

ИССЛЕДОВАНИЕ МАГНИТНОГО ПОВЕРХНОСТНОГО ЭФФЕКТА В  
ЦИЛИНДРАХ

Цель работы — экспериментальное изучение распределения напряженности магнитного поля по сечению различных проводящих цилиндров и сравнения полученных экспериментальных и

## I. Основные теоретические положения

### Электромагнитное поле в круглом цилиндрическом проводе

Переменный ток в отличие от постоянного распределяется неравномерно по сечению провода — он имеет наименьшую плотность на оси провода и наибольшую у его поверхности. Аналогично распределяется переменный магнитный поток в проводящем теле.

С точки зрения теории электромагнитного поля оба эти случая являются результатами проявления поверхностного эффекта, заключающегося в неравномерном распределении электромагнитного поля в проводящей среде из-за затухания электромагнитной волны.

В технике различают электрический и магнитный поверхностные эффекты.

Под электрическим поверхностным эффектом понимают такой случай затухания электромагнитного поля, когда вектор  $\vec{E}$  направлен вдоль основной оси проводящего тела. Примером может служить случай прохождения переменного тока по линейному проводу, так как в этом случае вектор плотности тока  $\vec{j}$  и вектор  $\vec{E}$  направлены вдоль оси проводника.

Соответственно возникает магнитный поверхностный эффект, при котором вектор  $\vec{H}$  будет направлен вдоль оси проводящего тела. Магнитный поверхностный эффект наблюдается, например, в магнитопроводах трансформаторов; действие этого эффекта выражается в неравномерном распределении магнитного потока по магнитопроводу.

Следует подчеркнуть, что это различие между электрическим и магнитным поверхностными эффектами чисто условное, так как тот и другой являются результатами одного и того же явления, а именно, затухания электромагнитного поля в проводящей среде.

В технике поверхностный эффект используется при закалке металлических поверхностей, например, рабочей поверхности рельсов, остается мягкой вся остальная его часть, в асинхронных двигателях со сплошным ротором, в медицине и т.д.

Магнитный поверхностный эффект нашел применение в индук-

тивных печках, где разогреваемый металл помещается внутри катушки с током.

Поверхностный эффект имеет и отрицательные стороны, поскольку увеличивает активное сопротивление проводов, увеличивая тем самым потери в них. В данной работе исследуется магнитный поверхностный эффект в цилиндрическом магнитопроводе, который выполнен из электропроводящего материала.

По цилиндру в направлении  $Z$  (рис. 1) проходит переменное магнитное поле. Электромагнитная волна проникает внутрь провода в направлении  $Z$  через его поверхность. Энергия этой волны по величине и направлению определяется вектором Пойнтинга  $\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H} [\frac{9A}{m^2}]$ . Вектор  $\vec{P}$  есть плотность энергии, перемещаемой в единицу времени через единицу поверхности. На рис. 2 показан вектор  $\vec{P}$  и векторы  $\vec{E}_0$ ,  $\vec{H}_0$  на поверхности цилиндра. Электромагнитная волна, распределяющаяся вглубь проводника, затухает вследствие наличия потерь на вихревые токи и перематгничивание.

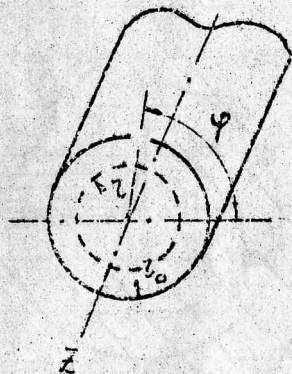


Рис. 1

Вместе с тем затухают векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ , которые ее образуют. Изменяется также и фаза векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  вследствие наличия в сопротивлении проводника активных и реактивных составляющих.

Закон изменения величины напряженности магнитного поля по радиусу цилиндра и угла  $\varphi$ , относительно значений на поверхности представляется формулой (1), вывод которой пригодится в прил. 4.1.

$$\frac{H}{H_0} = \frac{b_0(z)}{b_0(z_0)} e^{j[\beta_0(z_0) - \beta_0(z)]} = \left| \frac{H}{H_0} \right| e^{-j\varphi} \quad (1)$$

Здесь  $b_0$  и  $\beta_0$  означают соответственно величину модуля и аргумента вектора  $H$  в зависимости от переменной  $z = z_0 \sqrt{\omega \mu_0 \delta}$  и являются модулем и аргументом функции Бесселя первого рода нулевого порядка.

