

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПОЛЕЙ НА МОДЕЛЯХ

1. Цель работы

Целью работы является ознакомление с одним из методов моделирования плоскопараллельного потенциального поля полем тока в проводящей бумаге, а также со способом экспериментального определения частичных емкостей и коэффициентов электростатической индукции. Наиболее подготовленные студенты исследуют погрешности моделирования. Эта часть работы носит исследовательский характер.

2. Основные теоретические положения

2-1. Поле и емкость параллельных цилиндров

Рассмотрим заряженную ось бесконечно большой длины. Потенциал в некоторой точке, находящейся на расстоянии r от оси, определяется формулой

$$\varphi = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln r + C_1,$$

где τ — линейная плотность заряда провода; C_1 — произвольная постоянная.

Функция потока V , характеризующая силовые линии, определяется формулой

$$V = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \theta + C_2,$$

где θ — угол, вершиной которого является точка на оси провода; $\frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0}$ показывает, сколько единичных линий напряженности заключено внутри угла, равно одному радиану.

Если имеются две разноименно заряженных оси с одинаковой плотностью заряда τ , то, пользуясь принципом наложения полей, получим

$$\varphi = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0} (\ln r_1 - \ln r_2) = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1} + C_1;$$

$$V = \frac{1}{2\pi\epsilon\epsilon_0} (\tau\theta_1 - \tau\theta_2) + C_2.$$

Положив $C_1=0$, получаем $\varphi=0$ при $r_1=r_2$, т. е. линией нулевого потенциала при $C_1=0$ является ось ординат. Уравнение линии равного потенциала имеет вид:

$$\varphi = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1} = \text{const}, \text{ т. е. } \frac{r_2}{r_1} = k = \text{const}. \quad (1)$$

Рассматривая выражение (1) в декартовой системе координат, легко показать, что любая линия равного потенциала представляет собой окружность (рис. 1) с координатами центра

$$x_0 = \frac{1+k^2}{1-k^2} a; \quad y_0 = 0 \quad (2)$$

и радиусом

$$R = \frac{2k}{|1-k^2|} a. \quad (3)$$

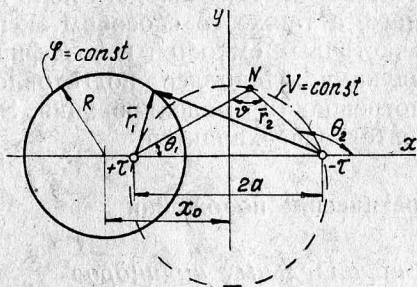


Рис. 1

Положив в выражении для функции потока $C_2=0$, получим

$V=0$ при $\theta_1=\theta_2$, т. е. начальной линией отсчета углов θ является ось абсцисс. Найдем уравнение силовой линии:

$$V = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0} (\theta_2 - \theta_1) = \text{const}; \quad \theta_2 - \theta_1 = \nu = \text{const}. \quad (4)$$

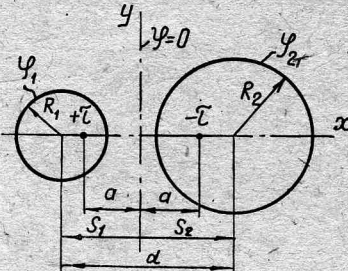
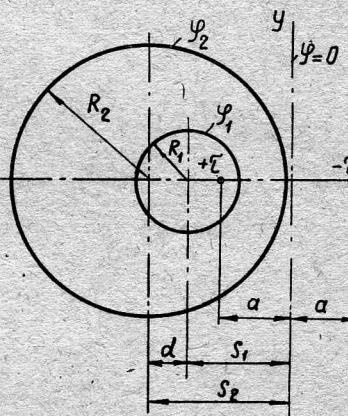
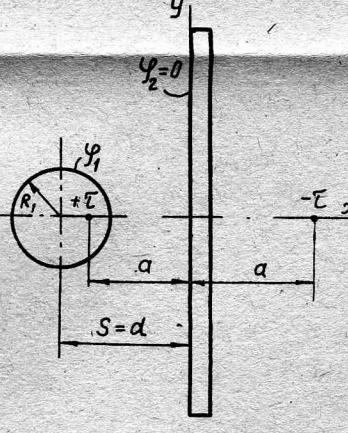
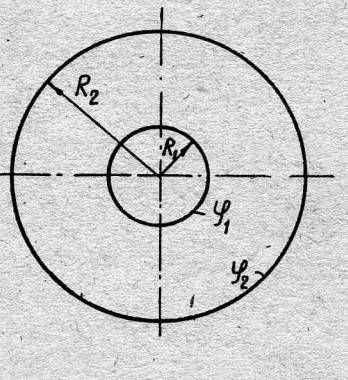
Условию (4) удовлетворяет любая точка N на окружности, проходящей через оси проводов. Действительно, отрезок $2a$ «виден» из любой точки этой окружности под одним и тем же углом. Координаты центра этой окружности

$$x_0 = 0; \quad y_0 = a \operatorname{ctg} \nu. \quad (5)$$

Приведенные выражения справедливы для линейных проводов, т. е. для проводов, не имеющих толщины.

