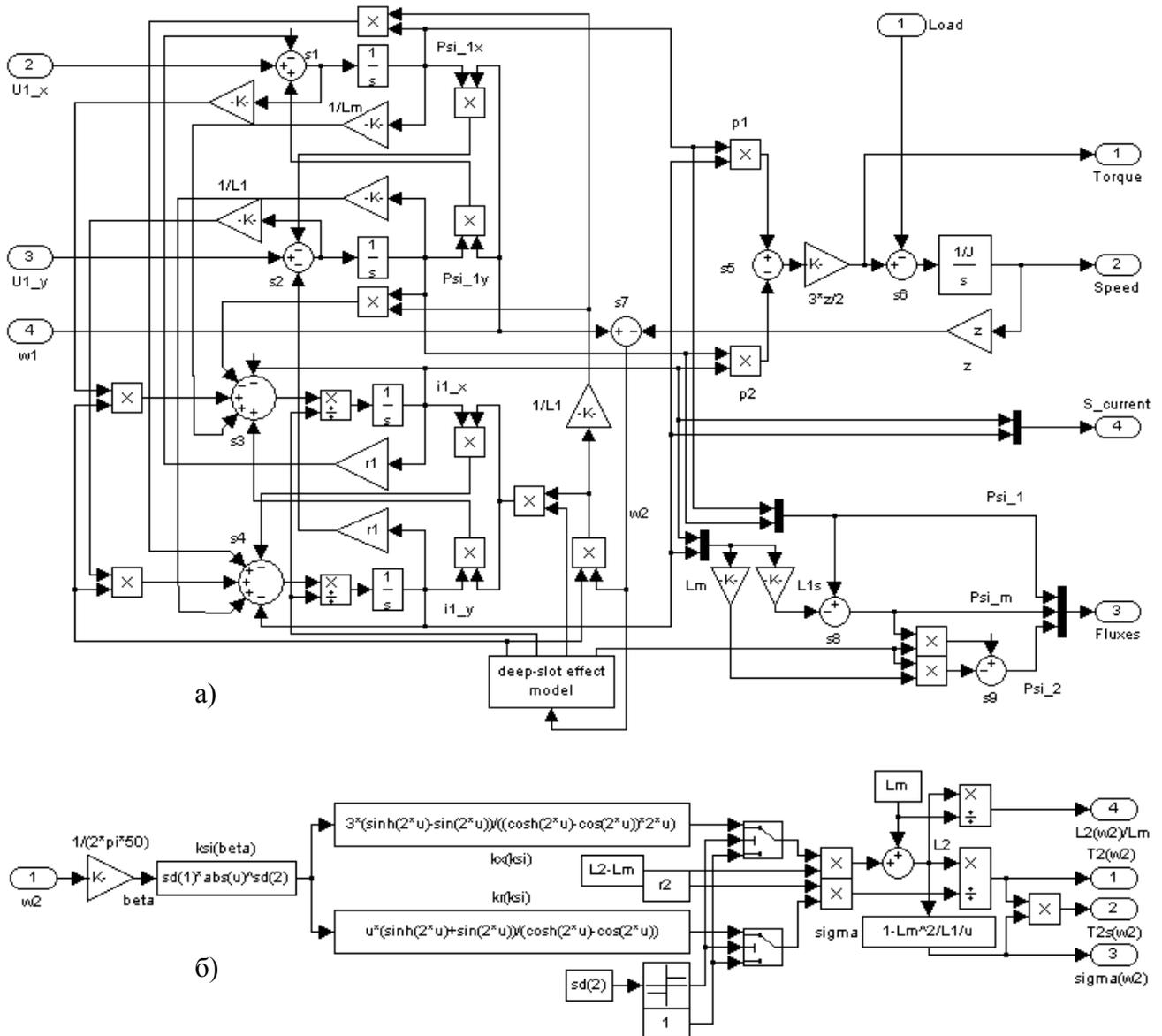


Рис. 4.3. Динамическая модель асинхронного двигателя (а) и блок моделирования эффекта вытеснения тока [*deep-slot effect model*] (б)

Однако во многих случаях библиотечный блок АД неудобен, т.к. требует представления входного напряжения в фазной неподвижной системе координат и сопряжения входов и выходов с основными блоками библиотек '*Simulink*' посредством специальных элементов библиотеки '*SimPowerSystems/Measurements*'. Вызывает иногда затруднение и необходимость использования соединений из библиотеки '*SimPowerSystems/Connectors*'. Существенным недостатком является также то, что в библиотечной модели АД не учитывается эффект вытеснения то-

ка. Это приводит к значительным (до 50%) ошибкам моделирования в режимах больших скольжений.

Этих трудностей легко избежать построением модели АД в синхронной системе координат с помощью основных библиотек блока ‘*Simulink*’. В этом случае входные и выходные величины в статическом режиме будут постоянными сигналами, соответствующими огибающим синусоидальных функций реальных величин. Кроме того, в такой модели легко можно учесть явление вытеснения тока в стержнях ротора.

Для построения модели (рис. 4.3 а)\* используем уравнения (1.36)–(1.39). Входными величинами являются ортогональные координаты вектора напряжения питания  $u_1$  (‘U1\_x’ и ‘U1\_y’) в вольтах, а также угловая частота статора  $\omega_1$  (‘w1’) в эл. рад/с. На сумматорах s1...s4 и соединённых с ними элементах реализованы уравнения (1.38) и (1.39) соответственно. Перемножители p1 и p2 совместно с сумматором s5 и множителем ‘3z/2’ реализуют уравнение электромагнитного момента (1.36), а элемент ‘1/Js’ и сумматор s6 со входом момента нагрузки ‘Load’ – уравнение движения (1.37).

Таким образом, мы получили на выходе ‘*Speed*’ угловую скорость вращения ротора в рад/с, а на выходе ‘*Torque*’ – электромагнитный момент, развиваемый двигателем в Нм.

Кроме этих величин для систем управления большинства современных приводов требуются координаты векторов тока статора  $i_1$  и потокосцеплений ротора  $\psi_2$  и взаимоиндукции  $\psi_m$ . Координаты вектора тока вычисляются в модели для определения электромагнитного момента, поэтому объединены в вектор и выведены на ‘*S\_current*’.

Для вычисления потокосцеплений используем координаты векторов  $\psi_1, i_1$ . С помощью уравнений потокосцеплений (1.13) и (1.14) можно получить искомые величины в виде:

$$\psi_m = \psi_1 - \psi_{1\sigma} = \psi_1 - L_{1\sigma} i_1 \Leftrightarrow \begin{cases} \psi_{mx} = \psi_{1x} - L_{1\sigma} i_{1x} \\ \psi_{my} = \psi_{1y} - L_{1\sigma} i_{1y} \end{cases} \quad (4.9)$$

$$\psi_2 = \psi_m \frac{L_2}{L_m} - i_1 L_m \left( \frac{L_2}{L_m} - 1 \right) \Leftrightarrow \begin{cases} \psi_{2x} = \psi_{mx} \frac{L_2}{L_m} - i_{1x} L_m \left( \frac{L_2}{L_m} - 1 \right) \\ \psi_{2y} = \psi_{my} \frac{L_2}{L_m} - i_{1y} L_m \left( \frac{L_2}{L_m} - 1 \right) \end{cases} \quad (4.10)$$

Уравнения (4.1) и (4.2) реализованы в модели на сумматорах s8 и s9 соответственно. После чего координаты всех трёх потокосцеплений объединены и выведены в виде вектора ‘*Fluxes*’=[ $\psi_{1x}$   $\psi_{1y}$   $\psi_{mx}$   $\psi_{my}$   $\psi_{2x}$   $\psi_{2y}$ ].

\* Здесь и далее в моделях *Simulink* используются англоязычные обозначения элементов с целью исключения проблем, связанных с возможной неправильной кодировкой кириллицы.

В разделе 1.2.2.2 была рассмотрена модель вытеснения тока в обмотке рото-

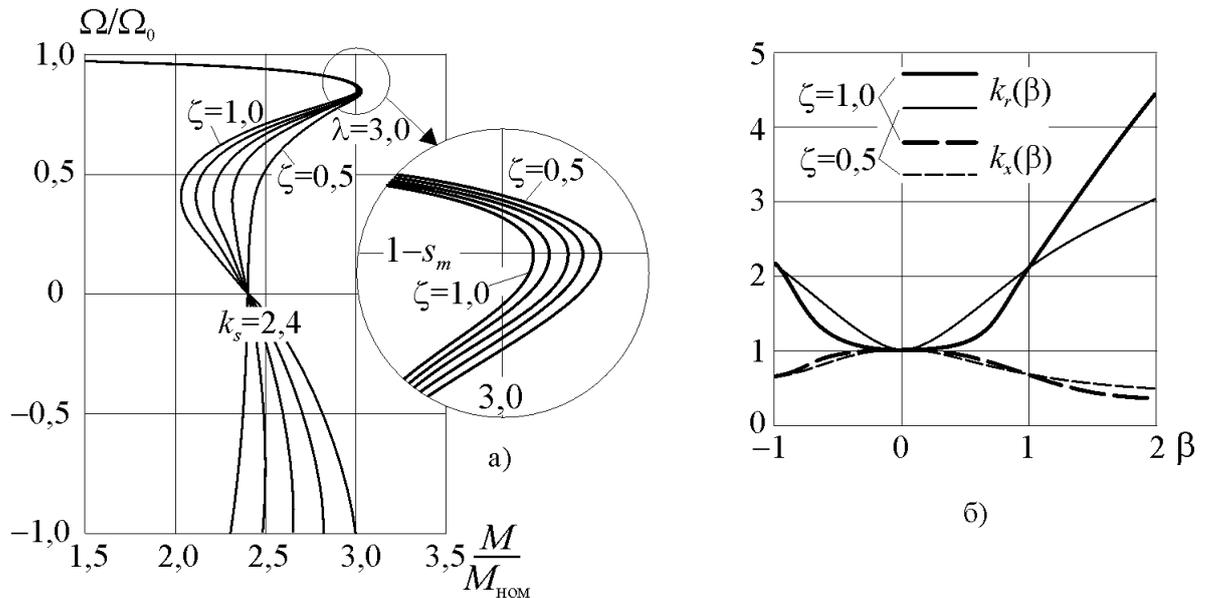


Рис. 4.4. Механические характеристики двигателя 5A200L2 (45 кВт) (а) и коэффициенты активного сопротивления и индуктивности рассеяния ротора (б) при различных показателях степени функции  $\xi = \kappa \cdot |\beta|^\zeta$

ра. В результате вытеснения изменяется активное сопротивление обмотки  $r_2$  и индуктивность рассеяния  $L_{2\sigma}$ . Для учёта этого явления в модель рис. 4.3 а) включён блок (подсистема) ‘*deep-slot effect model*’, структурная схема которого приведена на рис. 4.3 б).

Входной величиной этого блока является угловая частота ротора  $\omega_2$ , которая делением на  $2\pi \cdot 50$  приводится к номинальному значению угловой частоты сети  $\beta = \omega_2 / (2\pi \cdot 50)$ . Затем вычисляется функция

$$\xi = \kappa \cdot |\beta|^\zeta \quad (4.11)$$

и по её значению коэффициенты  $k_r(\xi)$  и  $k_x(\xi)$ , учитывающие изменение активного сопротивления и индуктивности рассеяния ротора. После чего, умножением  $r_2$  и  $L_{2\sigma} = L_2 - L_m$  на эти коэффициенты и последующих арифметических операций, на выходе блока формируются сигналы функций  $T_2(\omega_2)$ ,  $\sigma(\omega_2)$ ,  $\sigma(\omega_2) \cdot T_2(\omega_2)$ ,  $L_2(\omega_2) / L_m$ .

В отличие от выражений (1.32) и (1.33), где относительная глубина проникновения тока соответствует выражению (4.11) при  $\zeta = 0,5$ , в блоке рис. 4.3 б) показатель степени  $0,5 \leq \zeta < 1,0$  является переменной, значение которой задаётся как параметр модели двигателя. Это существенное отличие, т.к.  $\zeta$  определяет вид кривой механической характеристики между точками пуска и опрокидывания (рис. 4.4. а).

Параметры двигателя для моделирования рассчитываются без учёта вытеснения тока\*, и при этом обеспечивается соответствие номинального, опрокидыва-

\* см. разд. 4.1.

вающего и пускового моментов справочным данным. Изменение  $r_2$  и  $L_{2\sigma}$  вызывает отклонение электромагнитного момента в модели от расчётных значений. Однако в режиме пуска это отклонение равно нулю, т.к. при этом  $\beta = 1$  и  $\xi = \kappa$ , т.е.  $\xi$  соответствует решению уравнения (4.8), что и является условием нулевой погрешности для пускового момента.

Для двух других значений момента изменение  $r_2$  и  $L_{2\sigma}$  проявляется в разной степени. Это зависит от характера изменения коэффициентов  $k_r(\beta)$  и  $k_x(\beta)$ , а он, в свою очередь, зависит от показателя  $\zeta$  в выражении (4.11). При увеличении  $\zeta$

увеличивается область частот  $\beta$  вблизи точки холостого хода, в которой  $k_r(\beta) \approx 1$  и  $k_x(\beta) \approx 1$  (рис. 4.4.б), т.е. область в которой влияние вытеснения тока проявляется слабо. Поскольку точка номинального режима расположена ближе к точке холостого хода, то для неё отклонение от расчётного значения пренебрежимо мало. В точке опрокидывания влияние величины  $\zeta$  выражено отчётливей, но и в этом случае погрешность не превышает 1...2% (рис. 4.4 а).

Значительно сильнее величина  $\zeta$  влияет на механическую характеристику после точки опрокидывания. В приложении 6 приведены типы механических характеристик двигателей серии 5А. Из этого рисунка следует, что в современных двигателях общего применения явление вытеснения тока играет

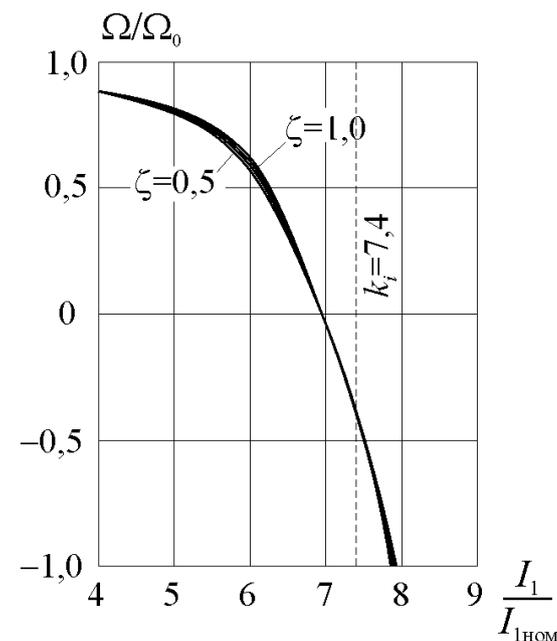


Рис. 4.5. Электромеханические характеристики при различных значениях  $\zeta$

большую роль, увеличивая пусковой момент до значений близких к моменту опрокидывания. При этом на характеристике в области низких скоростей появляется участок с отрицательной жёсткостью  $\partial M / \partial \omega < 0$ . Как следует из рис. 4.4 а), надлежащим выбором значения  $\zeta$  можно приблизить вид механической характеристики к типу, соответствующему справочным данным, т.е. учесть в модели свойства, присущие реальным двигателям.

В отличие от механических характеристик, влияние явления вытеснения тока на электромеханические характеристики пренебрежимо мало (рис. 4.3) и проявляется в основном в области режима опрокидывания.

Модель двигателя на рис. 4.3 позволяет отключать режим моделирования вытеснения тока путём задания  $\zeta = 0$ . Для этого на выходах блоков 'kr(beta)' и 'kx(beta)' установлены логические ключи с функцией контроля знака  $\zeta$ . При нулевом значении  $\zeta$  коэффициенты  $k_r$  и  $k_x$  заменяются единичными множителями. Это позволяет верифицировать модель, а также качественно проследить влияние вытеснения на тот или иной процесс. Например, на рис. 4.6 приведены результа-

ты моделирования прямого пуска двигателя с учётом и без учёта вытеснения тока. Здесь видно, что увеличение электромагнитного момента за счёт вытеснения тока при скольжениях больше максимального не только уменьшает почти в три раза длительность пуска, но также почти в два раза увеличивает ударный момент. Пренебрежение столь значительными отличиями приводит к недопустимым ошибкам при исследованиях и проектировании приводов.

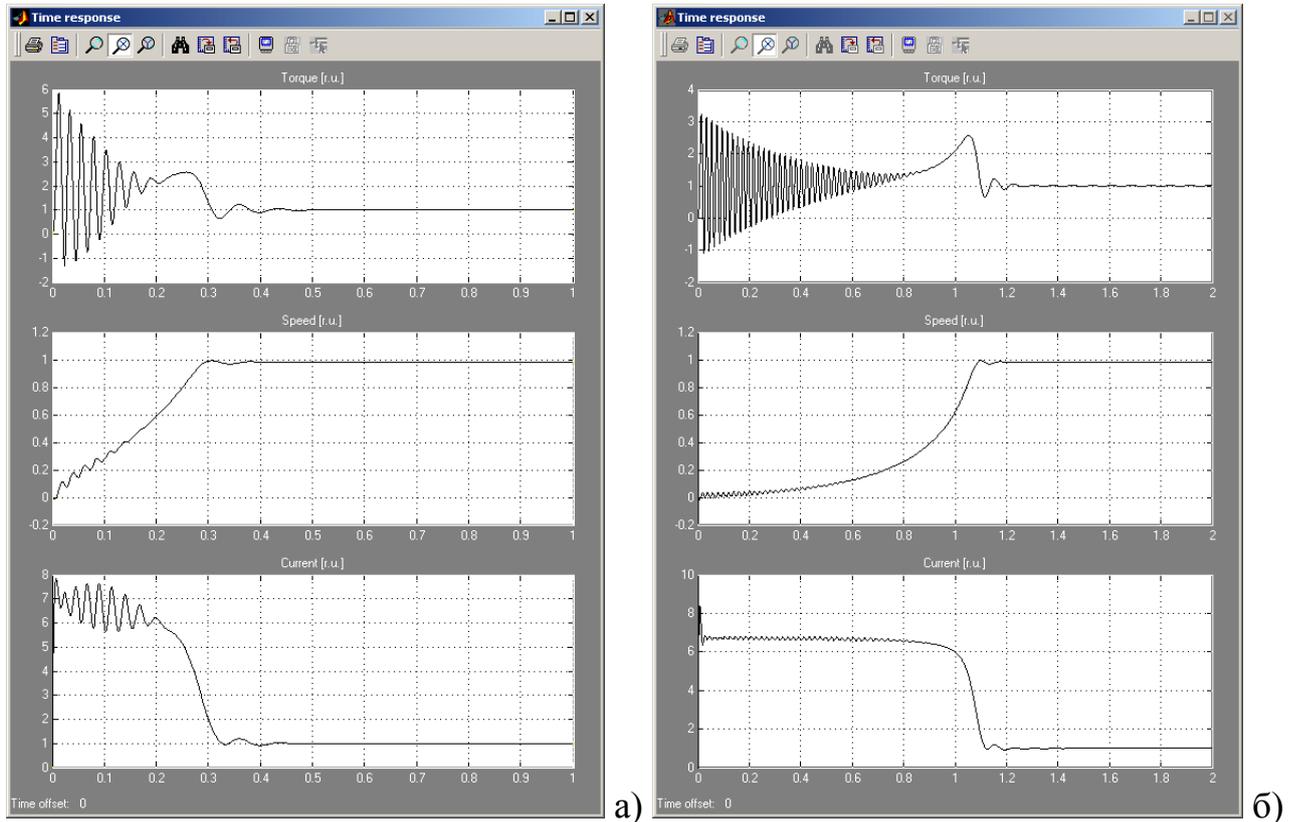


Рис. 4.6. Прямой пуск с номинальным моментом нагрузки двигателя 5A200L2 (45 кВт) с учётом (а) и без учёта вытеснения тока (б).