Эти функции табулированы. На рис. 3 приведены их численные значения в зависимости от  $z$ , ( $z_0 = z_0 \sqrt{\omega \mu_0 \delta}$ ).

где  $r_0$  - радиус цилиндра. В формуле (1)  $\frac{B_0(z)}{B_0(z_0)} = \frac{H}{H_0}$

есть модуль отношения напряженности поля на расстоянии  $z$  от центра цилиндра к  $H_0$  на его поверхности. Така вектора  $\vec{H}$  относительно поверхности цилиндра на расстоянии  $z$  есть

$$\varphi = \beta_0(z) - \beta_0(z_0).$$

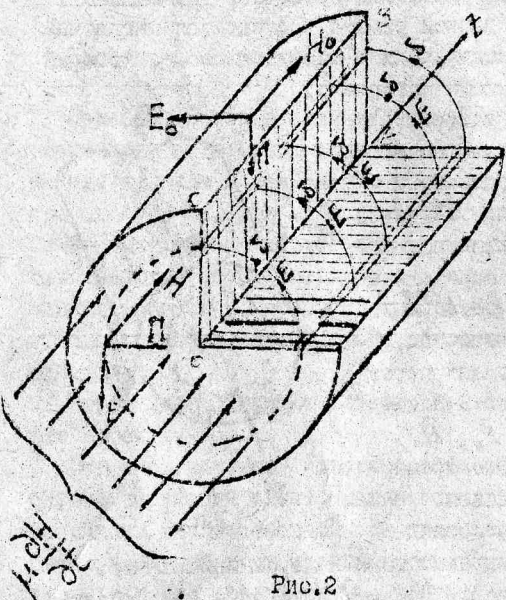
На рис.3 приведены их численные значения.

По данным расчета можно построить векторную диаграмму (рис.4), каждый вектор к которой определяет относительную величину

Рис.2

величину  $\frac{H}{H_0}$  и начальную фазу  $\varphi$  напряженности магнитного поля на данном расстоянии  $z$  от оси. Таким образом, эта диаграмма характеризует распределение магнитного потока по величине и фазе вдоль радиуса провода, т.е. в зависимости от  $z$ .

Как видно из графиков (см.рис.3),  $B_0$  с увеличением  $z = \sqrt{2\sqrt{\mu_0 \omega \gamma}}$  монотонно возрастает, и амплитуда  $H$  напряженности магнитного поля имеет наибольшее значение на поверхности провода и наименьшее - на оси. Это неравномерное распределение поля будет проявляться тем больше, чем больше угловая частота  $\omega$ , удельная проводимость  $\gamma$ , магнитная проницаемость  $\mu_0 = \mu \mu_0$  и радиус цилиндра  $r_0$ . Что же касается угла  $\varphi$ , то он также монотонно возрастает с увеличением  $z$ , поэтому согласно выражению (1) угол  $\varphi$  - сдвиг фаз между векторами напряженности магнитного поля  $\vec{H}_0$  на поверхности цилиндра и на расстоянии  $z$  от оси увеличивается, т.е. напряженность магнитного поля  $\vec{H}_0$  по мере проникновения вглубь цилиндра не только уменьшается, но и запаздывает по