Рассмотрим реальные провода кругового сечения разного радиуса. При этом возможно внешнее взаимное расположение

Таблица 1

№ рис.	Расположение электродов	Основные расчетные соотнош.	Емкость и линейный заряд	Потенц. электродов, напряжен. поля	Эквипотенциали
2		$S_1 = \frac{1}{2} \left(d + \frac{R_1^2 - R_2^2}{d} \right)$ $S_2 = d - S_1$ $a = \sqrt{S_1^2 - R_1^2}$ <hr/> $R_1 = 15 \text{ мм}$ $R_2 = 15; 170 \text{ мм}$ $d = 40 \div 200 \text{ мм}$	$C_0 = \frac{2\pi \epsilon \epsilon_0}{\ln \frac{(S_1 + a)(S_2 + a)}{R_1 R_2}}$ $\tau = U \cdot C_0$ $U = \varphi_1 - \varphi_2$	$\varphi_1 = \frac{\tau}{2\pi \epsilon \epsilon_0} \ln \frac{S_1 + a}{R_1}$ $\varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi \epsilon \epsilon_0} \ln \frac{R_2}{S_2 + a}$ $\vec{E} = \frac{\tau}{2\pi \epsilon \epsilon_0} \left(\frac{\vec{r}_1}{r_1^2} - \frac{\vec{r}_2}{r_2^2} \right)$	<p>Окружности с координ. центра $x_0 = \frac{1+K^2}{1-K^2} a$; $y_0 = 0$ и радиусом $R = \frac{2K}{[1-K^2]} a$</p> $K = \frac{r_1}{r_2}$
3		$a = \sqrt{S_1^2 - R_1^2}$ $\alpha = \sqrt{S_2^2 - R_2^2}$ $S_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{R_2^2 - R_1^2}{d} - d \right)$ $S_2 = S_1 + d$ <hr/> $R_1 = 15 \text{ мм}$ $R_2 = 170 \text{ мм}$ $d = 20 \div 100 \text{ мм}$	$C_0 = \frac{2\pi \epsilon \epsilon_0}{\ln \frac{(S_1 + a)(S_2 - a)}{R_1 R_2}}$ $\tau = U \cdot C_0$ $U = \varphi_1 - \varphi_2$	$\varphi_1 = \frac{\tau}{2\pi \epsilon \epsilon_0} \ln \frac{S_1 + a}{R_1}$ $\varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi \epsilon \epsilon_0} \ln \frac{R_2}{S_2 - a}$ $\vec{E} = \frac{\tau}{2\pi \epsilon \epsilon_0} \left(\frac{\vec{r}_1}{r_1^2} - \frac{\vec{r}_2}{r_2^2} \right)$	<p>те же, что для рис. 2</p>
4		$S = d$ $a = \sqrt{S^2 - R_1^2}$ <hr/> $R_1 = 15; 170 \text{ мм}$ $d = 30 \div 200 \text{ мм}$	$C_0 = \frac{2\pi \epsilon \epsilon_0}{\ln \frac{S + a}{R_1}}$ $\tau = U \cdot C_0$ $U = \varphi_1 - \varphi_2$	$\varphi_1 = \frac{\tau}{2\pi \epsilon \epsilon_0} \ln \frac{S + a}{R_1}$ $\varphi_2 = 0$ $\vec{E} = \frac{\tau}{2\pi \epsilon \epsilon_0} \left(\frac{\vec{r}_1}{r_1^2} - \frac{\vec{r}_2}{r_2^2} \right)$	<p>те же, что для рис. 2</p>
5		$R_1 = 15 \text{ мм}$ $R_2 = 170 \text{ мм}$	$C_0 = \frac{2\pi \epsilon \epsilon_0}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$ $\tau = U \cdot C_0$ $U = \varphi_1 - \varphi_2$	<p>Если $\varphi_2 = 0$, то</p> $\varphi_1 = \frac{\tau}{2\pi \epsilon \epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1}$ $\vec{E} = \frac{U \cdot \vec{r}}{r^2 \ln \frac{R_2}{R_1}}$	<p>$r = \text{const}$</p>

проводов (рис. 2) и внутреннее их расположение (рис. 3), когда один провод находится внутри проводящего цилиндра. Частным случаем является концентрическое расположение проводящих цилиндров (рис. 5) и цилиндр над плоскостью (рис. 4).