Рассмотренная выше динамическая модель асинхронного короткозамкнутого двигателя реализована в виде маскированной подсистемы и может использоваться как элемент библиотеки пользователя совершенно аналогично использованию блоков любой библиотеки *Simulink*.

На рис. 4.7 показано диалоговое окно для ввода параметров схемы замещения и вид библиотечного блока.

В последней строке окна в виде двумерного массива задаются параметры относительной глубины паза ротора [к  $\zeta$ ]. Значение  $k$  определяется решением уравнения (4.8) и возвращается  $m$ -функцией  $function [r1, r2, x1, x2, xm, sm, a, c, k] = im\_par(n, pf, I, M, km, ks)$  (см. приложение 5). Значение  $\zeta$  в начале можно установить равным 0,5, а затем уточнить по результатам верификации модели. По умолчанию величины  $k$  и  $\zeta$  равны [1 0], что соответствует режиму отключения моделирования вытеснения тока.

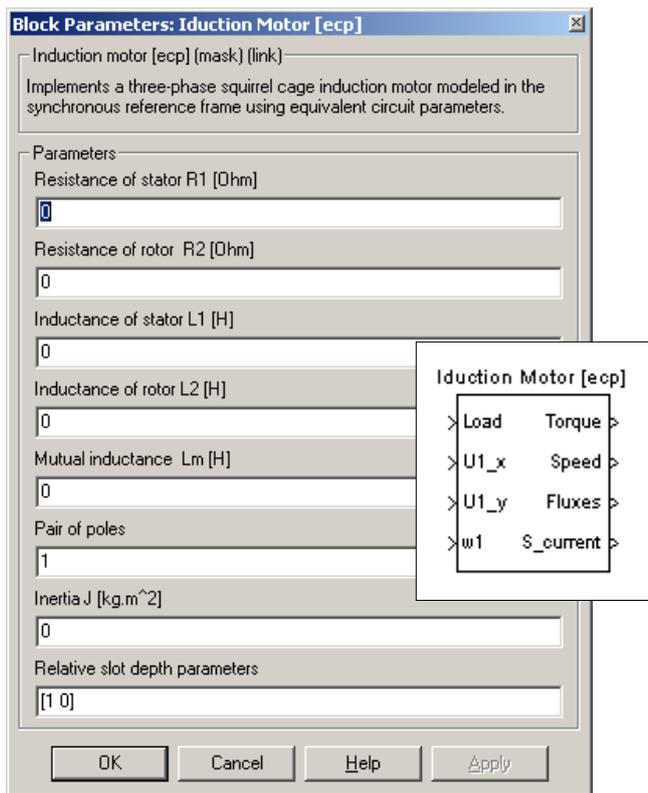


Рис. 4.7. Диалоговое окно и вид блока библиотечной модели двигателя

Входными величинами блока являются: момент нагрузки на валу в Нм (*'Load'*); проекции вектора напряжения статора на оси координат в В (*'U1\_x'*, *'U1\_y'*) и частота напряжения питания статора в рад/с (*'w1'*). На выходе блока формируются сигналы: вращающего момента АД в Нм (*'Torque'*); скорости вращения вала в рад/с (*'Speed'*); вектор тока статора в виде проекций на оси координат в А (*'S\_current'=[i<sub>1x</sub> i<sub>1y</sub>]*), а также вектор потокосцеплений статора, взаимной индукции и ротора в Вб (*'Fluxes'=[ψ<sub>1x</sub> ψ<sub>1y</sub> ψ<sub>mx</sub> ψ<sub>my</sub> ψ<sub>2x</sub> ψ<sub>2y</sub>]*).

#### 4.2.2. Верификация модели

Достоверность любой математической модели является непременным условием её применения

на практике. Поэтому проверка достоверности или верификация модели является обязательным этапом моделирования. Очевидно, что любая проверка может быть проведена путём сопоставления результатов, полученных на модели, с известными достоверными данными. Для двигателей такими данными могут быть результаты эксперимента или, если моделирование привода производится на этапе предварительных исследований, справочные данные.

Однако справочные данные двигателей соответствуют статическим режимам работы, поэтому для верификации динамической модели двигателя нужно сформировать эти режимы. Это нетрудно сделать, например, для режима номинальной нагрузки, подав на вход модели постоянные сигналы и наблюдая результаты моделирования с помощью блока *'Scope'* библиотеки *'Simulink/Sinks'*. Однако неустойчивые режимы потребуют какого-либо иного решения для определения значений момента, скорости и тока. Поэтому удобнее и нагляднее создать модель переменной квазистатической нагрузки, с помощью которой можно получить механические и электромеханические характеристики двигателя в диапазоне от холостого хода до короткого замыкания.

Для получения квазистатических характеристик нагрузочный момент АД должен изменяться настолько медленно, чтобы погрешность, вызванная динамикой процесса, была пренебрежимо мала. При этом в каждой квазистатической точке должно выполняться условие статической устойчивости, т.е. нагрузкой должен быть не просто изменяющийся во времени момент  $M_c$ , а модель некото-

рого устройства, имеющего механическую характеристику с жёсткостью  $h_c$ , обеспечивающей выполнение условия  $h_{AD} - h_c < 0$ , где  $h_{AD}$  – статическая жёсткость механической характеристики двигателя. Для этого достаточно иметь нагрузку с характеристикой

$$M_c(\omega) = h_c[\omega - \omega_0(t)], \tag{4.12}$$

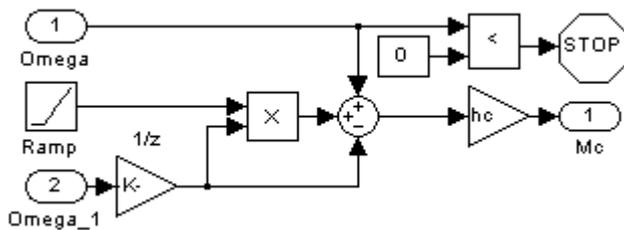
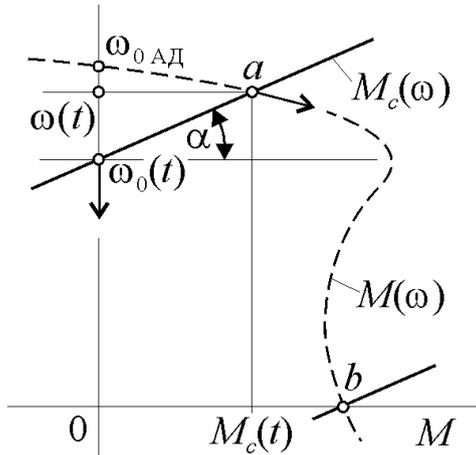


Рис. 4.8. Квазистатическая нагрузка АД (а) и структурная схема её модели (б)

а) где  $h_c = \text{ctg}\alpha = \frac{\partial M}{\partial \omega} > h_{AD \max}$ ;  $\omega$  – значение частоты вращения в данной точке моделирования;  $\omega_{0\max} \geq \omega_0(t) = \omega_{0AD} - \varepsilon t \geq \omega_{0\min}$  – медленно изменяющаяся с постоянным ускорением  $\varepsilon$  скорость холостого хода. Скорость холостого хода модели нагрузки должна изменяться от скорости идеального холостого хода АД  $\omega_{0\max} = \omega_{0AD}$  до скорости, соответствующей режиму пуска –  $M_c = M_n$ ;  $\omega = 0 \rightarrow \omega_{0\min} = -M_n / h_c$  (рис. 4.8 а).

б) Выбор жёсткости модели нагрузки  $h_c$  и ускорения точки холостого хода  $\varepsilon$  определяют погрешность и время моделирования. Слишком малая жёсткость нагрузки может привести к неустойчивости модели. Корректность выбора ускорения точки холостого хода нагрузки  $\varepsilon$  определяется допустимой динамической погрешностью моделирования в точке опрокидывания. Из опыта можно рекомендовать выбор  $h_c$  в пределах 1000...2000, а ускорения  $\varepsilon - (0,03...0,05)\omega_{0AD}$ .

На рис. 4.8 б) приведена структурная схема модели нагрузки, соответствующая уравнению (4.12). Входными сигналами являются текущее значение скорости вращения АД ‘Omega’ и частота питания ‘Omega\_1’. Скорость движения точки холостого хода  $\omega_0(t)$  определяется блоком ‘Ramp’, параметр которого ‘Slope’ в начале можно выбрать в пределах 0,03...0,05, а затем уточнить по результатам моделирования так, чтобы отклонение опрокидывающего момента от справочного значения не превышало 1...2%. Сигнал с выхода сумматора после умножения на жесткость  $h_c$  образует момент нагрузки  $M_c$  на выходе блока. Кроме уравнения (4.12) в модель нагрузки включён блок остановки моделирования по достижении скоростью вращения нулевого значения.

На рис. 4.9. приведены квазистатическая механическая и электромеханическая характеристики, полученные с помощью описанного блока нагрузки. В этом же окне построены механические и электромеханические статические характеристики с учётом и без учёта вытеснения тока. Статические и квазистатические характеристики с учётом вытеснения на рис. 4.7 а) различаются в пределах тол-

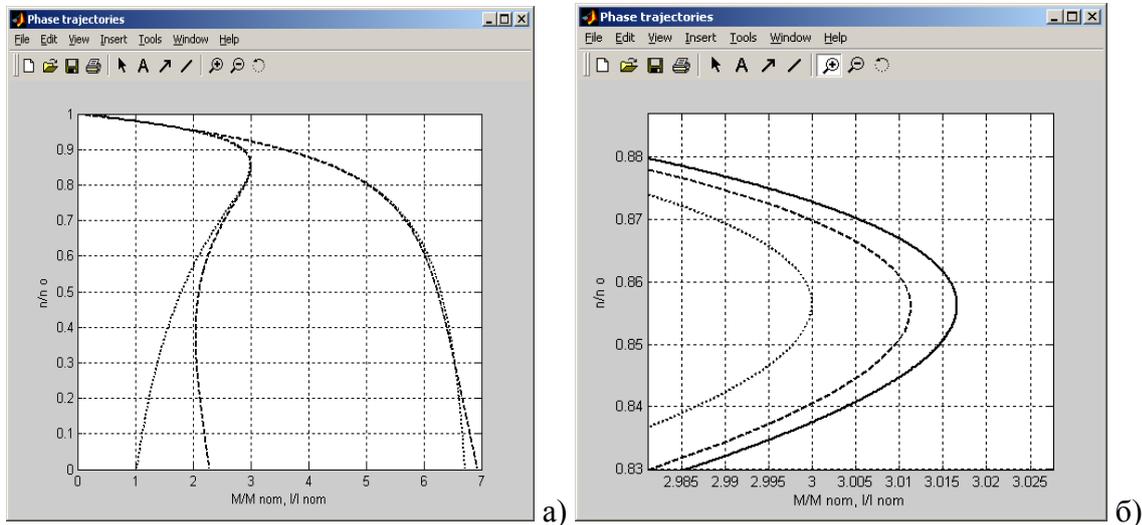


Рис. 4.9. Квазистатические характеристики двигателя 5A200L2 (45 кВт).

щины линии. На рис. 4.9 б) показана точка опрокидывания в увеличенном масштабе. Здесь видны все характеристики. Левая кривая соответствует статической механической характеристике, построенной на основании расчёта по схеме замещения без учёта вытеснения тока. Её опрокидывающий момент в относительных единицах в точности соответствует справочному значению (3,0). Средняя и правая кривая соответствуют статической и квазистатической характеристикам с учётом вытеснения тока. Отклонение опрокидывающего момента статической характеристики от справочного значения объясняется влиянием коэффициентов  $k_r$  и  $k_x$  (см. рис.4.4), а отклонение опрокидывающего момента квазистатической характеристики от статической – динамической погрешностью, которую можно уменьшить, снизив скорость движения точки холостого хода нагрузки. Из рис. 4.9 б) следует, что динамическая погрешность квазистатической характеристики удовлетворяет самым жёстким требованиям и эту методику можно использовать при исследовании процессов в приводе.

### 4.3. Модель нагрузки с упругими связями

Современные приводы оптико-механических систем часто имеют сложную кинематическую схему с большим количеством движущихся масс и различным характером их движения. Для анализа и моделирования массы, моменты инерции, жёсткости связей, деформации, перемещения и скорости движения всех элементов кинематической схемы обычно приводятся к скорости вращения двигателя. В результате чего получается расчётная схема, для которой можно составить уравнения движения. Если расчётная схема содержит более трёх тел, то её

обычно упрощают, пренебрегая малыми массами или объединяя в одно тело несколько частей с относительно большой жёсткостью связей.

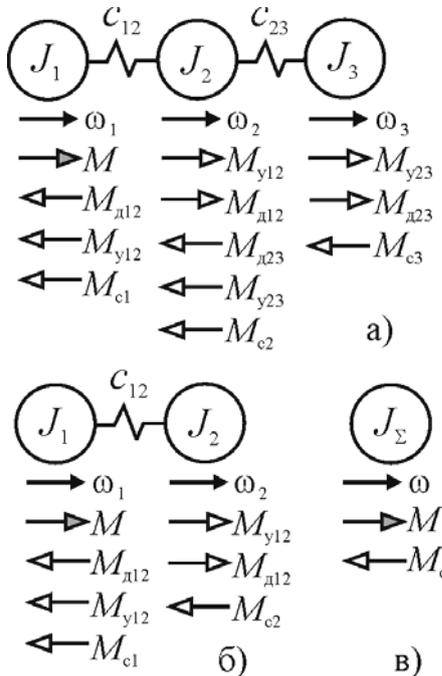


Рис. 4.10. Расчётные схемы нагрузки АД

На рис. 4.10 показаны расчётные схемы с указанием вращающихся моментов, действующих на каждую массу. В общем случае это моменты сопротивления  $M_{ck}$ , моменты упругих сил  $M_{yk(k+1)} = c_{k(k+1)}[\varphi_k - \varphi_{(k+1)}]$  и демпфирующие моменты или моменты вязкого трения  $M_{dk(k+1)} = b_{k(k+1)}[\omega_k - \omega_{(k+1)}]$ , где  $k$  – индекс элементы схемы.

Уравнения движения, соответствующие схеме рис. 4.8 а) имеют вид

$$\begin{cases} J_1 \frac{d\omega_1}{dt} = M - M_{c1} - M_{y12} - M_{d12} \\ J_2 \frac{d\omega_2}{dt} = M_{y12} + M_{d12} - M_{c2} - M_{y23} - M_{d23} \\ J_3 \frac{d\omega_3}{dt} = M_{y23} + M_{d23} - M_{c3} \end{cases} \quad (4.13)$$

На рис. 4.11 а) показана структурная схема модели, построенной по уравнениям (4.13). Модели движения двух первых масс реализованы с помощью одинаковых блоков, схема которых с индексацией для первой массы приведена на рис. 4.11 б). Здесь на сумматоре ‘s1’ складываются все вращающие моменты, действующие на тело, а затем с помощью интегратора вычисляется скорость его движения ‘w1’. С помощью сумматора ‘s2’ определяется разность скоростей движения данного тела и тела следующего за ним по расчётной схеме. После чего умножением на коэффициент демпфирования ‘b12’ вычисляется демпфирующий момент. Для вычисления момента упругих сил разность скоростей движения интегрируется и умножается на коэффициент жёсткости связи ‘c12’. В результате на выходе сумматора ‘s3’ и всего блока формируется сигнал суммы демпфирующего момента и момента упругих сил, которая для следующего по схеме тела является движущим моментом, а для самого тела – тормозным.

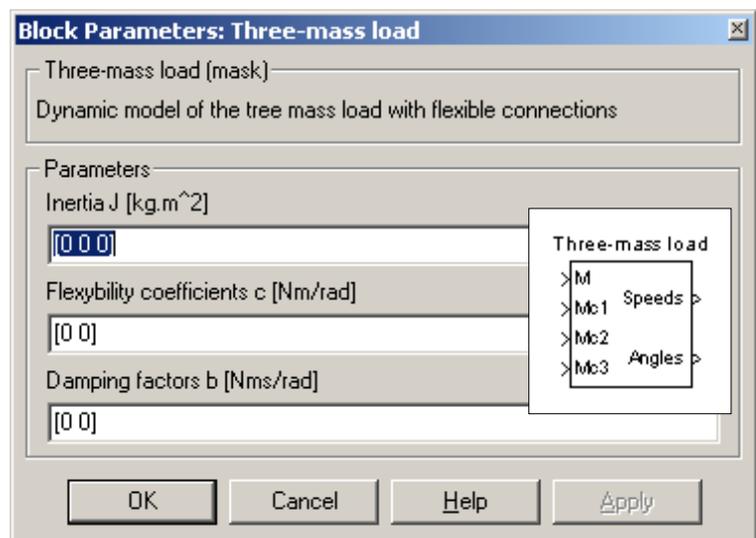


Рис. 4.12. Диалоговое окно и вид блока библиотечной модели трёхмассовой нагрузки

Входными сигналами блока нагрузки являются: вращающий момент двигателя  $M$  и внешние моменты, действующие на каждое тело,  $M_{c1}$ ,  $M_{c2}$  и  $M_{c3}$  (рис.