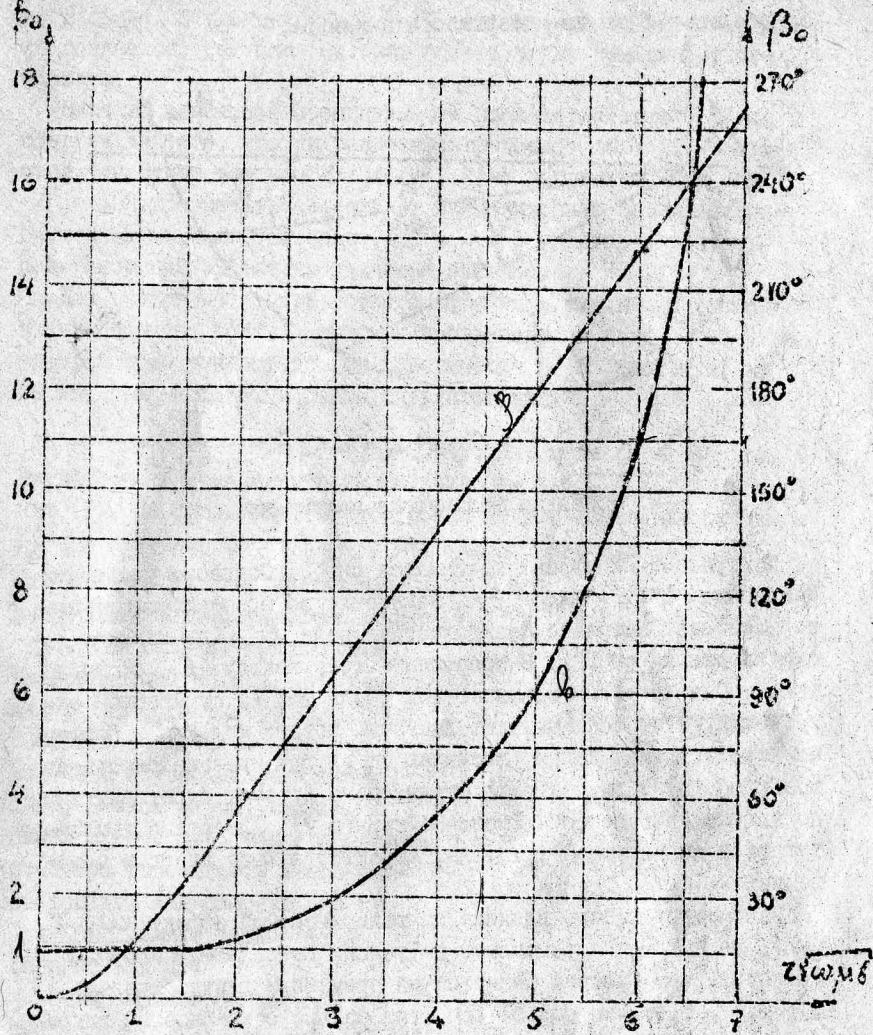


FIG. 3

Отношению к фазе на поверхности цилиндра.

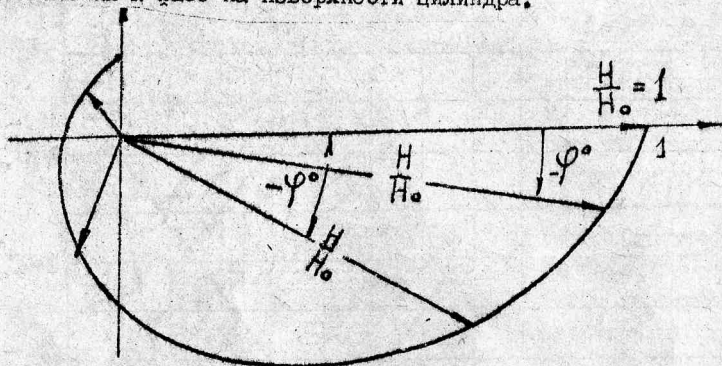


Рис.4

## 2. Основные физические положения

Поверхностный эффект поясняется рис.2. Согласно уравнению Максвелла  $\text{rot } \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t}$  изменение во времени магнитного поля создает вихревое электрическое поле  $\vec{E}$  (пунктирная окружность на рис.2). В проводящем теле вектор  $\vec{E}$  согласно закону Ома  $\vec{\delta} = \gamma \vec{E}$  вызывает ток вдоль той же пунктирной окружности. Этот ток вызывает джоулевы потери  $P = \gamma E^2$ . Поэтому электромагнитная волна, проникающая внутрь провода сквозь его поверхность из диэлектрика, окружающего провод, будет затухать по направлению вектора Умова-Пойнтинга  $\Pi$ . Вместе с тем затухают и амплитуды  $H$ ,  $\vec{E}$ ,  $\vec{\delta}$ , характеризующие энергию этой волны.