Поскольку в поле линейных проводов все поверхности равного потенциала есть поверхности круговых цилиндров, то оси линейных проводов всегда можно расположить так, чтобы поверхности равного потенциала совпали с поверхностями реальных проводов.

Линейные провода, которые создают такое же поле, как реальные провода конечного сечения (вне проводников), называются электрическими осями реальных проводов. Зная радиусы проводов R_1 и R_2 , расстояние между центрами проводов d , всегда можно, решив обратную задачу, определить положение электрических осей a и расстояние геометрических центров реальных проводов s_1 и s_2 от оси ординат.

Основные соотношения, которые получаются в результате решения обратной задачи для всех рассматриваемых случаев приведены в табл. 1*.

2.2. Графический метод расчета характеристик поля

Графический метод расчета плоскопараллельного поля сводится к вычерчиванию линий равного потенциала $\varphi = \text{const}$ и перпендикулярных к ним линий напряженности $V = \text{const}$ (рис. 6), что позволяет находить численные значения напряженности поля, а также величину емкости или проводимости. В основе метода лежит соотношение

$$E = - \frac{\partial \varphi}{\partial n} = \frac{\partial V}{\partial s},$$

которое приближенно заменяют

$$E = \left| \frac{\Delta \varphi}{\Delta n} \right| = \left| \frac{\Delta V}{\Delta s} \right|. \quad (6)$$

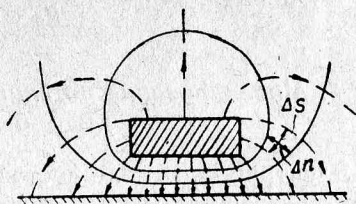


Рис. 6

Линии проводят так, чтобы значения $\Delta \varphi$ и ΔV были постоянными, а чаще всего и равными друг другу. Тогда равными оказываются и размеры вдоль силовой линии Δn и вдоль эквипотенциальной линии Δs , и в результате получается сетка криволинейных квадратов, состоящая из различных клеток, но средняя ширина любой клетки равна ее средней

* Студентам предлагается проверить правильность этих соотношений

длине. Построение целесообразно начинать с участков, где поле можно принять за однородное (например, поле плоского конденсатора); в этом случае равным значениям $\Delta\varphi$ соответствуют равные интервалы Δn . Пусть напряжение $U = \varphi_1 - \varphi_2$ между проводниками разделено на N равных частей так, что

$$\Delta\varphi = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{N}.$$

Тогда напряженность поля в какой-либо точке (среднее значение напряженности в пределах клетки)

$$E = \frac{1}{\Delta n} \cdot \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{N}. \quad (7)$$

Если число линий $V = \text{const}$ равно M , то весь заряд проводника, приходящийся на единицу длины,

$$\tau = M\varepsilon_0 E \Delta S = M\varepsilon_0 \Delta S \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{N \Delta n} = \frac{M}{N} \varepsilon_0 (\varphi_1 - \varphi_2).$$

Таким образом, емкость на единицу длины

$$C_0 = \frac{\tau}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{M}{N} \varepsilon_0. \quad (8)$$

Пользуясь методом электростатической аналогии (заменяя $\varepsilon_0 \rightarrow \gamma$, $C_0 \rightarrow g_0$), на основании (8) получим электрическую проводимость на единицу длины g_0 :

$$g_0 = \frac{M}{N} \gamma. \quad (9)$$

2-3. Моделирование потенциальных полей на проводящей бумаге

Электрическое поле постоянного тока в проводящей среде, электростатическое поле в области, где отсутствуют электрические заряды, а также магнитное поле в области, где отсутствуют электрические токи, могут быть определены посредством потенциальных функций. Если такая функция (потенциал φ) удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0$$

и граничным условиям, то, согласно теореме единственности решения, она полностью характеризует поле и является един-

ственной для данных граничных условий. Таким образом, разные по своей природе поля могут иметь одинаковую по форме картину, если оказываются одинаковыми соответствующие граничные условия. Это обстоятельство позволяет моделировать потенциальные поля различной природы полем тока в проводящей среде.

Допустим, что некоторая система электродов расположена в пустоте. Этой системе будет соответствовать определенная картина электрического поля. Если теперь систему электродов погрузить в проводящую среду, удельная проводимость которой много меньше удельной проводимости материала электродов, то картина силовых линий вектора плотности электрического тока $\bar{\delta}$ в проводящей среде совпадет с картиной силовых линий вектора \bar{E} для тех же электродов, расположенных в пустоте. В качестве проводящей среды может быть использован жидкий электролит (например, вода), помещенный в специальный сосуд — ванну (метод электролитической ванны), или проводящая графитовая бумага — для моделирования плоскопараллельных полей (метод твердых моделей).