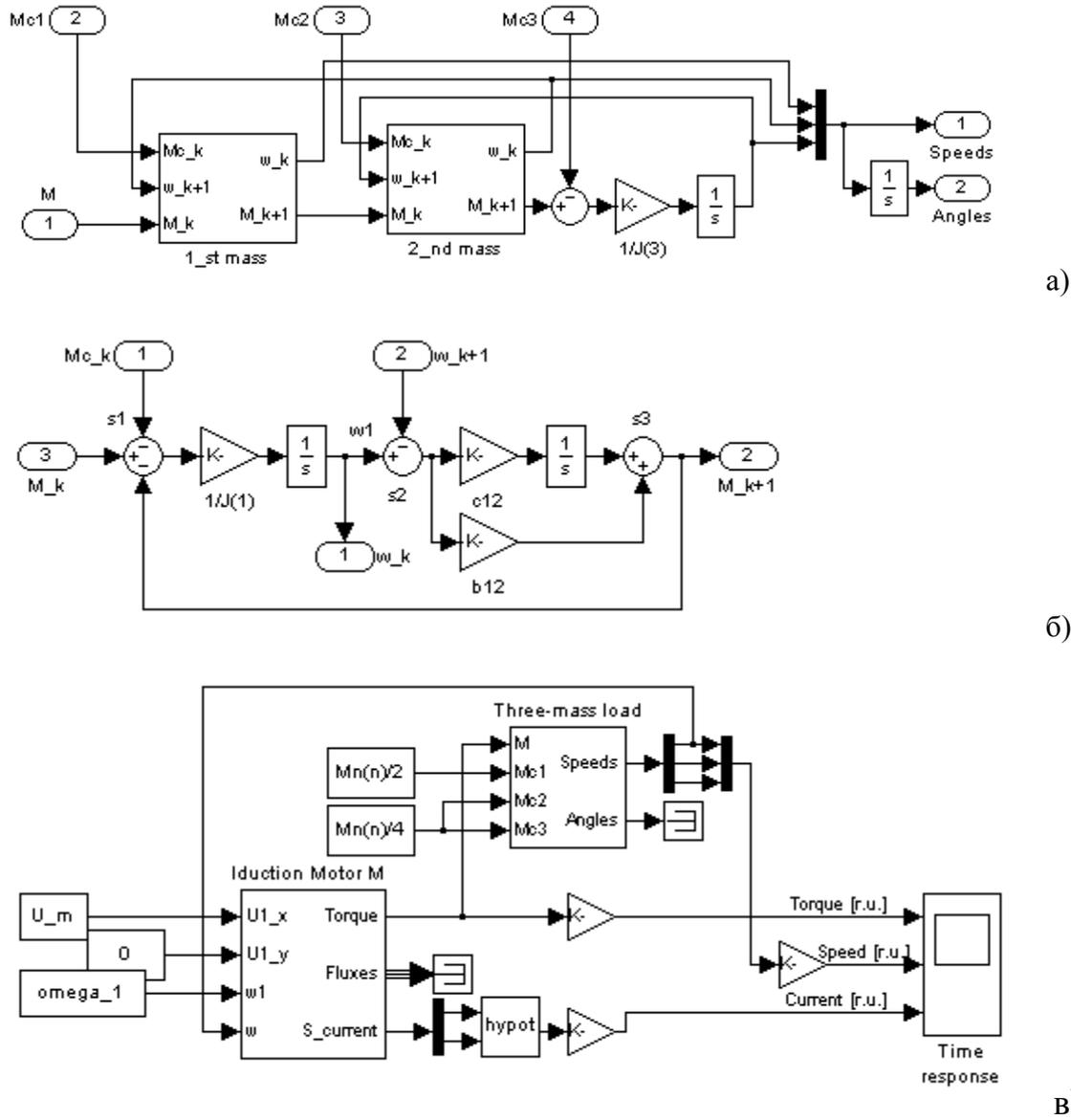


Рис. 4.11. Структурная схема блока ‘Three-mass load’ (а-б) и пример её применения в)

4.10). Выходными сигналами являются два трёхмерных вектора – скоростей вращения ‘Speeds’= $[\omega_1, \omega_2, \omega_3]$  и углового положения тел системы ‘Angles’= $[\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3]$ .

Параметры расчётной схемы в виде элементов массивов вводятся в диалоговое окно блока (рис. 4.12).

Блок нагрузки позволяет моделировать также двухмассовую систему тел. Для этого достаточно установить нулевое значение для одного из коэффициентов демпфирования и относительно большое значение для жёсткости связи ( $\approx 10^8$ ).

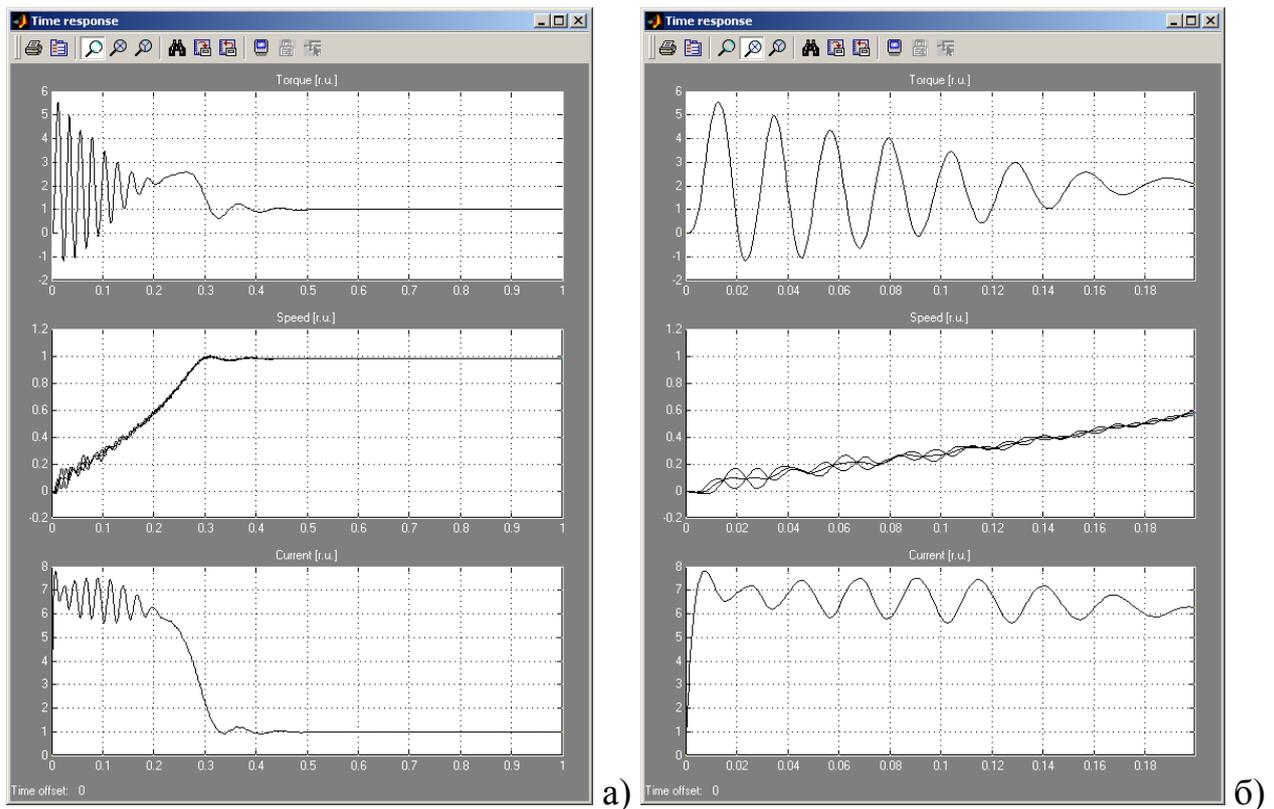


Рис. 4.13. Прямой пуск двигателя 5A200L2 (45 кВт) с трёхмассовой нагрузкой.

Трёхмассовую модель нагрузки можно использовать с библиотечной моделью АД ‘*Induction Motor M*’. Она отличается от описанной выше модели ‘*Induction Motor[ecp]*’ отсутствием уравнения движения. В связи с чем, у неё есть дополнительный вход для сигнала скорости вращения ‘ $\omega$ ’ и отсутствует выход для этого параметра. На рис. 4.11 в) приведён пример использования блока нагрузки для моделирования прямого пуска, а на рис. 4.13 – временные диаграммы этого процесса, на которых отчётливо наблюдаются колебания скорости отдельных элементов системы.

## 4.4. Модель привода с векторным управлением

### 4.4.1 Модель привода с FOC-управлением

Моделирование привода в синхронной системе координат упрощает модель системы управления, т.к. исключает из неё лишние линейные преобразования. Это позволяет сосредоточиться на существенных элементах и лучше понять принцип работы как системы в целом, так и отдельных её узлов.

На рис. 4.14 показана модель асинхронного привода с FOC-управлением. Для ориентации системы координат в ней использованы ортогональные проекции вектора потокосцепления ротора ‘ $\Psi_{2_x}$ ’ и ‘ $\Psi_{2_y}$ ’, выделенные блоком ‘*transformer*’ из вектора ‘*Fluxes*’. Блок (подсистема) ‘*transformer*’ объединяет элементы, не имеющие значения для работы системы управления. Этот блок осуществляет преобразование в относительные единицы (*r.u.*) сигналов, выводимых

мых для наблюдения на виртуальный «осциллограф» ‘Time response’. Кроме того, в него, чтобы не загромождать схему лишними элементами, включены преобразователи ‘Demux’, ‘Mux’ вектора потокосцеплений.

Для получения модуля и аргумента вектора  $\Psi_2$  используется блок ‘Cartesian to polar’ (рис. 4.14 б), в который кроме преобразователей формы комплексных чисел включён сумматор. Он прибавляет к сигналу модуля вектора очень малое число ( $10^{-20}$ ), которое необходимо для исключения некорректности операции деления при вычислении частоты ротора ‘w2’ блоком ‘p1’ в начале моделирования.

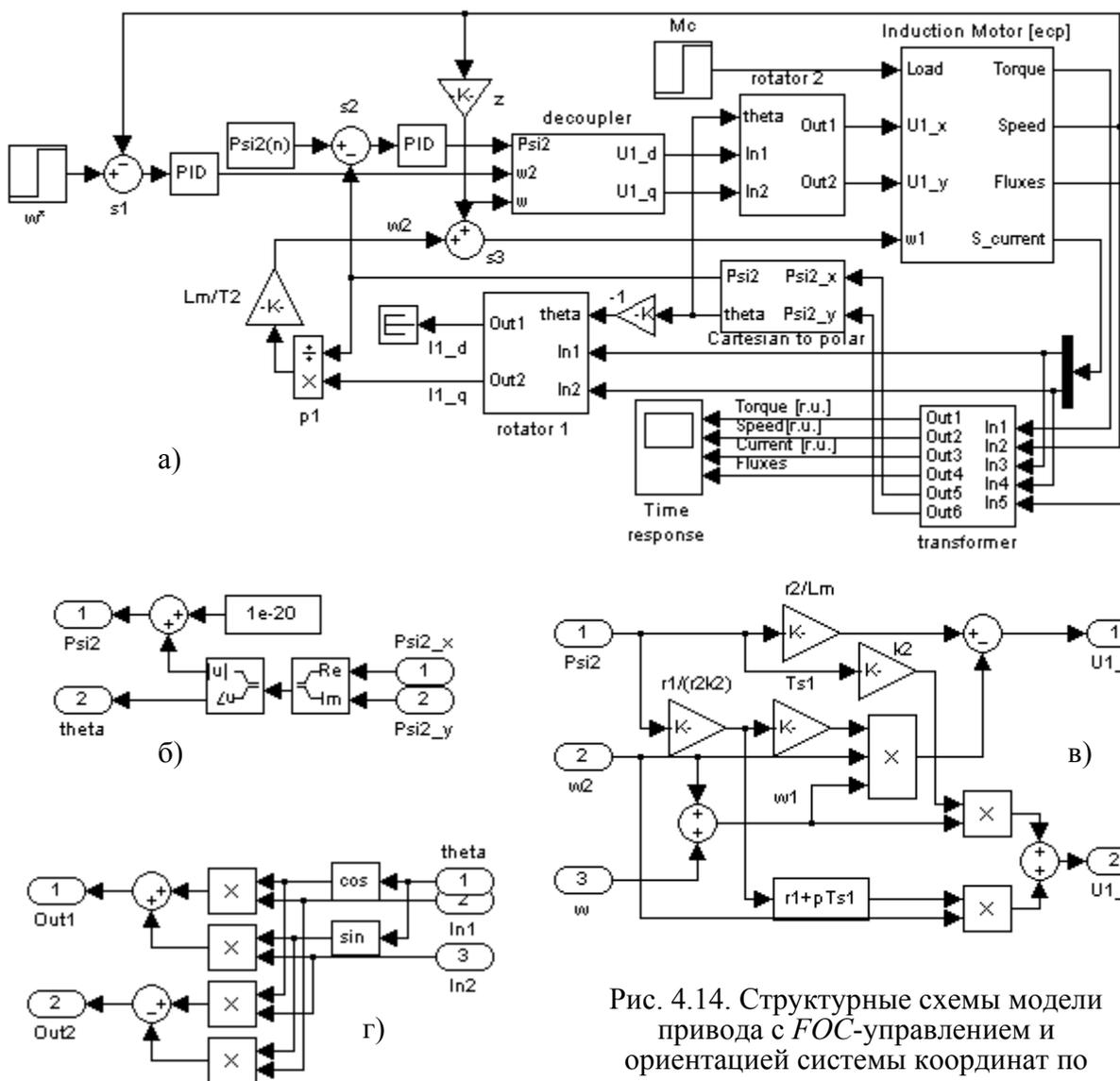


Рис. 4.14. Структурные схемы модели привода с FOC-управлением и ориентацией системы координат по потокосцеплению ротора

Ротатор 1 (рис. 4.14 г) преобразует координаты вектора тока статора  $i_1$  в систему координат  $dq$ , ориентированную по вектору  $\Psi_2$ . Затем продольная составляющая вектора тока ‘ $I_{1d}$ ’ исключается, т.к. в данной модели для стабилизации потока используется обратная связь по модулю  $\Psi_2$ . По значению поперечной составляющей ‘ $I_{1q}$ ’ вычисляется частота ротора ‘ $w_2$ ’, а затем суммированием с угловой частотой вращения в электрических радианах в секунду, полу-

ченной умножением угловой скорости вращения на число пар полюсов  $Z$ , – частота статора ‘ $\omega_1$ ’.

Стабилизация модуля потокосцепления ротора на заданном номинальном уровне ‘ $\Psi_2(n)$ ’ осуществляется с помощью обратной связи с ПИ-регулятором, настроенном на симметричный оптимум.

Регулирование электромагнитного момента и скорости вращения в модели осуществляется путём изменения частоты ротора. Обратная связь по скорости с ПИ-регулятором настроенным на симметричный оптимум обеспечивает астатическое управление.

Сигналы задания потокосцепления и частоты ротора с выходов регуляторов преобразуются блоком развязки координат ‘*decoupler*’ в координаты вектора напряжения ‘ $U_{1d}$ ’ и ‘ $U_{1q}$ ’. Блок ‘*decoupler*’ (рис. 4.14 в) воспроизводит структуру блока развязки на рис. 3.31.

После развязки с помощью ротатора 2 выполняется преобразование вектора напряжения статора  $u_1$  в неориентированную систему координат  $x_u$ . Очевидно, что функции и структура второго ротатора полностью идентичны функции и структуре первого. Отличие в преобразовании заключается только в знаке угла  $\vartheta$ .

Таким образом, модель *FOC*-управления асинхронным приводом с двигате-

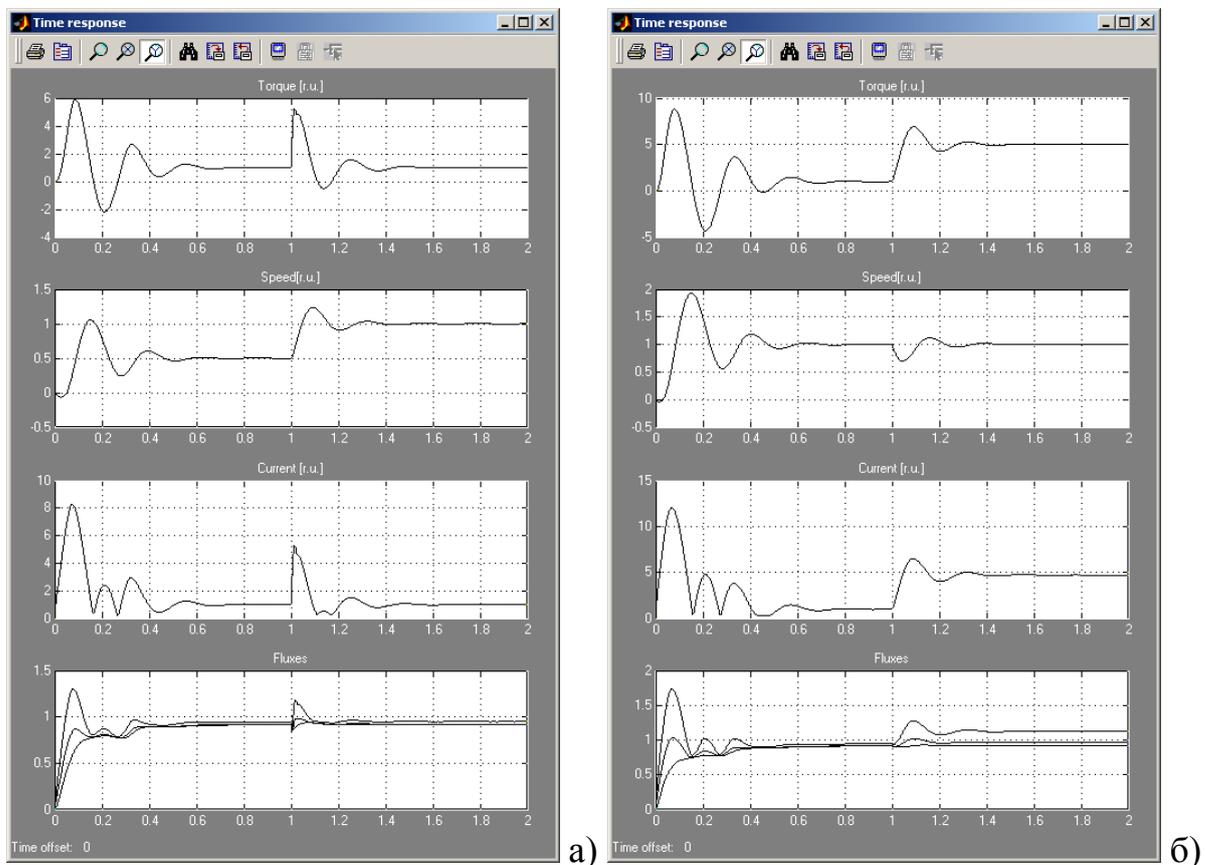


Рис. 4.15. Прямой пуск двигателя 5A200L2 (45 кВт) с номинальным моментом нагрузки и реакция привода на скачок управляющего (а) и возмущающего (б) воздействий.

лем, представленным в синхронной системе координат, отличается только тем,

что в ней угол  $\vartheta$  не имеет составляющей  $\omega_1 t$ , и поэтому в статическом режиме все сигналы являются постоянными величинами.

На рис. 4.15 показана реакция привода на скачкообразные возмущения. Следует обратить внимание на то, что при скачкообразном увеличении момента нагрузки от номинального до пятикратного значения двигатель не опрокидывается и ток статора в конце переходного режима возрастает также до пятикратного значения, т.е. практически линейно зависит от нагрузки на валу. Таким образом, асинхронный двигатель, как и следовало ожидать, при FOC-управлении обладает всеми свойствами компенсированного двигателя постоянного тока с независимым возбуждением.