Рассмотрим теперь влияние на поверхностный эффект  $\omega$ ,  $\gamma$ ,  $\mu_0$ , являющихся переменными в функции Бесселя  $-z\sqrt{\omega\mu_0\delta}$ . Очевидно, чем быстрее меняется во времени магнитное поле  $\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t}$ , т.е. чем больше  $\omega$ , тем больше созданное им вихревое электрическое поле  $\vec{E}$ , ( $\text{rot } \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t}$ ), и тем больше плотность тока (так как  $\vec{\delta} = \gamma \vec{E}$ ), следовательно, больше потери  $P$ . Поэтому с увеличением  $\omega$  сильнее проявляется поверхностный эффект. Аналогично, чем больше удельная проводимость  $\gamma$ , тем при том же значении  $\vec{E}$  будут возникать большие токи и большие потери и поверхностный эффект проявит-



ся сильнее. В диэлектрике  $\gamma = 0$  вихревое электрическое поле создается, но тока нет, нет потерь и нет поверхностного эффекта.

Влияние магнитной проницаемости на поверхностный эффект следует из того, что вихревое электрическое поле  $\vec{E}$  создается магнитным потоком  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ , а не напряженностью поля  $\vec{H}$  (см. уравнения Максвелла). С увеличением  $\mu_0$  увеличивается  $\vec{B}$  и, следовательно,  $\vec{E}$ ,  $\vec{J}$ , и потери, поэтому поверхностный эффект проявляется сильнее.

Для сравнения поверхностного эффекта в различных проводниках вводится понятие глубины проникновения поля -  $\Delta$ , на которой поле уменьшается от поверхности в  $e$  раз, т.е. на 39,9%. При экспоненциальном затухании поля

$$\Delta = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\omega \mu_0 \gamma}}; (\mu_0 = \mu \cdot \mu_0), \text{ для меди } \Delta = \frac{6,6}{f} \text{ (см. I)}$$

Введем  $\Delta$  в независимую переменную  $z = z \sqrt{\omega \mu_0 \gamma}$  уравнения (I). По уравнению (I) построены кривые изменения модуля  $|\frac{H}{H_0}|$  в зависимости от  $\frac{z}{\Delta}$ , для медного цилиндра (рис.5).

Как следует из этих кривых, при фиксированном радиусе, чем меньше

$\Delta$ , тем сильнее проявляется поверхностный эффект. При весьма малых  $\Delta$ , например, при больших частотах и  $z \gg \Delta$  поле сосредоточено в узком поверхностном слое. В этом случае кривизной можно пренебречь, так как цилиндрическую поверхность можно рассматривать как плоскую. Но при  $z \approx \Delta$  радиус сказывается (кривые 1 и 2).

Если зафиксировать  $\Delta$ , то при больших  $z$  и, значит, больших отношениях  $\frac{z}{\Delta}$ , радиус проявляется слабо. Так при увеличении радиуса в два раза, кривые 3 и 4 отличаются мало, но при малых  $z$ ,

при увеличении радиуса также в два раза, кривые 1 и 2 отличаются значительно. Таким образом, радиус существенно ска-

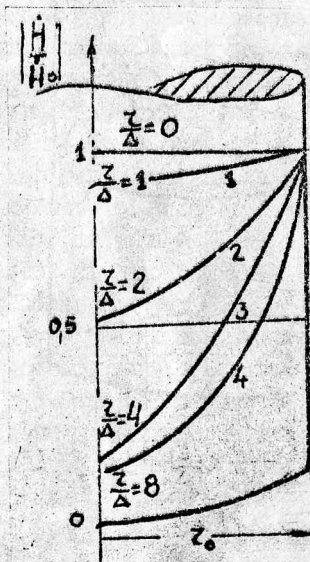


Рис.5

зывается на распределении волн по сечению только при малых отношениях  $\gamma/\Delta$ . Так, при  $\gamma = \Delta$  волна затухает вдоль всего радиуса только на 39,9% (кривая I), а при  $\frac{\gamma}{\Delta} < 1$ , затухание на малом пути  $\gamma$  почти не заметно, так как затухающая волна на этом пути укладывается только частично. В таком случае говорят: для этой волны проводник прозрачен.