#### 4.4.2. Модель привода с DTC-управлением

Формализованная таблица выбора векторов

$e_\psi$	$e_m$	Номер базового вектора для $k$ -го сектора ошибки
0	+1	$k + 1$
	0	even-odd
	-1	$k + 1$
1	+1	$k + 2$
	0	even-even
	-1	$k - 2$

Модель АД в синхронной системе координат ‘*Induction Motor [escp]*’ можно использовать также для моделирования процессов в неподвижной координатной системе. Это непосредственно следует из того, что модель построена на основе уравнений (1.18), в которых угловая скорость системы координат была принята равной  $\omega^{(mn)} = \omega_1$ . Следовательно, полагая  $\omega_1 = 0$ , мы получим как частный случай уравнения в неподвижной системе координат. Правда, принцип, на котором построен блок моделирования вытеснения тока, исключает возможность его работы при нулевом значении  $\omega_1$ . Поэтому в неподвижной системе

координат эффект вытеснения учитываться не будет. Кроме того, для исключения ошибки при запуске модели, связанной с наличием в ней обратных связей, требуется подать на вход частоты ‘ $w1$ ’ некоторый малый сигнал ( $10^{-8}$ ).

Рассмотрим в качестве примера моделирования в неподвижной системе координат работу привода с DTC-управлением в варианте, приведённом на рис. 3.41.

Таблица истинности блока ‘*Combinatorial Logic*’

Номер базового вектора $Nv$	десятичный	0	1	2	3	4	5	6	7
	двоичный	000	001	010	011	100	101	110	111
Код управления инвертором	десятичный	0	4	6	2	3	1	5	7
	двоичный	000	100	110	010	011	001	101	111

Работа полумостов инвертора моделируется ключами ‘*Sa*’, ‘*Sb*’ и ‘*Sc*’ на рис. 4.16 а), сигнальные входы которых подключены к источнику постоянного напряжения ‘*Ud*’ и ‘*-Ud*’. Выходное напряжение инвертора преобразуется блоком

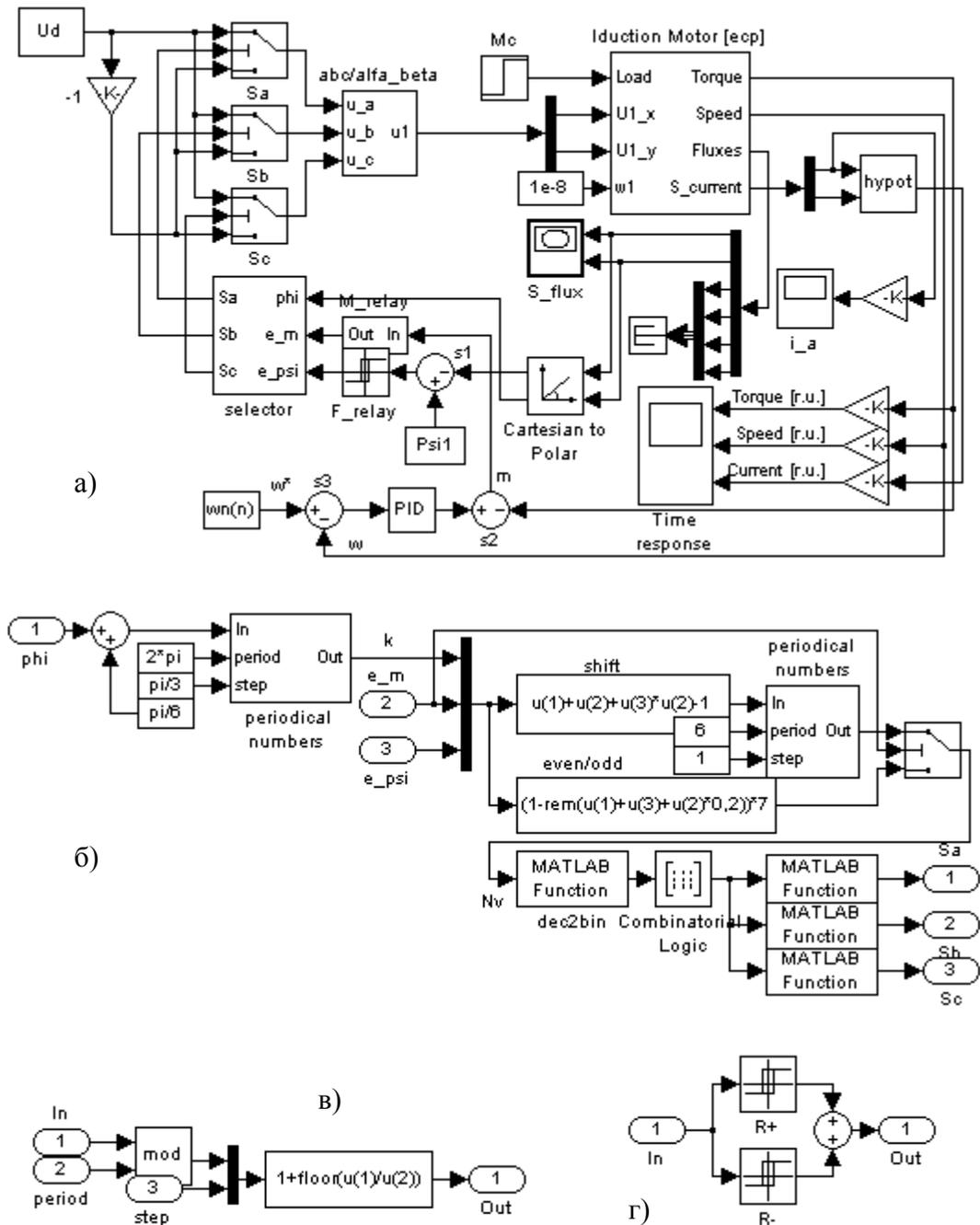


Рис. 4.16. Структурные схемы модели привода с DTC-управлением

‘*abc/alfa\_beta*’ из фазной системы координат в ортогональную в соответствии с выражениями (1.5) и подаётся на входы ‘*U1\_x*’ и ‘*U1\_y*’ модели двигателя.

Управление ключами полумостов осуществляется блоком селектора векторов напряжения ‘*selector*’. Этот блок реализует таблицу выбора векторов 3.4 (ТВВ), формируя на выходах ‘*Sa*’, ‘*Sb*’ и ‘*Sc*’ логические сигналы управления ключами в соответствии с состоянием своих входов. Структурная схема блока

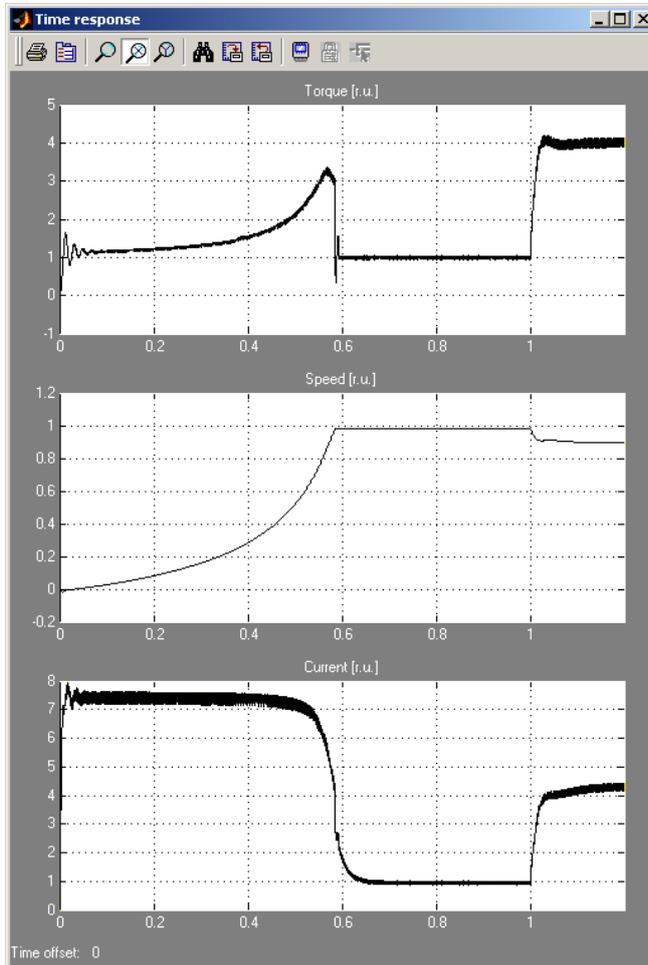
приведена на рис. 4.16 б). Блок построен в виде вычислителя, основанного на свойствах ТВВ. Номера ненулевых векторов в каждом ряду таблицы образуют периодические последовательности со смещением на единицу или на два. Поэтому в блоке используются две подсистемы ‘*periodical numbers*’ (рис. 4.16 в). Они формируют на выходе ‘*Out*’ целые числа, соответствующие номеру той части периода (‘*period*’), разделённого с шагом ‘*step*’, в которую попадает значение сигнала на входе ‘*In*’. Первый блок ‘*periodical numbers*’ по угловому положению вектора потокосцепления статора ‘*phi*’ вычисляет номер сектора ошибки  $k$ , в котором находится этот вектор. Для этого задаётся период  $2\pi$  с разделением на секторы с шагом  $\pi/3$ . Кроме того, ко входному значению ‘*phi*’ прибавляется смещение на угол  $\pi/6$ , т.к. на этот угол секторы ошибки смещены относительно базовых векторов. Затем для ненулевой ошибки электромагнитного момента  $e_m$  функцией ‘*shift*’ по значениям  $e_m$  и  $e_\psi$  в соответствии с формализованной ТВВ вычисляется смещение номера базового вектора по отношению к номеру сектора ошибки ( $\pm 1$  или  $\pm 2$ ). Причём, для упрощения вычислений в ФТВВ ошибка потокосцепления кодируется нулём и единицей вместо кодировки  $\pm 1$ , принятой в таблице 3.4. Номера нулевых векторов выбираются по признаку чётности в зависимости от значения  $e_\psi$ . Для разделения процесса выбора нулевых и ненулевых векторов используется ключ, управляемый сигналом  $e_m$ . Выходным сигналом ключа является номер формируемого инвертором базового вектора ‘*Nv*’ в десятичной системе счисления.

Эти числа нужно преобразовать в трёхразрядный двоичный код управления ключами ‘*Sa*’, ‘*Sb*’ и ‘*Sc*’, причём двоичный код номера вектора совпадает с двоичным кодом управления только для нулевых векторов. Для решения этой задачи используется блок ‘*Combinatorial Logic*’, представляющий собой таблицу истинности логической функции, входом которой является двоичный код номера вектора ‘*Nv*’, а выходом – двоичный код управления. Выделение отдельных битов кода управления производится функцией *Matlab* – *bitget(A, bitnumber)*.

В библиотеках *Matlab/Simulink* нет трёхпозиционного реле с гистерезисом. Поэтому блок регулятора момента ‘*M\_relay*’ необходимо построить из двух элементов ‘*Relay*’ библиотеки ‘*Simulink/Discontinuities*’ так, чтобы одно реле формировало сигнал для положительных значений, а другое – для отрицательных (‘*R+*’ и ‘*R-*’ на рис. 4.16 г).

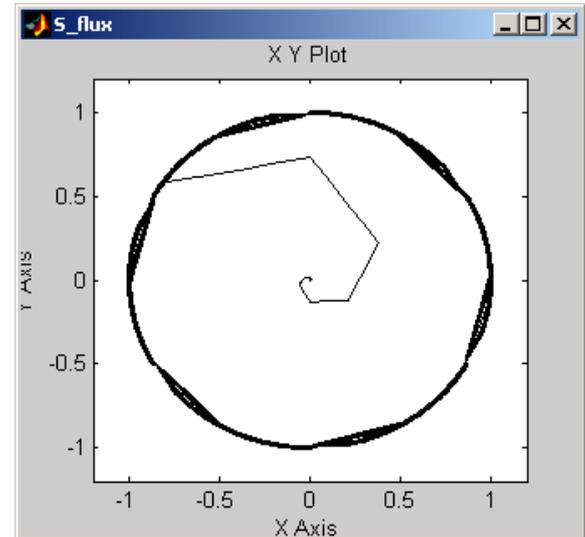
На рис. 4.17 показаны результаты моделирования привода с DTC-управлением. Прежде всего, обращает на себя внимание высокая динамика переходных процессов по сравнению с FOC-управлением, представленным на рис. 4.15. Время пуска при DTC-управлении примерно в два раза меньше. Приблизительно на порядок меньше время реакции на скачок возмущающего воздействия. Кроме того, переходные процессы при DTC-управлении имеют совершенно иной характер, а бросок момента при пуске приблизительно вдвое меньше, чем при FOC-управлении.

Годограф вектора потокосцепления статора в приводе с *DTC*-управлением образует в статическом режиме практически правильную окружность (рис. 4.15 б). Некоторые отклонения, соответствующие предельному шестиугольнику, наблюдаются только в пусковых режимах.

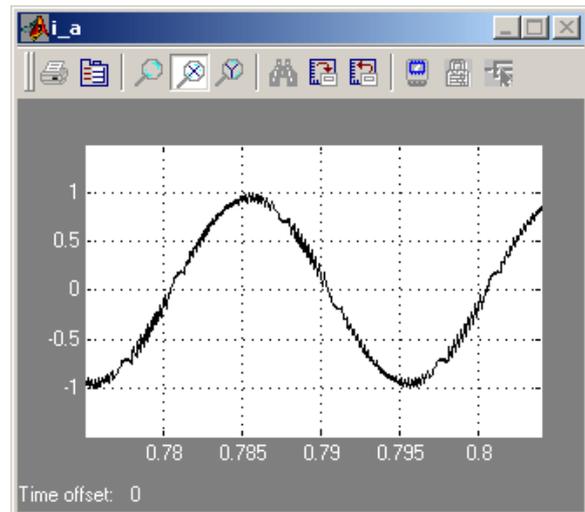


а)

Рис. 4.17. Прямой пуск двигателя 5A200L2 (45 кВт) с номинальным моментом на валу и наброс нагрузки до четырёхкратного номинального момента в приводе с *DTC*-управлением



б)



в)

Кривая фазного тока в номинальном режиме (рис. 4.15 в) имеет малые высокочастотные искажения и соответствует режиму, т.е. при номинальной нагрузке на валу и номинальном значении потокосцепления статора частота и амплитуда тока соответствуют номинальным значениям.

#### 4.4.3. Модель привода с *DSC*-управлением

Рассмотрим теперь работу привода с *DSC*-управлением в её простейшем варианте, описанном в разделе 3.2.2.4.

Модель инвертора здесь совершенно аналогична модели с *DTC*-управлением на рис. 4.16 а). Управление ключами осуществляется двухпозиционными реле 'Ra', 'Rb' и 'Rc' с гистерезисом равным амплитуде потокосцепления статора.

На выходе ключей формируются фазные напряжения  $u_a$ ,  $u_b$  и  $u_c$ , а затем с помощью сумматоров вычисляются линейные напряжения  $u_{ab}$ ,  $u_{bc}$  и  $u_{ca}$ . Линейные напряжения интегрируются, формируя, т.н. «линейные потокоцепления», которые служат входными сигналами релейных регуляторов  $Ra$ ,  $Rb$  и  $Rc$ .

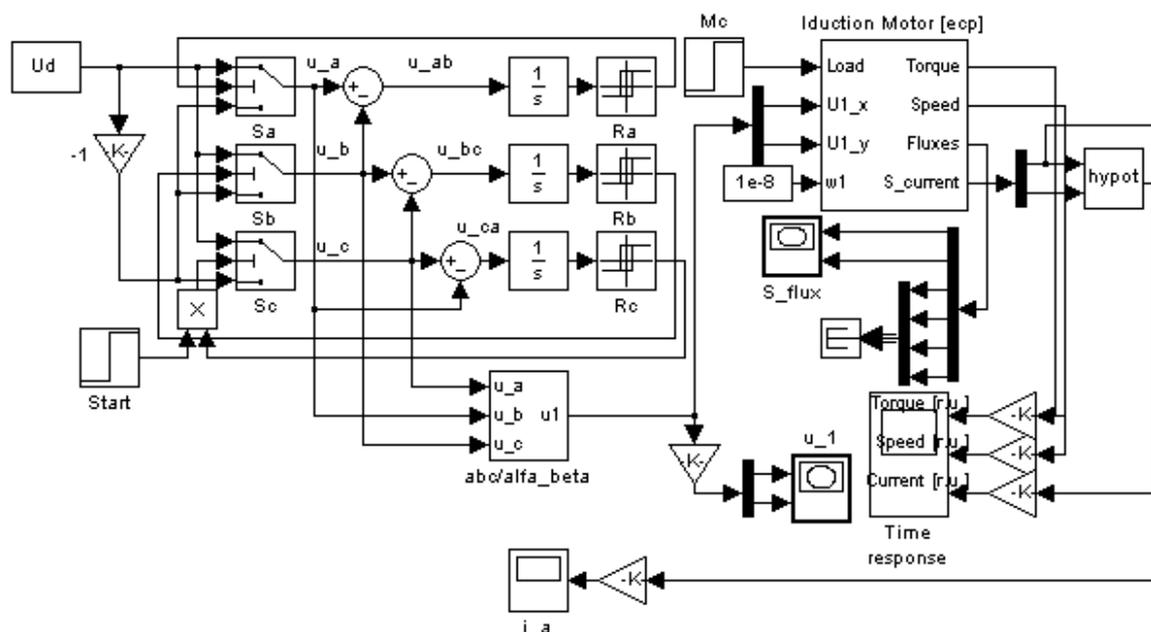


Рис. 4.18. Структурная схема модели привода с DTC-управлением

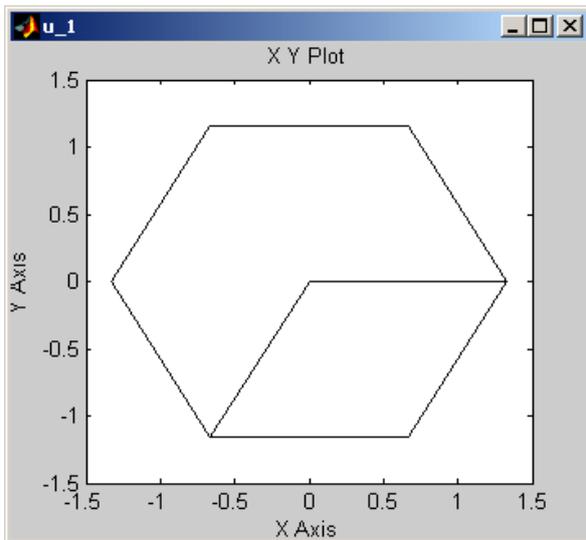
Для подключения к модели двигателя фазные напряжения инвертора преобразуются в двухфазные блоком  $abc/alfa\_beta$  аналогично модели рис. 4.16 а).

Запуск модели невозможен без принудительной установки одного из ключей в инверсное состояние, т.к. в противном случае все ключи с начальный момент времени находятся в одинаковом положении и формируют нулевой вектор. Блок  $Start$  на рис. 4.18 переводит на несколько начальных миллисекунд ключ  $Sc$  в состояние, противоположное состояниям ключей  $Sa$  и  $Sb$ , в результате чего возникают взаимосвязанные коммутации, образующие трёхфазную систему выходных напряжений.