В заключение отметим, что поверхностный эффект увеличивает активное сопротивление проводника относительно сопротивления постоянному току. Это происходит вследствие вытеснения тока к периферии проводника, и, следовательно, уменьшения площади поперечного сечения, по которому он проходит. В данном случае подразумевается прохождение тока по сечению *ABCO* - рис.2. Так же происходит вытеснение меняющегося во времени магнитного внешнего потока  $\Phi_{вн}$  к периферии проводника -

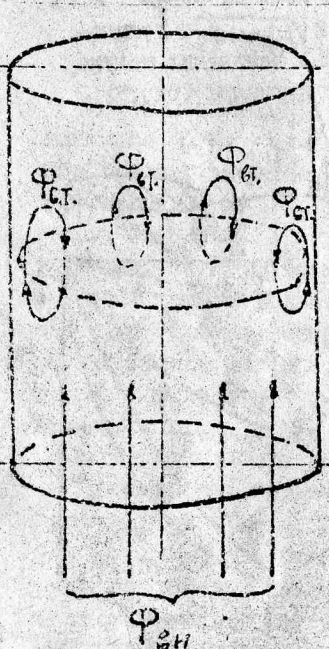


Рис.6

рис.6. Рисунок показывает, что в центре проводника внешний поток  $\Phi_{вн}$  и поток от вихревых токов  $\Phi_{вт}$  взаимно вычитаются, а на периферии они складываются.

Это приводит к уменьшению внутренней индуктивности магнитного провода, а ти понимать ее как  $L = \Psi / I_{вт}$ . Тогда, учитывая закон Ома для магнитной цепи,

$\Psi = \frac{I_{вт} l_{вт}}{R_{\mu}} = I_{вт} G_{\mu}$  и подставляя  $\Psi$  в выражение для  $L$ , получим  $L = G_{\mu}$ , где  $G_{\mu} = \frac{\mu_0 S}{l}$  - проводимость магнитного потока. Поскольку при вытеснении магнитного потока к периферии цилиндра сечения  $S$  для его прохождения уменьшается, то уменьшается проводимость  $G_{\mu}$  и соответственно -  $L$ .

### 3. Программа работы

3.1. Снять зависимость модуля напряженности магнитного поля от изменения расстояния  $\gamma$  по сечению цилиндра. Зависим-



мость снимается для цилиндров различного радиуса и материала при двух различных частотах (по указанию преподавателя).

3.2. Снять зависимость начальной фазы колебания напряженности магнитного поля от изменения расстояния  $z$  для цилиндров и при частотах, использованных п.1.

3.3. Вычислить по формуле (1) для нескольких значений  $z$  и заданным параметрам цилиндров изменение модуля и начальной фазы напряженности магнитного поля в цилиндрах и при частотах, использованных в пп.1 и 2.

3.4. Построить по найденным экспериментально и теоретически данным графики изменения комплекса напряженности магнитного поля в полярной системе координат, аналогичные графикам рис.4.

#### 4. Порядок выполнения работы

Для снятия экспериментальных данных используется установка, схема которой дана на рис.7, где 2 - исследуемый цилиндр с зазором  $d$ . Магнитная проводимость материала цилиндра мало отличается от  $\mu=1$  воздуха, поэтому при малом зазоре  $d \ll r_0$  распределение магнитного поля в зазоре такое же, как в самом сердечнике. Катушки 1 называются кольцами Гельмгольца, они включены последовательно на переменное напряжение

$U = 220$  В,  $f=50$  Гц или другое напряжение более высокой частоты. Эти кольца создают равномерное магнитное поле вдоль исследуемых цилиндров. Распределение магнитного поля по сечению цилиндров измеряется катушкой 3, которая перемещается в зазоре между цилиндрами. Возникшая в этой катушке ЭДС пропорциональна напряженности магнитного поля, так как  $B = \mu_0 H$ ,  $\mu=1$ . С осциллографа снимается амплитуда магнитного поля в миллиметрах, так как нас интересует отношение магнитного поля на расстоянии  $z$  от оси к его значению на поверхности.

Одновременно со снятием амплитуды поля на каждом фиксированном расстоянии  $z$  можно снимать и сдвиг начальной фазы поля в точке  $z$  относительно сдвига фазы на поверхности цилиндра, т.е. фазу  $\varphi = \beta_0(z) - \beta_0(z_0)$ .

4.1. Снятие зависимости модуля напряженности магнитного поля от изменения расстояния  $z$  по сечению цилиндрического проводника.

Рекомендуемое положение ручек осциллографа: "Мультиplier"

Скорость развертки — 0,1 с/см. Для значения  $Z = Z_0$  ручкой плавной регулировки величины сигнала "D" выбирает вертикальное отклонение луча порядка 60 мм. В дальнейшем положение ручек, определяющих величину сигнала, остается неизменным. На экране осциллографа устанавливается синусоида с амплитудой  $\Delta$ . Устанавливая расстояние  $Z$  для некоторых указанных в табл. I значений, фиксируют амплитуды синусоиды  $\Delta$  (мм) и заносят в табл. I.

#### 4.2. Снятие зависимости начальной фазы колебания напряженности магнитного поля от изменения расстояния $Z$ по сечению цилиндрического проводника

Рекомендуемое положение ручек осциллографа:

Множитель — "10"

Скорость развертки — 1 мс/см. При этом на экране осцилло-

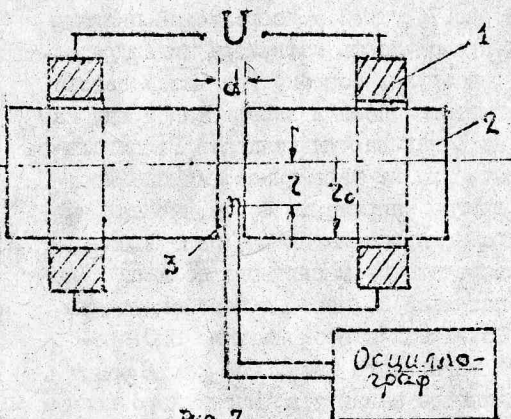


Рис. 7

графу будет наблюдаться синусоидальный сигнал от измерительной катушки.

Изменяя координату  $Z$ , следует убедиться в том, что синусоидальный сигнал перемещается по горизонтальной оси вправо или влево, что характеризует изменение фазы колебания. Ручкой "Плав-

но" устанавливается период колебания синусоиды порядка 80 мм. Тогда 1 мм по оси  $X$  будет соответствовать:

$$m = \frac{2\pi}{T} = \frac{360}{80} = 4,5^\circ.$$

Совмещают нулевое значение синусоиды с центром координатной сетки для значения  $Z = Z_0$  мм, и эту фазу принимают за "Нуль". Затем, изменяя координату  $Z$ , измеряют в мм смещение  $\delta$  синусоиды от центра координатной сетки вправо. Смещение вправо и означает запаздывание сигнала с уменьшением координаты  $Z$ , а следовательно, с ростом отрицательной фазы. Данные заносят в табл. I.

№ цилинд- ров	Параметры цилиндров	$\tau$  м	Экспериментальные данные				Расчетные дан- ные по формуле (1)	
			$\alpha$ мм	$\frac{\alpha}{\alpha_0}$ $\frac{\mu}{\mu_0}$	$\ell$ мм	$\varphi$ град.	$\left  \frac{H}{H_0} \right $	$\varphi$ град.
1	$\delta \left[ \frac{1}{\text{мм}} \right]$	$5 \cdot 10^{-3}$						
	$\mu \left[ \frac{1}{\text{мм}} \right]$	$10 \cdot 10^{-3}$						
	$\tau_0 \left[ \text{м} \right]$	$15 \cdot 10^{-3}$						
	$\omega \left[ \frac{1}{\text{с}} \right]$	$50 \cdot 10^{-3}$						
2	$\delta$	$5 \cdot 10^{-3}$						
	$\mu$	$10 \cdot 10^{-3}$						
	$\tau_0$	$15 \cdot 10^{-3}$						
	$\omega$	$50 \cdot 10^{-3}$						