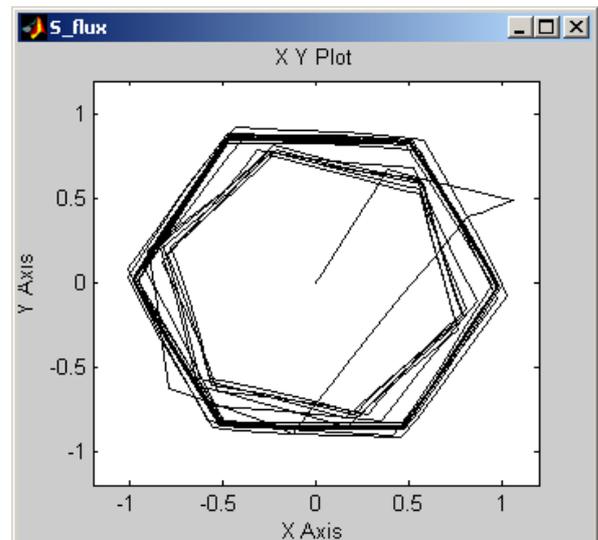
На рис. 4.19 а-б показаны годографы векторов напряжения и потокоцепления. Линии годографа внутри шестиугольников соответствуют запуску автоколебаний в системе. По мере разгона двигателя шестиугольник годографа потокоцепления статора под воздействием падения напряжения на активном сопротивлении обмотки изменяет свой размер и угловое положение. Таким образом, потокоцепление статора здесь не стабилизировано.

Пуск и реакция привода на скачок нагрузки по характеру и длительности не отличаются от соответствующих процессов при питании двигателя от шестипульсного инвертора напряжения (рис. 4.19 в). Идентичен и спектральный состав кривой фазного тока, которая сильно искажена высшими гармониками (рис. 4.19 г).

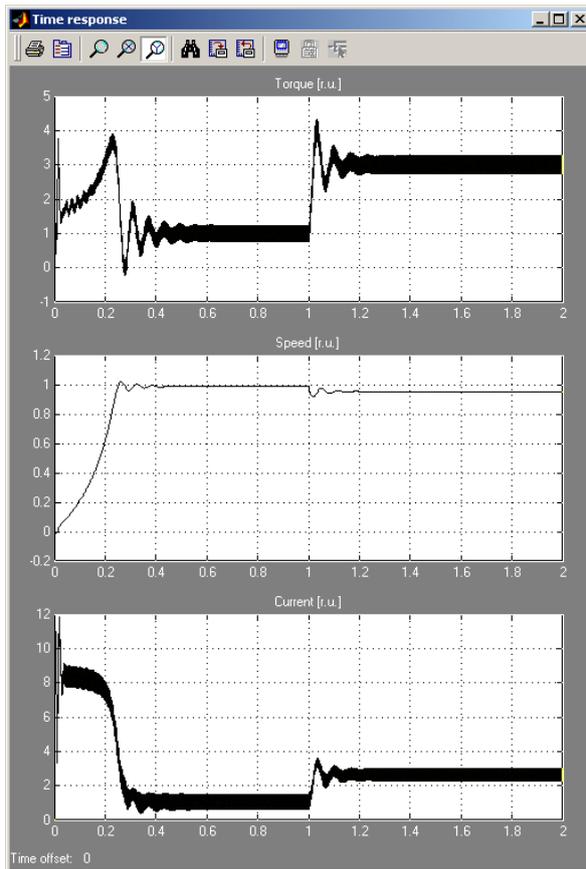




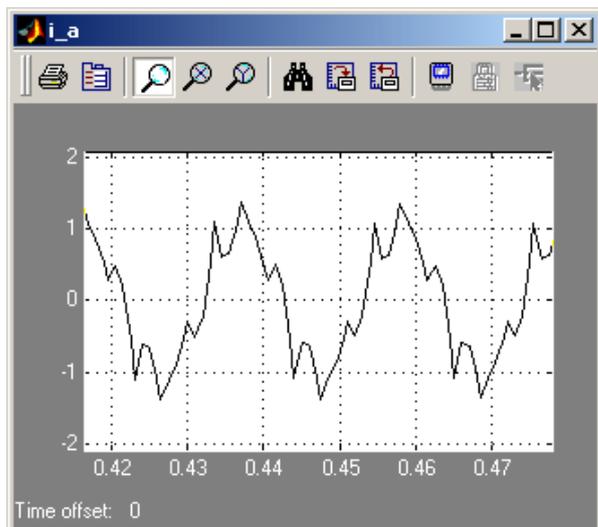
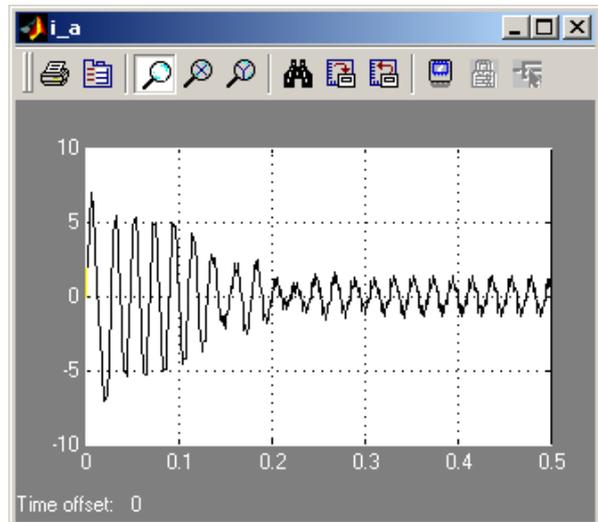
а)



б)



в)



г)

Рис. 4.19. Прямой пуск двигателя 5A200L2 (45 кВт) с номинальным моментом на валу и наброс нагрузки до трёхкратного номинального момента в приводе с *DSC*-управлением

**Список литературы**

1. Асинхронные электроприводы с векторным управлением/В.В. Рудаков, И.М. Столяров, В.А. Дартау. – Л.: Энергоатомиздат, 1987.
2. Башарин А.В., Новиков В.А., Соколовский Г.Г. Управление электроприводами. – Л.: Энергоиздат, 1982.
3. Булгаков А.А. Частотное управление асинхронными электродвигателями. – М.: Наука, 1966.
4. Ключев В.И. Теория электропривода: Учеб для вузов.– М.: Энергоатомиздат, 2001
5. Ковач К.П., Рац И. Переходные процессы в машинах переменного тока.– М.-Л.: Госэнергоиздат, 1963.
6. Козярук А.Е., Рудаков В.В. Современное и перспективное алгоритмическое обеспечение частотно-регулируемых электроприводов. – СПб.:С-Петербургская электротехническая компания, 2004.
7. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин: Учеб.для вузов.– М.:Высш.шк., 1994.
8. Сабинин Ю.А., Грузов В.Л. Частотно-регулируемые асинхронные электроприводы. – Л.: Энергоатомиздат, 1985.
9. Сандлер А.С., Сарбатов Р.С. Автоматическое частотное управление асинхронными двигателями. – М.: Энергия, 1974.
10. Соколовский Г.Г. Электроприводы переменного тока с частотным регулированием: учебник для вузов. – М.: Издательский центр «Академия», 2006.
11. Усольцев А.А. Частотное управление асинхронными двигателями/Учебное пособие. СПб: СПбГИТМО(ТУ), 2006.
12. Эпштейн И.И. Автоматизированный электропривод переменного тока. – М.: Энергоиздат, 1982.
13. Casadei D., G. Serra, A. Tani, L. Zarri. Assessment of direct torque control for induction motor drives // Bulletin of the Polish academy of sciences/ Technical sciences. Vol. 54, No. 3, 2006.
14. Depenbrock M. Direct Self-Control (DSC) of Inverter-Fed Induction Machine // IEEE Transactions on power electronics. – vol. 3, No. 4, 1988.
15. Holtz J. Pulsewidth Modulation for Electronic Power Conversion // Proceedings of IEEE, vol. 82, No. 8, 1994.
16. Schönfeld R. Digitale Regelung elektrischer Antriebe. – Berlin: Technik, 1987

## Приложение 1.

### Основное свойство симметричных $m$ -фазных систем

В симметричной  $m$ -фазной системе сумма мгновенных значений фазных величин равна нулю. Это свойство симметрии находит свое отражение в равенстве нулю суммы всех фазных операторов, т.е.

$$\sum_{k=1}^m \mathbf{a}_m = \sum_{k=1}^m \mathbf{a}_{(m)}^{k-1} = 0,$$

где:  $\mathbf{a}_k = \mathbf{a}_{(m)}^{k-1}$  – оператор  $k$ -й фазы;  $\mathbf{a}_{(m)} = e^{j \frac{2\pi}{m}}$  – оператор системы, а  $q = 1, 2, \dots, m$  – целое число, определяющее порядок следования фаз.

В этом можно убедиться следующим образом. Запишем сумму фазных операторов в виде  $S = 1 + \mathbf{a}_{(m)} + \dots + \mathbf{a}_{(m)}^{m-1}$ , полагая  $q = 1$ , т.к. для суммирования порядков следования фаз безразличен. Затем умножим обе части равенства на  $\mathbf{a}_{(m)}$  и,

преобразовав результат с учетом того, что  $\mathbf{a}_{(m)}^m = e^{m \cdot j \frac{2\pi}{m}} = e^{j2\pi} = e^{j0} = 1$ , получим

$$\mathbf{a}_{(m)} S = \mathbf{a}_{(m)} + \mathbf{a}_{(m)}^2 + \dots + \mathbf{a}_{(m)}^m = \mathbf{a}_{(m)} + \mathbf{a}_{(m)}^2 + \dots + \mathbf{a}_{(m)}^{m-1} + 1 = S.$$

Так как  $\mathbf{a}_{(m)} \neq 1$ , то это равенство возможно только при условии  $S = 0$ .

## Приложение 2.

### Обобщённый вектор в симметричной $m$ -фазной системе

Обобщённым называется вектор, проекции которого на оси фазных обмоток в любой момент времени равны мгновенному значению соответствующих фазных величин. Его можно построить суммированием векторов, направление которых совпадает с осями фазных обмоток, а модули равны мгновенным значениям. Назовем эти векторы – фазными. Аналитически операцию суммирования фазных векторов (например, векторов тока) можно представить в виде

$$\mathbf{i}_s = i_1 \mathbf{a}_1 + i_2 \mathbf{a}_2 + \dots + i_k \mathbf{a}_k \dots + i_m \mathbf{a}_m = i_1 + i_2 \mathbf{a}_{(m)} + \dots + i_k \mathbf{a}_{(m)}^{k-1} \dots + i_m \mathbf{a}_{(m)}^{m-1}$$

где:  $i_k$  – мгновенное значение тока в  $k$ -й фазе;  $\mathbf{a}_k = \mathbf{a}_{(m)}^{k-1}$  – оператор  $k$ -й фазы;

$\mathbf{a}_{(m)} = e^{j \frac{2\pi}{m}}$  – оператор симметричной системы фазных токов.

Пусть для произвольного момента времени задан обобщённый вектор тока  $\mathbf{i} = i_{\max} e^{j\vartheta}$ , где  $\vartheta = F(t)$  – угол между вектором  $\mathbf{i}$  и вещественной осью. Тогда по определению фазные токи и фазные векторы равны

$$i_1 = i_{\max} \cos \vartheta; \dots i_k = i_{\max} \cos[\vartheta + (k-1)2\pi/m] \dots i_m = i_{\max} \cos[\vartheta + (m-1)2\pi/m]$$

$$\mathbf{i}_1 = i_1; \mathbf{i}_2 = i_2 \mathbf{a}_2 = i_2 \mathbf{a}_{(m)}^1 \dots \mathbf{i}_k = i_k \mathbf{a}_k = i_k \mathbf{a}_{(m)}^{k-1} \dots \mathbf{i}_m = i_m \mathbf{a}_{(m)}^{m-1}$$

Отсюда вектор, полученный геометрическим суммированием фазных токов, будет равен

$$\begin{aligned}
 \mathbf{i}_s &= i_1 + i_2 \mathbf{a}_{(m)} + \dots + i_m \mathbf{a}_{(m)}^{m-1} = i_{\max} \left\{ \begin{array}{l} \cos \vartheta + \cos \left( \omega t + \gamma + \frac{2\pi}{m} \right) \mathbf{a}_{(m)} + \dots \\ \dots + \cos \left[ \vartheta + (k-1) \frac{2\pi}{m} \right] \mathbf{a}_{(m)}^{k-1} + \dots \\ \dots + \cos \left[ \vartheta + (m-1) \frac{2\pi}{m} \right] \mathbf{a}_{(m)}^{m-1} \end{array} \right\} = \\
 &= i_{\max} \sum_{k=1}^m \left\{ \cos \left[ \vartheta + (k-1) \frac{2\pi}{m} \right] \mathbf{a}_{(m)}^{k-1} \right\} = \\
 &= i_{\max} \sum_{k=1}^m \left\{ \cos \left[ \vartheta + (k-1) \frac{2\pi}{m} \right] \cdot \left\{ \cos \left[ (k-1) \frac{2\pi}{m} \right] + j \sin \left[ (k-1) \frac{2\pi}{m} \right] \right\} \right\} = \quad (\text{п 2.1}) \\
 &= \frac{i_{\max}}{2} \sum_{k=1}^m \left\{ \cos \vartheta + j \sin \vartheta + \cos \left[ 2(k-1) \frac{2\pi}{m} \right] + j \sin \left[ 2(k-1) \frac{2\pi}{m} \right] \right\} = \\
 &= \frac{i_{\max}}{2} \left[ m \cdot e^{j\vartheta} + \sum_{k=1}^m \mathbf{a}_{(m)}^{2(k-1)} \right] = i_{\max} \frac{m}{2} e^{j\vartheta} = \frac{m}{2} \mathbf{i}
 \end{aligned}$$

Последнее преобразование суммы справедливо потому, что множитель 2 в показателе степени фазного оператора определяет порядок следования фаз и не влияет на результат суммирования, т.е.  $\sum_{k=1}^m \mathbf{a}_{(m)}^{2(k-1)} = \sum_{k=1}^m \mathbf{a}_{(m)}^{k-1}$ , а из основного свойства

симметричных систем (см. приложение 1) следует, что  $\sum_{k=1}^m \mathbf{a}_{(m)}^{k-1} = 0$ .

Таким образом, вектор  $\mathbf{i}_s$ , полученный в результате суммирования, превосходит по модулю обобщённый вектор  $\mathbf{i}$  в  $m/2$  раз, поэтому в  $m$ -фазной системе для получения обобщённого вектора результат суммирования нужно умножить на коэффициент  $2/m$ , т.е.  $\mathbf{i} = 2\mathbf{i}_s / m$ .

Из выражений (п.2.1) следует, что

$$\sum_{k=1}^m \left\{ i_k \cdot \cos \left[ (k-1) \frac{2\pi}{m} \right] \right\} = \text{Re}[\mathbf{i}_s] = i_{\max} \frac{m}{2} \cos \vartheta = \frac{m}{2} i_1. \quad (\text{п 2.2.})$$

### Приложение 3

#### Условие получения кругового поля в двухфазной машине

Пусть по обмоткам  $A$  и  $B$ , смещённым в пространстве на угол  $\gamma$ , протекают переменные токи с частотой  $\omega$ , которые создают в зазоре пульсирующие МДС  $F_A$ , и  $F_B$ , имеющие в общем случае разные амплитуды  $F_{Bm} = \alpha F_{Am}$  и фазовый сдвиг  $\beta$ .

$$F_A = F_{Am} \cos \omega t; \quad F_B = F_{Bm} \cos(\omega t + \beta) = \alpha F_{Am} \cos(\omega t + \beta)$$

Пользуясь формулой Эйлера, каждую пульсирующую МДС можно разложить на две составляющие, имеющие модуль равный половине амплитуды и вращающиеся в противоположных направлениях:

$$F_A = F_{Am} \cos \omega t = \frac{F_{Am}}{2} e^{j\omega t} + \frac{F_{Am}}{2} e^{-j\omega t} = \mathbf{F}_{A+} + \mathbf{F}_{A-}$$

$$F_B = F_{Bm} \cos(\omega t + \beta) = \frac{\alpha F_{Am}}{2} e^{j(\omega t + \beta)} + \frac{\alpha F_{Am}}{2} e^{-j(\omega t + \beta)} = \mathbf{F}_{B+} + \mathbf{F}_{B-}$$

Для нулевого момента времени положение векторов МДС в пространстве будет иметь вид, показанный на рис. п 3.1.

Из треугольника  $0ab$  можно определить модуль суммарной составляющей прямого вращения

$$\begin{aligned} |\mathbf{F}_+| &= \sqrt{|\mathbf{F}_{A+}|^2 + |\mathbf{F}_{B+}|^2 - 2|\mathbf{F}_{A+}||\mathbf{F}_{B+}|\cos(\angle 0ab)} = \\ &= \frac{F_{Am}}{2} \sqrt{1 + \alpha^2 - 2\alpha \cos(\angle 0ab)} \end{aligned}$$

Но  $\angle 0ab = \pi - \angle cab = \pi - (\gamma + \beta)$ . Отсюда  $\cos(\angle 0ab) = -\cos(\gamma + \beta)$ . С учётом этого модуль суммарной составляющей прямого вращения будет равен

$$|\mathbf{F}_+| = \frac{F_{Am}}{2} \sqrt{1 + \alpha^2 + 2\alpha \cos(\gamma + \beta)} \quad (\text{п.1})$$

Точно также из треугольника  $0ad$  можно определить модуль суммарной МДС обратного вращения

$$\begin{aligned} |\mathbf{F}_-| &= \sqrt{|\mathbf{F}_{A-}|^2 + |\mathbf{F}_{B-}|^2 - 2|\mathbf{F}_{A-}||\mathbf{F}_{B-}|\cos(\angle 0ad)} = \\ &= \frac{F_{Am}}{2} \sqrt{1 + \alpha^2 - 2\alpha \cos(\angle 0ad)} \end{aligned}$$

и с учётом того, что  $\angle 0ad = \pi - \angle cad = \pi - (\gamma - \beta)$ , а  $\cos(\angle 0ad) = -\cos(\gamma - \beta)$ , мы получим

$$|\mathbf{F}_-| = \frac{F_{Am}}{2} \sqrt{1 + \alpha^2 + 2\alpha \cos(\gamma - \beta)} \quad (\text{п.2})$$

В общем случае годографом суммарной МДС будет эллипс. Для получения кругового годографа нужно, чтобы одна из составляющих МДС обращалась в нуль, т.е.  $|\mathbf{F}_+| = 0$  или  $|\mathbf{F}_-| = 0$ . Это равносильно условию равенства нулю подкоренных выражений в (п.1) или (п.2), т.е.  $1 + \alpha^2 + 2\alpha \cos(\gamma \pm \beta) = 0$ . Решениями это-

го уравнения являются:  $\alpha = -\cos(\gamma \pm \beta) \pm \sqrt{\cos^2(\gamma \pm \beta) - 1}$ . Из них нужно выбрать

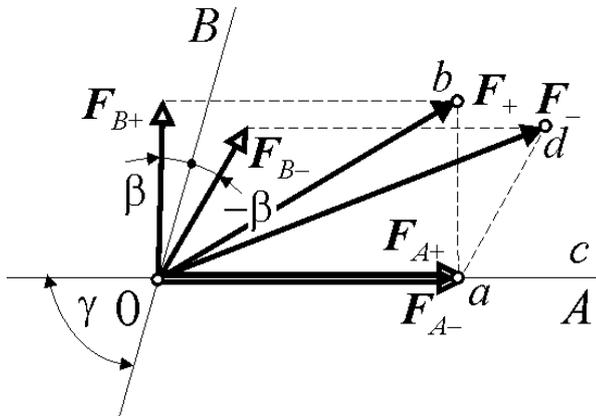


Рис. п. 3.1

вещественные. Если  $\cos(\gamma \pm \beta) < |1|$ , то подкоренное выражение меньше нуля и  $\alpha$  комплексное число. Следовательно,  $\cos(\gamma \pm \beta) = \pm 1$ , а  $\alpha = -\cos(\gamma \pm \beta)$ . Но отрицательное соотношение амплитуд МДС не имеет смысла, поэтому  $\alpha = 1$  и  $\cos(\gamma \pm \beta) = -1 \Rightarrow \gamma \pm \beta = \pm \pi$ . Таким образом, мы получаем два необходимых условия симметрии:

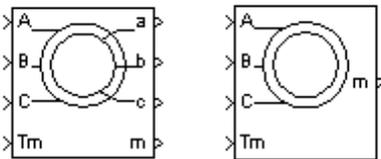
- 1)  $\alpha = 1$ ; 2)  $\gamma \pm \beta = \pm \pi$ . (п 3.3)

Первое условие соответствует равенству амплитуд МДС обеих обмоток, второе – выполнению определённого соотношения значений пространственного ( $\gamma$ ) и фазового ( $\beta$ ) сдвигов МДС.