Здесь  $\alpha$ , мм - амплитуда синусоиды, пропорциональная напряженности магнитного поля;  $\frac{\alpha}{\alpha_0} = \left| \frac{H}{H_0} \right|$ ,  $H_0$  - величина амплитуды синусоиды поля на поверхности цилиндра;  $\frac{\alpha}{\tau_0}$  определяется экспериментально;  $\ell$  [мм] - сдвиг фазы  $H$  относительно фазы на поверхности цилиндра, т.е. смещение синусоиды  $H$  относительно ее положения на поверхности цилиндра. Снимается экспериментально.

$\varphi$  - фаза, град.  $\varphi = m\ell$ ,  $m = \frac{2\pi}{T} \left[ \frac{\text{градус}}{\text{мм}} \right]$ .  
( $T$  - период синусоиды, мм). Снимается экспериментально.

$\left| \frac{H}{H_0} \right| = \frac{\beta_0(z)}{\beta_0(z_0)}$  и  $\varphi = \beta_0(z) - \beta_0(z_0)$  рассчитываются по формуле (1).

№№	Материал цилиндра	$r_0$ м	$\gamma$ [ $\frac{1}{\text{см}\cdot\text{м}}$ ]	$\mu$
1	Алюминий	$50 \cdot 10^{-3}$	$3,6 \cdot 10^7$	1
2	Алюминий	$30 \cdot 10^{-3}$	$3,6 \cdot 10^7$	1
3	Латунь	$50 \cdot 10^{-3}$	$2,2 \cdot 10^7$	1

$\mu_0 = \mu \mu_0$ , где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Г/м.

### 5. Содержание отчета

1. Схемы измерений и спецификация приборов.
2. Таблицы результатов измерений и вычислений.
3. Выводы по работе.

### 6. Контрольные вопросы

1. Изложите суть явления поверхностного эффекта.
2. В чем выражается поверхностный эффект?
3. В чем отличие электрического от магнитного поверхностного эффекта?
4. Что такое плоское поле и какие упрощения в уравнениях с ним связаны?
5. Укажите, в каком направлении поступает энергия в провод.
6. Что характеризует вектор Пойнтинга?
7. По каким линиям замыкается вихревой ток при электрическом и магнитном поверхностном эффекте?
8. Как влияет на поверхностный эффект частота  $\omega$  изменения магнитного поля?
9. Как зависит поверхностный эффект от магнитной проницаемости?
10. Как зависит поверхностный эффект от удельной проводимости  $\gamma$ ?
11. Что такое глубина проникновения поля в проводящую среду?
12. Поясните влияние на поверхностный эффект радиуса ли-

13. При весьма малой глубине проникновения поля имеет ли значение радиус цилиндра в неравномерном распределении потока или тока по сечению цилиндра?

14. Почему распределение поля, тока, по сечению цилиндра зависит не от радиуса, а от его отношения к глубине проникновения волны в цилиндре?

15. Как влияет поверхностный эффект на активное и реактивное сопротивление провода?

16. Поясните вытеснение потока в цилиндре, сравнивая магнитный внешний поток и поток от вихревых токов.

17. По проводнику протекает переменный ток, почему при этом уменьшается внутренняя индуктивность проводника?

18. Почему можно считать поле внутри медного цилиндра и в его узком зазоре одинаковым?

19. Может ли существовать поверхностный эффект в диэлектрической среде?

20. Напишите уравнение Максвелла для магнитного переменного поля в проводящей среде.

### Литература

1. Нейман Л.Р. Теоретические основы электротехники, ч. III. Теория электромагнитного поля. - М.: Энергоиздат, 1957.

2. Ламмеранер Н., Штафль М. Вихревые токи. - М.: Энергия, 1967.

3. Дьяконов В.П. Расчет нелинейного и импульсного устройств на программируемых микрокалькуляторах. - М.: Радио, 1984.