Выполнение условия  $\gamma - \beta = \pi$  приводит к исключению в результирующей МДС составляющей обратного вращения, а выполнение условия  $\gamma + \beta = \pi$  исключает составляющую прямого вращения.

#### Приложение 4.

##### Модель асинхронной машины библиотеки *SimPowerSystems/Machines*.



а) б)

Рис. п 4.1

Библиотека: *SimPowerSystems/Machines*.

Блоки: *Asynchronous Machine pu Units* и *Asynchronous Machine SI Units*\*

Модель асинхронной машины может работать как в генераторном, так и в двигательном режимах. Режим работы определяется знаком вращающего момента (положительный в двигательном режиме и отрицательный в генераторном).

Электрическая часть машины представлена пространственной моделью четвёртого порядка, а механическая часть системой уравнений второго порядка.

Все электрические переменные и параметры приведены к статору. Это отражается единичными индексами в

Индекс	Значение
$d$	проекция на ось $d$
$q$	проекция на ось $q$
$r$	роторная величина
$s$	статорная величина
$l$	индуктивность рассеяния
$m$	взаимная индуктивность

\* в описании сохранены оригинальные обозначения переменных блока *Simulink* и их индексация

обозначениях величин.

Все статорные и роторные величины представлены в ортогональных  $dq$  осях. Для обозначения величин используются следующие индексы:

Уравнения электромагнитной системы

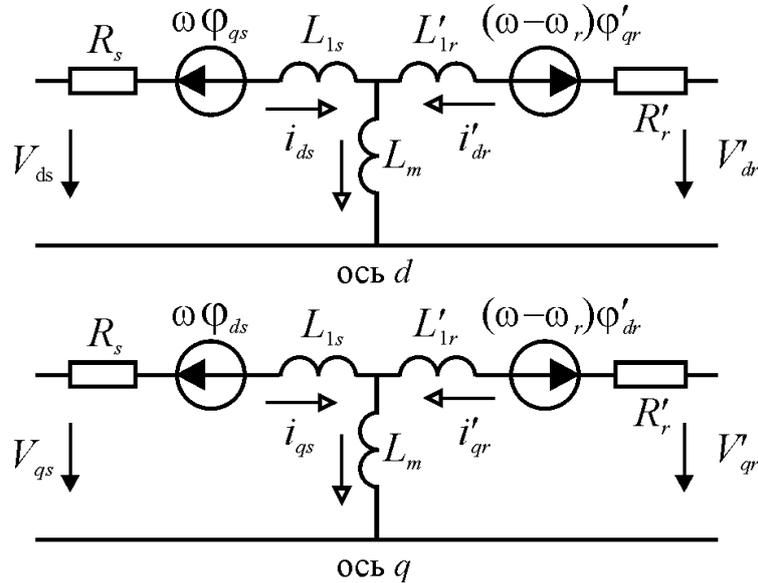


Рис. п 4.2

Схемы замещения АМ в осях  $d$  и  $q$  показаны на рис. п 4.2. Они соответствуют уравнениям:

$$V_{ds} = R_s i_{ds} + \frac{d}{dt} \Phi_{ds} - \omega \Phi_{qs}; \quad V_{qs} = R_s i_{qs} + \frac{d}{dt} \Phi_{qs} + \omega \Phi_{ds};$$

$$V'_{dr} = R'_r i'_{dr} + \frac{d}{dt} \Phi'_{dr} - (\omega - \omega_r) \Phi'_{qr}; \quad V'_{qr} = R'_r i'_{qr} + \frac{d}{dt} \Phi'_{qr} + (\omega - \omega_r) \Phi'_{dr};$$

$$T_e = \frac{3}{2} p (\Phi_{ds} i_{qs} - \Phi_{qs} i_{ds})$$

$$\Phi_{ds} = L_s i_{ds} + L_m i'_{dr}; \quad \Phi_{qs} = L_s i_{qs} + L_m i'_{qr};$$

где:  $\Phi'_{dr} = L'_r i'_{dr} + L_m i_{ds}; \quad \Phi'_{qr} = L'_r i'_{qr} + L_m i_{qs};$

$$L_s = L_{ls} + L_m; \quad L'_r = L'_{lr} + L_m.$$

Механическая часть машины описывается уравнениями:

$$\frac{d}{dt} \omega_m = \frac{1}{2H} (T_e - F \omega_m - T_m);$$

$$\frac{d}{dt} \theta_m = \omega_m$$

Параметры блока асинхронной машины определяются следующим образом (все величины приведены к статору):

Обозначение	Определение
$R_s, L_{1s}$	Сопротивление и индуктивность рассеяния статора
$R'_r, L'_{1r}$	Сопротивление и индуктивность рассеяния ротора
$L_m$	Индуктивность намагничивания
$L_s, L'_r$	Полные индуктивности статора и ротора
$V_{ds}, i_{ds}$	Проекция напряжения и тока статора на ось $d$
$V_{qs}, i_{qs}$	Проекция напряжения и тока статора на ось $q$
$V'_{dr}, i'_{dr}$	Проекция напряжения и тока ротора на ось $d$
$V'_{qr}, i'_{qr}$	Проекция напряжения и тока ротора на ось $q$
$\Phi_{ds}, \Phi_{qs}$	Проекция потокосцепления статора на оси $d$ и $q$
$\Phi'_{dr}, \Phi'_{qr}$	Проекция потокосцепления ротора на оси $d$ и $q$
$\omega_m$	Угловая частота вращения ротора
$\theta_m$	Угол поворота ротора
$p$	Число пар полюсов магнитного поля
$\omega_r = \omega_m p$	Электрическая угловая частота вращения ротора
$\theta_r = \theta_m p$	Электрический угол поворота ротора
$T_e$	Электромагнитный вращающий момент
$T_m$	Механический момент нагрузки
$J$	Суммарный момент инерции вращающихся масс (для моделирования заторможенного ротора устанавливается равным бесконечности)
$H$	Суммарная электромеханическая постоянная времени (для моделирования заторможенного ротора устанавливается равной бесконечности)
$F_m$	Суммарный коэффициент вязкого трения

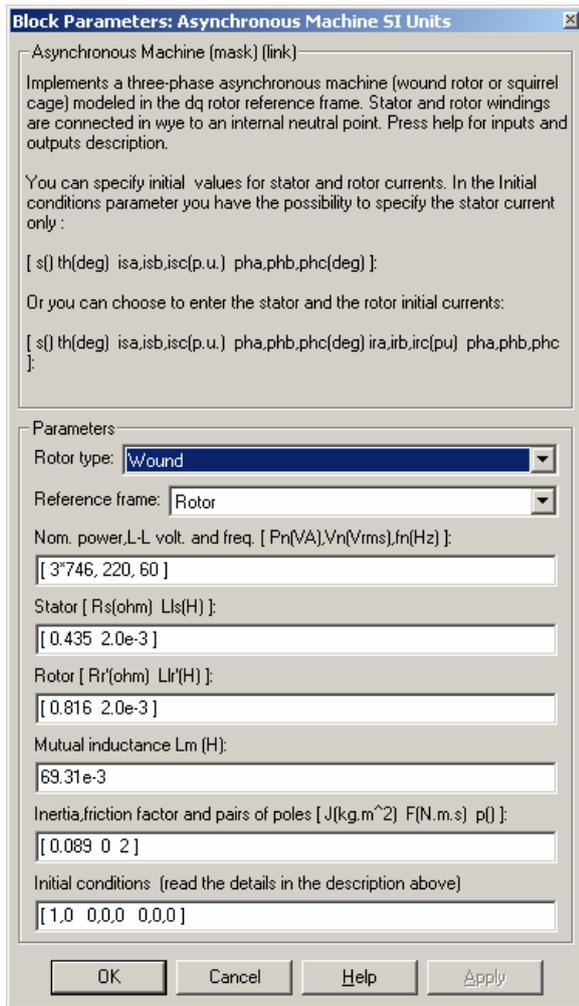
### Параметры и диалоговые окна

По желанию можно выбрать два варианта блока асинхронной машины: с представлением параметров в абсолютных ('Asynchronous Machine SI') и в относительных единицах ('Asynchronous Machine pu'). Независимо от выбора *Simulink* при моделировании использует относительные параметры.

#### Диалоговое окно параметров машины

Обмотки статора и ротора соединены в звезду без нулевого провода.

В окне '**Initial conditions**' для скольжения  $[s()]$ , положения ротора  $[th(deg)]$  в градусах и фазных токов статора и ротора можно установить начальные значения моделирования. Параметры фазных токов задаются в виде массивов амплитудных значений  $[isa, isb, isc]$  и начальных фаз  $[pha, phb, phc]$  в градусах. Если начальные значения оканчиваются массивом начальных фаз токов статора, то это означает, что начальные параметры токов ротора не определены. В противном случае в окно начальных значений должны быть внесены массивы относительных значений и фаз токов ротора.



С помощью меню **‘Rotor type’** устанавливается тип обмотки ротора: фазная (**‘Wound’**) или короткозамкнутая (**‘Squirrel cage’**). В первом случае блок имеет вид, показанный на рис. 1 (а), а во втором – рис. 1 (б).

Меню **‘Reference frame’** позволяет определить привязку (скорость вращения) системы координат модели к ротору (**‘Rotor’**), статору (**‘Stationary’**) или магнитному полю (**‘Synchronous’**). При этом входное напряжение в фазной системе координат (*abc*) преобразуется в соответствующую ортогональную систему *dq*, а выходные токи, рассчитываемые в координатах *dq*, преобразуются в фазные координаты *abc*.

Преобразование фазных координат в ортогональные производится в соответствии с выражениями:

$$\begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 \sin \theta & \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta \\ 2 \cos \theta & \cos \theta + \sqrt{3} \sin \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{abs} \\ V_{bcs} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V'_{dr} \\ V'_{qr} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 \sin \beta & \sin \beta - \sqrt{3} \cos \beta \\ 2 \cos \beta & \cos \beta + \sqrt{3} \sin \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V'_{abr} \\ V'_{bcr} \end{bmatrix}$$

где:  $\theta$  – текущее угловое положение системы координат, а  $\beta = \theta - \theta_r$  – разность между положением системы координат и положением ротора ( $\theta_r$ ) в электрических радианах.

Поскольку обмотки соединены звездой без нулевого провода, напряжения не содержат нулевой составляющей. Этим объясняется также, почему в преобразовании используются два линейных напряжения ( $V_{ab}, V_{bc}$ ), а не три фазных.

Для получения выходных значений токов в модели используются следующие преобразования:

$$\begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 \sin \theta & 2 \cos \theta \\ -\sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta & -\cos \theta + \sqrt{3} \sin \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} i'_{ar} \\ i'_{br} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 \sin \beta & 2 \cos \beta \\ -\sin \beta + \sqrt{3} \cos \beta & -\cos \beta + \sqrt{3} \sin \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i'_{dr} \\ i'_{qr} \end{bmatrix}$$

$$i_{cs} = -i_{as} - i_{bs}; \quad i'_{cr} = -i'_{ar} - i'_{br}$$

В зависимости от выбора системы координат переменные  $\theta$  и  $\beta$  приобретают значения, указанные в таблице, где  $\theta_e$  – угловое положение синхронно вращающейся системы координат.

Система координат	$\theta$	$\beta$
ротора	$\theta_r$	0
статора	0	$-\theta_r$
синхронная	$\theta_e$	$\theta_e - \theta_r$

Выбор системы координат определяет характер переменных, представленных в  $dq$  системе и влияет на скорость моделирования. В определённых случаях этот выбор может влиять на точность результатов.

Рекомендуется придерживаться следующих правил:

- *статора* – если напряжения статора несимметричные или прерывистые, а напряжения ротора симметричные или нулевые (короткозамкнутый ротор);
- *ротора* – если напряжения ротора несимметричные или прерывистые, а напряжения статора симметричные;
- *статора или синхронная* – если все напряжения симметричные и непрерывные.

В следующие после меню ‘*Reference frame*’ окна вводятся:

Название окна	Вводимые параметры
<i>Nom.pow, L-L volt. and freq.</i>	Номинальная полная (кажущаяся) мощность (ВА); действующее значение линейного напряжения (В); частота (Гц).
<i>Stator</i>	Активное сопротивление (Ом или о.е.); индуктивность рассеяния (Гн или о.е.) статора
<i>Rotor</i>	Активное сопротивление (Ом или о.е.); индуктивность рассеяния (Гн или о.е.) ротора
<i>Mutual inductance</i>	Взаимная индуктивность (Гн или о.е.)
<i>Inertia, friction factor and pair of poles</i>	Момент инерции ( $\text{кг}\cdot\text{м}^2$ ); коэффициент вязкого трения (Н·м·с); число пар полюсов. Для модели в относительных единицах (о.е.) в это окно вводятся: электромеханическая постоянная времени (с), коэффициент вязкого трения в о.е. и число пар полюсов.
<i>Initial conditions</i>	Начальное значение скольжения; электрический угол $\theta_e$ (град); мас-

сив начальных значений амплитуд фазных токов статора (А или о.е.); массив начальных фаз токов статора (град). Дополнительно можно определить массив начальных значений амплитуд токов ротора (А или о.е.) и массив начальных фаз токов ротора (град). Начальные значения могут быть определены с помощью блока 'Powergui'.

**Входы и выходы блока**

Статорные обмотки модели обозначены символами *A*, *B* и *C*, а роторные – *a*, *v* и *c*. Нейтральные точки обмоток недоступны для подключения.

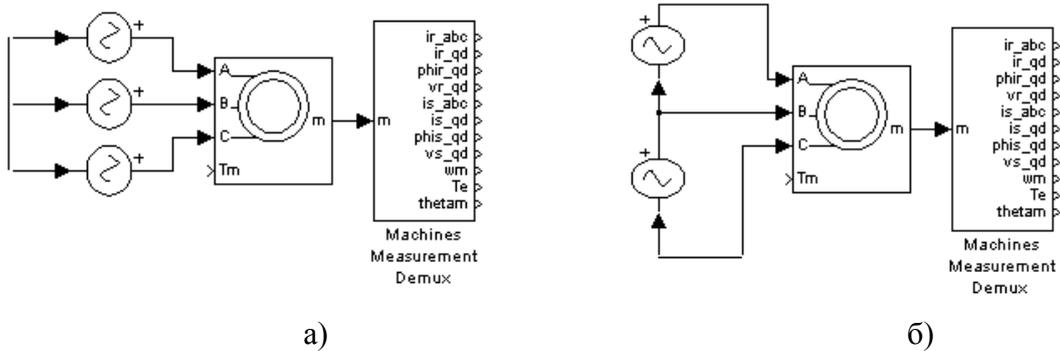
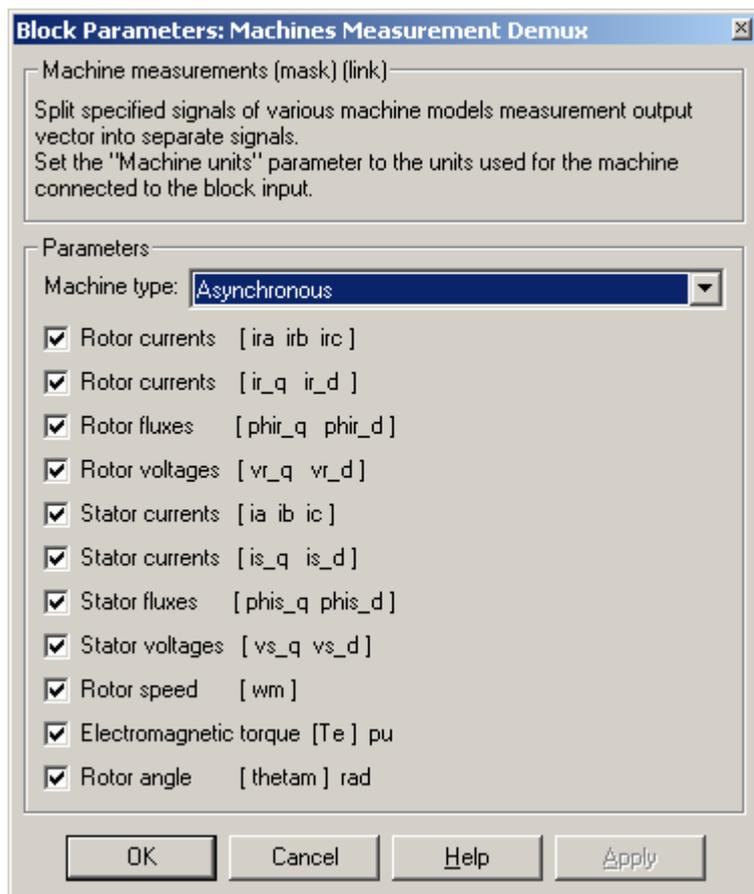


Рис. п 4.3.

Следует быть внимательным при подключении идеальных источников к статорным обмоткам. При питании статора от трёх идеальных источников они должны быть соединены звездой (рис. п 4.3 а). Если же требуется моделировать питание от источника, соединённого треугольником, то достаточно использовать два последовательно соединённых источника (рис. п 4.3 б)

Порядковый номер	Переменные
1...3	$i'_{ra}, i'_{rb}, i'_{rc}$
4...9	$i'_{qr}, i'_{dr}, \Phi'_{qr}, \Phi'_{dr}, v'_{qr}, v'_{dr}$
10...12	$i_{sa}, i_{sb}, i_{sc}$
13...18	$i_{qs}, i_{ds}, \Phi_{qs}, \Phi_{ds}, v_{qs}, v_{ds}$
19...21	$\omega_m, T_e, \theta_m$



Сигнал момента механической нагрузки на валу двигателя подаётся на вход  $Tm$ . Положительный момент соответствует режиму двигателя, а отрицательный – режиму генератора.

Все выходные величины блока объединены в вектор  $m$ , включающий 21 переменную в порядке, указанном в таблице.

Доступ к этим переменным осуществляется блоком *'Machines Measurement Demux'* библиотеки *'SimPowerSystems/Machines'* (рис. п 4.3).

Для выбора используемых при моделировании выходных величин нужно указать в меню *'Machine type'* тип машины и отметить требуемые переменные.

### Ограничения модели

Блок *'Asynchronous Machine'* **не учитывает**:

- эффект насыщения стали магнитопровода;
- эффект вытеснения тока в обмотке ротора;
- потери в магнитопроводе.

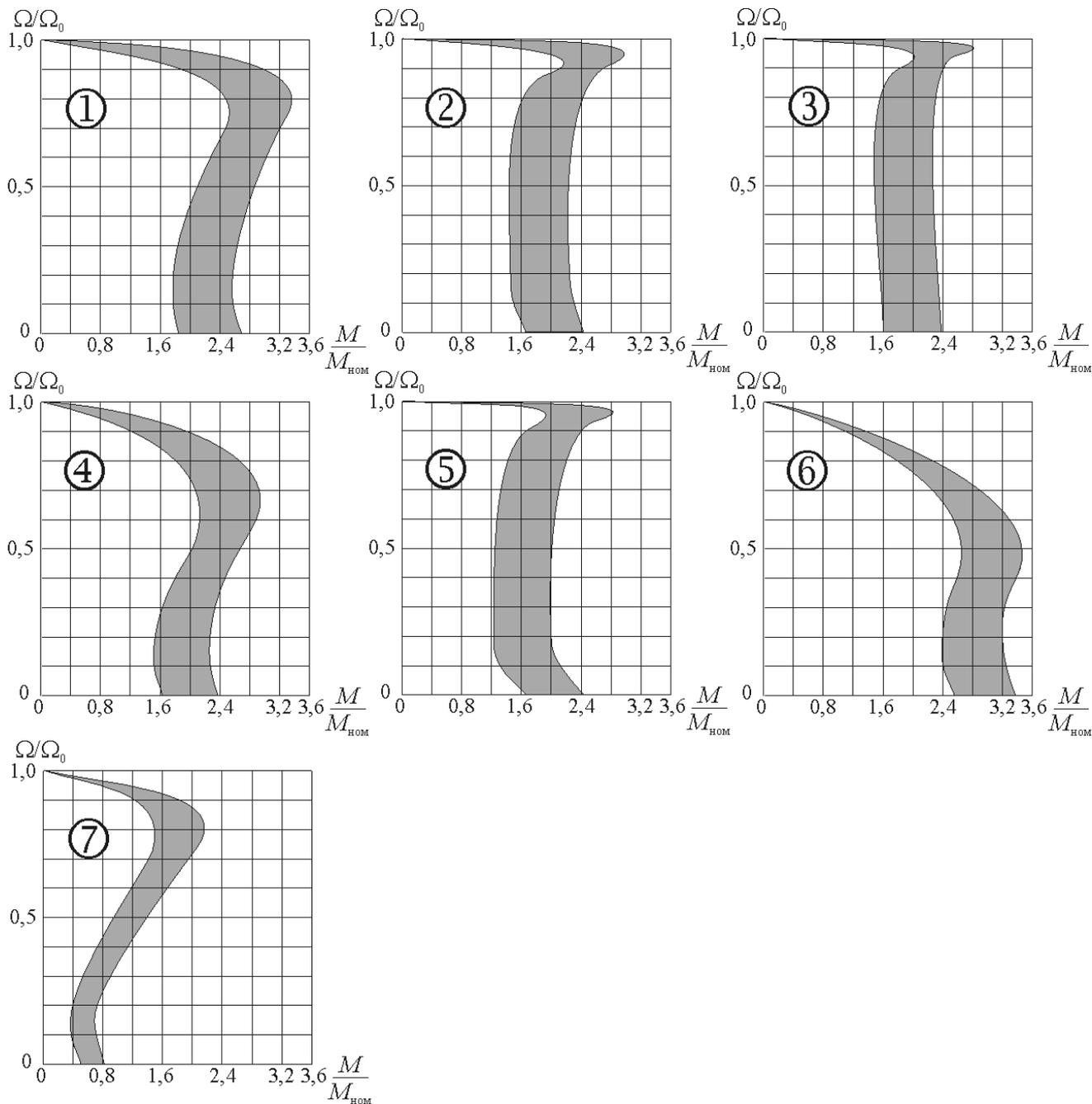
## Приложение 5.

### Листинг функции вычисления параметров двигателя

```
function [r1, r2, x1, x2, xm, sm, a, c, k] = im_par (n, pf, I, M, km, ks)
% функция определения параметров трёхфазных АД
% аргументы функции:
% n - номинальная скорость вращения в об/мин
% pf - коэффициент мощности
% I - номинальный ток в А
% M - номинальный момент в Нм
% km - кратность максимального момента
% ks - кратность пускового момента
% пример вызова [R1, R2, X1, X2, Xm, Sm, aa, cc, al]=im_par(2850, 0.82, 3.4, 5, 2.5, 2.4)
% ответ 7.7648 3.5622 3.2618 3.3476 124.0881 0.3565 2.1240 1.0263 1,7964
% -----* * *-----
m1=3; % число фаз
U=220; % фазное напряжение в В
w1=2*pi*50; % частота питания в рад/с
zp=floor(3000/n); % число пар полюсов
W1=w1/zp; % скорость холостого хода в рад/с
s=(W1-n*2*pi/60)/W1; % номинальное скольжение
dc=0.001; da=0.001; % допуски-шаги на отклонение с и а
r1=((U*I*pf)-(M*w1/(m1*zp)))/I^2; % сопротивление статора в Ом
c=1.0; ce=0; % начальные значения с
while abs(ce-c)>dc % цикл определения коэффициента с
a=1.5; ae=2; % начальные значения а
c=c+dc; % инкремент с
while ae-a>da % цикл определения коэффициента а
a=a+da; % инкремент а
A=1-2*a*s*(km-1);
sm=s*(km+sqrt(km^2-A))/A; % критическое скольжение
r2=sm*(m1*zp*U^2/(2*w1*c^2*km*M)-r1/c); % сопротивление ротора в Ом
ae=r1/(c*r2); % коэффициент а в конце цикла
end
a=ae;
crs=c*r2/sm; crn=c*r2/s; % инд.сопротивление кз в Ом
xk=sqrt(crs^2-r1^2);
b=xk/(c*(r1+crn)^2+xk^2);
xm=1/(c*(I*sqrt(1-pf^2))/U-b); % инд.сопротивление осн. потока в Ом
x1=xk/(1+c^2); x2=x1*c; % инд.сопротивления рассеяния в Ом
ce=1+x1/xm; % коэффициент с в конце цикла
end
c=ce;
% -----расчёт относительной глубины паза ротора-----
kappa=1.0; Ks=0; % начальные значения каппа и расч. кратности пускового момента
while abs(Ks-ks)>0.0001 % цикл определения эпс.
kappa=kappa+0.0001; % инкремент эпс
kr=kappa*(sinh(2*kappa)+sin(2*kappa))/(cosh(2*kappa)-cos(2*kappa)); % коэфф. r2
kx=3*(sinh(2*kappa)-sin(2*kappa))/((cosh(2*kappa)-cos(2*kappa))*2*kappa); % коэфф. x2
Ks=zp*m1*U^2*r2*kr/(w1*M*((r1+c*r2*kr)^2+(x1+c*x2*kx)^2)); % расч. кратность пускового момента
end
k=kappa;
```

## Приложение 6.

### Типы механических характеристик двигателей серии 5А



## Приложение 7

### Модель асинхронной машины при питании от инвертора с ШИМ

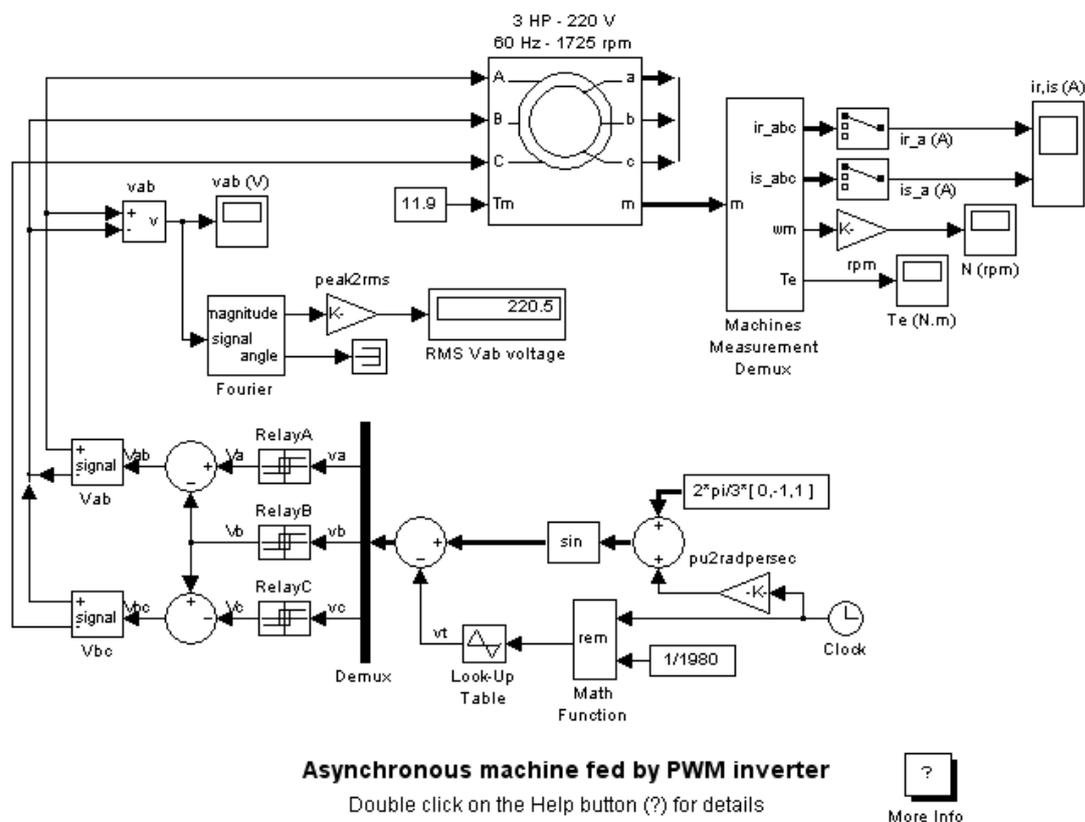


Рис. п 7.1

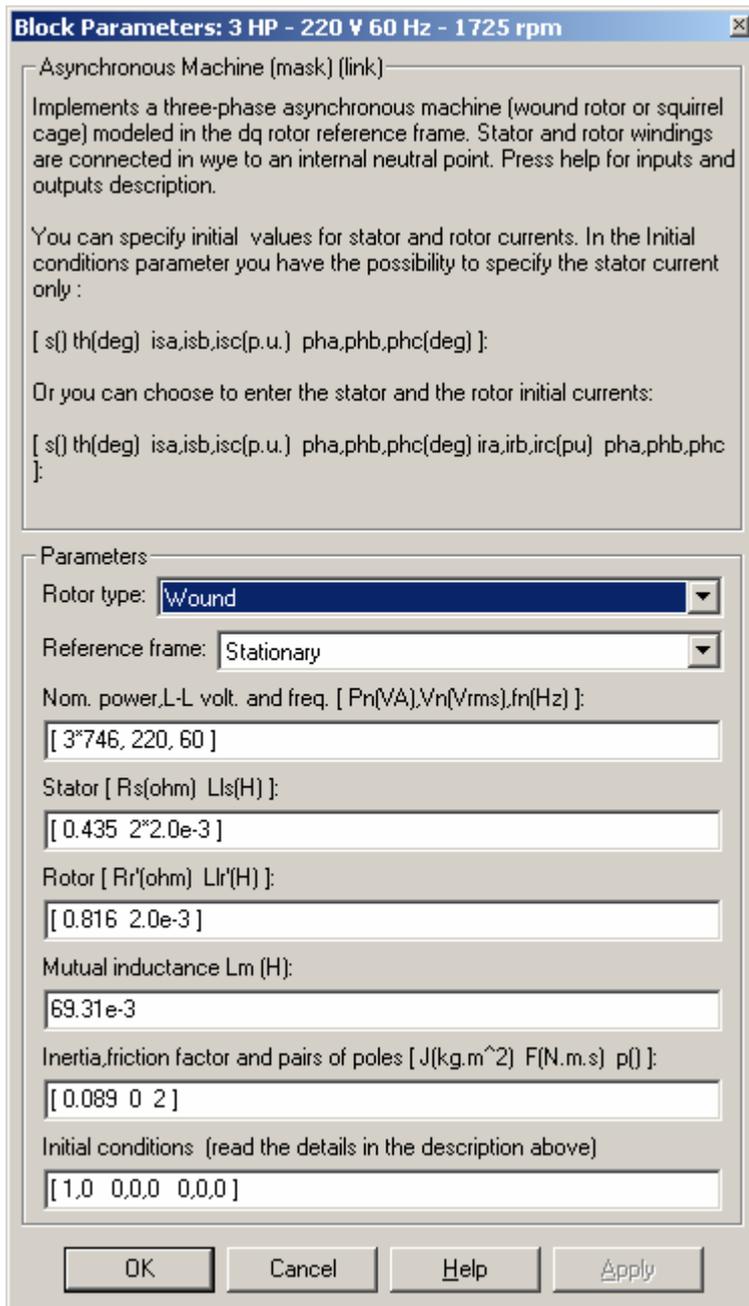
В файле `\MATLAB\toolbox\powersys\powerdemo` приведён пример использования блока *'Asynchronous Machine'* при питании двигателя (АД) от широтно-импульсного преобразователя (ШИП) с синусоидальной однополярной модуляцией (рис.4<sup>1</sup>)

Здесь моделируется пуск двигателя с постоянным номинальным нагрузочным моментом 11,9 Нм. Ротор АД короткозамкнутый, но для получения информации о протекающих в нём токах замыкание обмоток выполнено снаружи с помощью элемента *'BusBar'* библиотеки *'SimPowerSystems/Connectors'*

Модель ШИП выполнена с помощью стандартных блоков библиотеки *'Simulink'*. Блок *'Clock'* формирует последовательность чисел, соответствующую текущему времени модели. Умножением этих чисел на  $2\pi 60$  блоком *'pu2radpersec'* формируется текущее значение аргумента синусной функции модуляции с частотой 60 Гц. Текущий угол суммируется с тремя начальными фазами, смещёнными на  $2\pi/3$  (блок массива констант  $2\pi*[0, -1, 1]$ ), после чего блок тригонометрической функции *'sin'* формирует вектор трёх сигналов с единичными амплитудами, соответствующий фазным сигналам модуляции ШИМ.

<sup>1</sup> Для упрощения понимания в приведённой на рис. 4 модели, удалены избыточные элементы оригинала с полным сохранением функции.

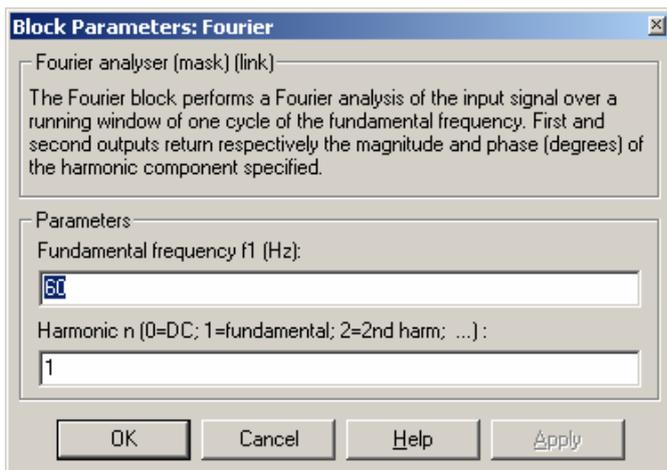
Параллельно с этим процессом на основе сигнала текущего времени формируется сигнал линейной развёртки с частотой 1980 Гц. Выбор частоты развёртки объясняется тем, что для получения симметричных фазных напряжений требуется, чтобы отношение частоты развёртки к частоте модуляции было целым нечётным числом кратным трём ( $60 \times 33 = 1980$ ). Остаток от деления текущего времени на 1980 (блок 'rem' библиотеки 'Simulink/Math Operations') образует периодическую последовательность линейно возрастающих чисел, которая затем преобразуется блоком 'Look-Up Table' в симметричный линейный сигнал развёртки модуляции с единичной амплитудой  $vt$  (рис. п. 7.2 а).



Сигнал линейной развёртки  $vt$  суммируется с фазными сигналами синусоидальной модуляции, в результате чего образуются три сигнала  $va$ ,  $vb$  и  $vc$ . Моменты изменения знаков этих сигналов соответствуют границам интервалов импульсов фазных напряжений, формируемых релейными элементами 'RelayA', 'RelayB' и 'RelayC'. Амплитуда двухполярных импульсов фазных напряжений ( $V_a$ ,  $V_b$ ,  $V_c$ ) равна  $220\sqrt{2/3}$  В (рис. п. 7.2 б). Импульсы фазных напряжений, суммируясь, образуют однополярные импульсы линейных напряжений  $V_{ab} = V_a - V_b$ ;  $V_{bc} = V_b - V_c$  (рис. п.7.3 а).

Все блоки библиотеки 'SymPowerSystems' не допускают прямого сопряжения с основными блоками 'Simulink'. Поэтому для подключения к блоку 'Asynchronous Machine' сигналы линейных напряжений

преобразуются блоками 'Controlled Voltage Source' библиотеки 'SimPowerSystem/Electrical Sources' и объединяются по схеме рис. п. 4.3 б).



Результаты моделирования (рис. п. 7.3) выводятся на графики блоков ‘Scope’ (‘ir, is (A)’; ‘N (rpm)’; Te (Nm)’) библиотеки ‘Simulink/Sinks’ посредством блока ‘Machines Measurement Demux’. Выбор фазных токов для наблюдения осуществляется блоками ‘Selector’ библиотеки ‘Simulink/Signal Routing’. Кроме этого посредством блока ‘Voltage Measurement’ библиотеки ‘SimPowerSystem/Measurements’ выводится сигнал линейного напряжения  $V_{ab}$ .

Он используется для наблюдения, а также для измерения действующего значения основной гармоники с помощью блока ‘Fourier’ библиотеки ‘SimPowerSystem/Extra Library/Measurements’. Полученное значение выводится на дисплей.

При моделировании значение индуктивности рассеяния статора АД увеличено вдвое для того, чтобы учесть индуктивность дросселей фазных фильтров,

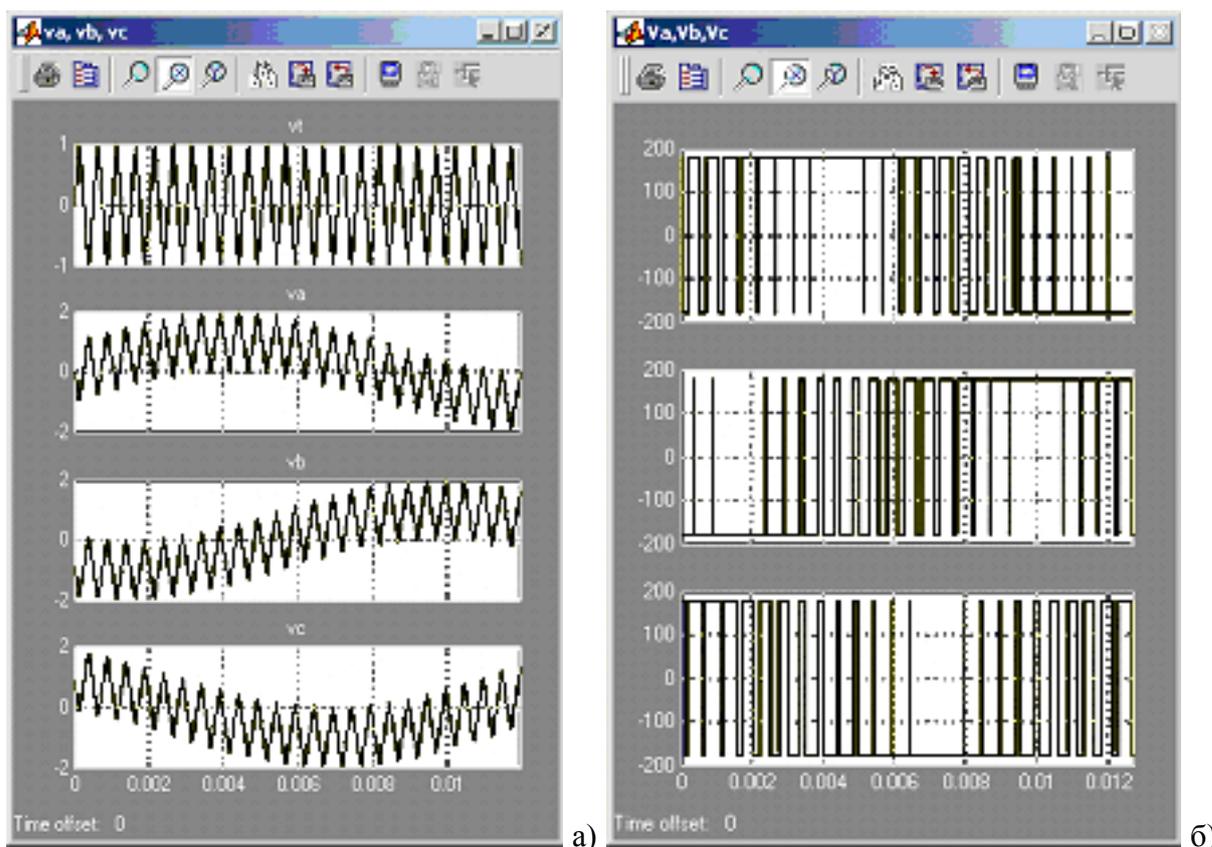


Рис. п. 7.2

включённых на выходе широтно-импульсного преобразователя. В соответствии с описанными выше рекомендациями в блоке ‘Asynchronous Machine’ используется система координат статора (стационарная). Учитывая высокую частоту коммутации, в окнах ‘Max Step Size’ и ‘Relative Tolerance’ меню ‘Simula-

tion/Simulation parameters...’ следует установить малые значения максимального шага и относительной погрешности расчёта ( $1e-5$  и  $1e-4$  соответственно).

В процессе и после окончания моделирования на графиках блоков ‘Scope’ можно наблюдать переходные процессы при разгоне двигателя (рис. п. 7.3 а–г).

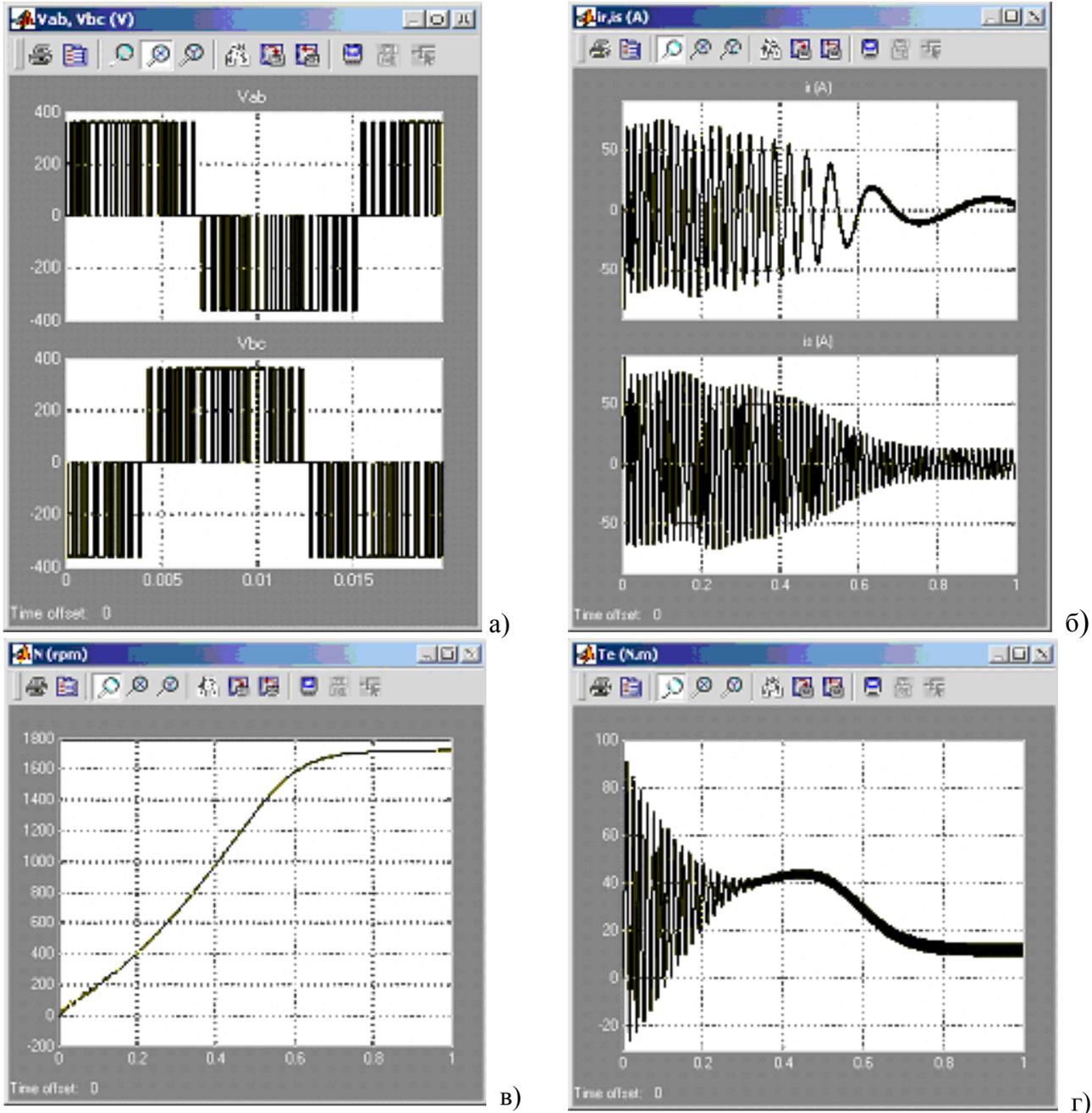


Рис. п. 7.3

Время разгона составляет около 0,8 с. Поскольку АД питается от источника с ШИМ, то в установившемся режиме можно видеть колебания электромагнитного момента, а также токов статора и ротора с частотой коммутации (рис. п. 7.3 г, б). На скорость вращения эти колебания практически не влияют (рис. п. 7.3 в), т.к. сглаживаются за счёт момента инерции ротора и присоединённых к нему масс.

## Содержание

Введение .....	3
1. Асинхронный двигатель как объект управления .....	4
1.1 Математическое описание процессов преобразования энергии в электрической машине .....	4
1.1.1 Понятие обобщённого пространственного вектора .....	4
1.1.2 Потокосцепления электрической машины .....	10
1.1.3 Уравнения статора и ротора в векторной форме .....	14
1.1.4 Обобщённая электрическая машина .....	16
1.2 Асинхронный короткозамкнутый двигатель .....	18
1.2.1 Уравнения короткозамкнутого АД .....	18
1.2.2 Статические характеристики АД при питании от источника напряжения .....	19
1.2.2.1 Характеристики при симметричном питании .....	19
1.2.2.2 Явления вытеснения тока в обмотке ротора и насыщения магнитопровода двигателя .....	24
1.2.2.3 Характеристики при несимметричном питании .....	28
1.2.3 Динамические характеристики АД при питании от источника напряжения .....	34
1.2.3.1 Динамические модели АД при симметричном питании .....	34
1.2.3.2 Динамические характеристики при несимметричном питании .....	39
1.2.3.2.1 Динамические характеристики при фазовом управлении .....	40
1.2.3.2.2 Динамические характеристики при амплитудном управлении .....	41
1.2.4 Статические характеристики АД при питании от источника тока .....	42
1.2.4.1 Токи намагничивания и ротора .....	43
1.2.4.2 Электромагнитный момент .....	44
1.2.5 Динамические характеристики АД при питании от источника тока .....	47
2 Преобразователи частоты для асинхронного электропривода .....	49
2.1 Основные типы преобразователей .....	49
2.2 Регулирование напряжения и частоты с помощью инвертора .....	50
2.2.1 Понятие базового вектора .....	50
2.2.2 Преобразователи без обратной связи .....	52
2.2.2.1 Широтно-импульсная модуляция .....	52
2.2.2.2 Пространственно-векторная модуляция .....	54
2.2.2.3 Трёхуровневый инвертор .....	59
2.2.2.4 Согласование частот при импульсной модуляции .....	61
2.2.3 Преобразователи с обратной связью .....	61
3 Частотное управление асинхронным приводом .....	63
3.1 Модульное управление .....	63
3.1.1 Влияние частоты питания на электромагнитные процессы в АД .....	64
3.1.2 Закон М.П. Костенко .....	67
3.1.3 Разомкнутые системы частотного управления .....	68
3.1.3.1 Управление по закону $U/f=const$ .....	69
3.1.3.2 Управление с постоянным критическим моментом .....	73
3.1.4 Замкнутые системы частотного управления .....	75
3.1.4.1 $IR$ -компенсация .....	77
3.1.4.2 $IZ$ -компенсация .....	83
3.1.4.3 Компенсация скольжения .....	87
3.2 Векторное управление .....	88
3.2.1 Трансвекторное управление ( $FOC$ ) .....	88
3.2.1.1 Выбор уравнения электромагнитного момента и системы координат .....	89
3.2.1.2 Модель АД, управляемого током статора .....	91
3.2.1.3 Модель АД, управляемого напряжением статора .....	94

3.2.1.4	Системы <i>FOC</i> -управления с формированием тока статора .....	95
3.2.1.5	Системы <i>FOC</i> -управления с формированием напряжения статора .....	100
3.2.2	Прямое управление моментом ( <i>DTC</i> ) .....	105
3.2.2.1	Принцип регулирования потокосцепления статора .....	105
3.2.2.2	Принцип регулирования электромагнитного момента .....	107
3.2.2.3	<i>DTC</i> -управление .....	108
3.2.2.4	Влияние скорости вращения на электромагнитный момент .....	112
3.2.2.5	Оптимизация <i>DTC</i> -управления .....	113
3.2.2.6	<i>DSC</i> -управление .....	116
4.	Моделирование асинхронного привода в среде <i>Matlab/Simulink</i> .....	121
4.1	Определение параметров схемы замещения асинхронного двигателя .....	122
4.2	Модель асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором .....	125
4.2.1	Модель двигателя в синхронной системе координат .....	125
4.2.2	Верификация модели .....	131
4.3	Модель нагрузки с упругими связями .....	134
4.4	Модель привода с векторным управлением .....	137
4.4.1	Модель привода с <i>FOC</i> -управлением .....	137
4.4.2	Модель привода с <i>DTC</i> -управлением .....	139
4.4.3	Модель привода с <i>DSC</i> -управлением .....	143
	Список литературы .....	146
	Приложение 1. Основное свойство симметричных <i>m</i> -фазных систем .....	147
	Приложение 2. Обобщенный вектор в симметричной <i>m</i> -фазной системе .....	147
	Приложение 3. Условие получения кругового поля в двухфазной машине .....	149
	Приложение 4. Модель асинхронной машины библиотеки <i>SimPowerSystems/Machines</i> .....	150
	Приложение 5. Листинг функции вычисления параметров двигателя .....	157
	Приложение 6. Типы механических характеристик двигателей серии 5А .....	158
	Приложение 7. Модель асинхронной машины при питании от инвертора с ШИМ .....	159



## КАФЕДРА ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ и ПРЕЦИЗИОННЫХ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В 1930 году техникум точной механики и оптики был реорганизован в учебный комбинат, состоящий из института, техникума и ФЗУ в системе Всесоюзного объединения оптико-механической промышленности.

В те годы электротехническую подготовку в нашем институте проводили кафедры «Электротехники» и «Электроизмерительных приборов». Кафедрой «Электротехники» руководил проф. Салтыков Л.Н., а кафедрой «Электроизмерительных приборов» проф. Шишелов Л.П.

С сентября 1933 года исполнять обязанности заведующего кафедрой «Электротехники» нашего института начинает Рукавишников Н. Н., а с ноября 1937 года, на заведование кафедрой назначается Солодовников А. А., известный специалист в области электротехники, электроизмерительных приборов и оборудования.

Во время войны при эвакуации ЛИТМО в г. Черепаново кафедрой руководил доц., к.т.н. Березниковский С. Ф.; штатное расписание кафедры в те годы насчитывало всего 4 человека.

После возвращения ЛИТМО из эвакуации в 1944 году кафедрой заведует Березниковский С.Ф., которого 25 января 1945 года освобождают от обязанностей заведующего кафедрой «Общей и специальной электротехники» и назначают заведующим этой кафедрой профессора Зилитенкевича С.И.

В послевоенные годы в целом по стране и в Ленинграде ощущался дефицит опытных преподавателей высшей школы и руководство институтом пригласило в качестве заведующего кафедрой «Общей и специальной электротехники» известного ученого, педагога и методиста Пиотровского Л. М. Большинство учебников по электрическим машинам в ту пору было написано Пиотровским Л.М. лично или в соавторстве с другими видными учеными.

В 1948 году на базе кафедры «Общей и специальной электротехники» образуются кафедры: «Общей электротехники и электрических машин» зав.каф. доц. Березниковский С.Ф., «Теоретических основ электротехники» зав. каф. проф. Слепян Л.Б. и «Электроизмерительных приборов» исполняющий обязанности зав. каф. проф. Слепян Л.Б.

В 1951 году кафедры «Электротехники» и «ТОЭ» объединяют в единую кафедру «Электротехники и ТОЭ» под руководством доц. Березниковского С.Ф. в составе Радиотехнического факультета,

В 1956 году на радиотехническом факультете вновь образуются две кафедры – «ТОЭ» зав. каф. доц. Сочнев А.Я. и «Электрических машин» зав. каф. доц. Березниковский С.Ф.

В июле 1958 года доц. Сочнева А.Я. освобождают от обязанностей зав. каф. «ТОЭ», а доц. Фунтова Н.М. назначают в.и.о. зав. каф. и избирают по конкурсу на должность заведующего в 1960 году.

В 1961 году в ЛИТМО на должность заведующего кафедрой «Электрических машин» приглашают профессора Сахарова А.П.

В 1965 году на должность заведующего кафедрой «Электрических машин» избирается доц., к.т.н. Глазенко Т.А.

В 1968 году кафедры «ТОЭ» и «Электрических машин» объединяются в единую кафедру «Электротехники» под руководством Т.А. Глазенко.

Татьяна Анатольевна Глазенко в 1948 году с отличием закончила энергетический факультет Ленинградского института инженеров железнодорожного транспорта. В 1953 году она защитила кандидатскую диссертацию и в 1966 году докторскую диссертацию. Заслуженный деятель науки и техники Российской Федерации, почетный член Электротехнической академии России проф. Глазенко Т.А. двадцать пять лет возглавляла кафедру. Она являлась видным, творчески активным ученым, автором более 200 опубликованных научных работ.

В 1990 году на должность заведующего кафедрой избирается профессор, д.т.н. Герман - Галкин С.Г.

В 1996 году кафедра «Электротехники» была переименована в кафедру «Электротехники и прецизионных электромеханических систем».

С 1991 года кафедрой руководит доцент, кандидат технических наук, Томасов Валентин Сергеевич.

С 1992 по 2005годы на кафедре работал заслуженный деятель науки и техники Российской Федерации, действительный член Международной Энергетической академии, профессор, д.т.н., Сабинин Ю.А..

Сегодня на кафедре работают: профессор, д.т.н. Овчинников И.Е.; профессор, д.т.н. Ушаков В.Н.; доценты, к.т.н.: Губанов Н.Н., Борисов П.В., Денисова А.В., Кротенко В.В., Лукичев Д.А., Никитина М.В., Осипов Ю.М., Петров Е.А., Сеницын В.А., Толмачев В.А., Усольцев А.А.; доцент Гурьянов В.А.; ст. преподаватели: к.т.н. Махин И.Е., Денисов К.М.; ассистенты: Демидова Г.Л., Серебряков С. А., Жданов И.Н.

На кафедре работает аспирантура и ведётся большая научно-исследовательская работа по созданию электроприводов прецизионных следящих систем наведения телескопов траекторных измерений.

Усольцев Александр Анатольевич

**Современный асинхронный электропривод  
оптико-механических комплексов**

Учебное пособие

В авторской редакции  
Компьютерная вёрстка и дизайн

А.А.Усольцев

Редакционно-издательский отдел Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики.

Лицензия ИД №00408 от 05.11.1999

Зав. редакционно-издательским отделом

Н.Ф.Гусарова

Подписано к печати 24.03.2011

Заказ №2359

Тираж 100 экз.

Отпечатано на ризографе.

**Редакционно-издательский отдел**  
Санкт-Петербургского государственного  
университета информационных техноло-  
гий, механики и оптики  
197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49