Вследствие автомодельности уравнения Лапласа отсутствуют специфические критерии подобия такой модели и требуется обеспечить только геометрическое подобие границ и электродов модели и оригинала. Этого можно добиться, если поместить на модели в определенных местах проводящие электроды или непроводящие вырезы в соответствии с граничными условиями оригинала. Так как любая модель имеет ограниченные размеры, то будет сказываться влияние краев модели на распределение поля. Так, у проводящих границ линии тока нормальны к ним, а у диэлектрических — касательны. В каждом конкретном случае можно оценить погрешность за счет искажающего влияния стенок (границ) модели.

Для моделей с твердыми проводящими слоями обычно используют проводящую бумагу с удельным сопротивлением от десятков ом до десятков мегаом на квадратный сантиметр. Электроды выполняются из тонкой металлической фольги и приклеиваются к бумаге специальным проводящим клеем. В работе латунные массивные электроды накладываются на проводящую бумагу.

Если посредством проводящей модели моделируется электростатическое поле, то математическим аналогом вектора плотности тока $\bar{\delta}$ является вектор смещения \bar{D} , аналогом тока I — заряд q , аналогом проводимости γ — абсолютная диэлектрическая проницаемость.

2-4. Определение частичных емкостей и коэффициентов электростатической индукции

Количество электричества, которое можно сообщить данному проводнику (рис 7, проводник 1), зависит не только от потенциала и геометрии этого проводника, но и от потенциала, формы, размеров и расположения окружающих проводников (проводники 2, 3). Математически эта зависимость выражается следующим образом*:

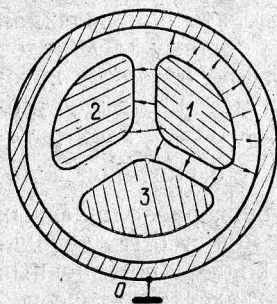


Рис. 7

$$q_1 = \beta_{11}\varphi_1 + \beta_{12}\varphi_2 + \beta_{13}\varphi_3, \quad (10)$$

где q_1 — количество электричества, сообщенное электроду 1; $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ — соответственно потенциалы электродов; β_{11} — собственный коэффициент электростатической индукции. Он показывает, какое количество электричества может принять проводник 1 при повышении его потенциала на 1 В, если все окружающие тела заземлены, т. е. их потенциалы равны нулю. β_{12} и β_{13} — взаимные коэффициенты электростатической индукции. Например, коэффициент β_{12} показывает, какое количество электричества индуцируется на заземленном теле 1, если потенциал тела 2 равен единице и при условии, что остальные тела заземлены.

Легко доказать, что $\beta_{12} = -\beta_{21}$. Очевидно, что все коэффициенты вида β_{ij} ($i \neq k$) отрицательны, так как при положительно заряженном теле i на окружающих телах индуцируются отрицательные заряды.

На практике чаще пользуются понятием емкости. Если имеется система тел, то определяют частичные емкости. Частичная емкость, как и емкость уединенного тела, зависит от формы и размеров проводника, а также от диэлектрической проницаемости окружающей среды.

В этом случае уравнение (10) можно записать в следующей форме:

$$q_1 = C_{11}(\varphi_1 - 0) + C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) + C_{13}(\varphi_1 - \varphi_3). \quad (11)$$

Здесь C_{11} — собственная частичная емкость, т. е. емкость тела по отношению к земле, характеризующаяся трубками смещения, соединяющими данное тело и землю (электрод, потен-

* Для простоты рассматривается случай четырех тел, где телами 1, 2, 3 являются жилы кабеля, а телом 0 — оболочка кабеля, т. е. земля, потенциал которой считают равным нулю.

циал которого принят за нуль), C_{12} , C_{13} — взаимные частичные емкости, т. е. емкости одного тела по отношению к другому, характеризующиеся трубками смещения, соединяющими два данных тела.

Сравнивая уравнения (10) и (11), найдем

$$\beta_{11} = C_{11} + C_{12} + C_{13}, \quad \beta_{12} = -C_{12}; \quad \beta_{13} = -C_{13}. \quad (12)$$

Далее

$$C_{11} = \beta_{11} + \beta_{12} + \beta_{13}. \quad (13)$$

В работе определяются коэффициенты электростатической индукции и частичные емкости, например, трехжильного кабеля (рис. 7), схема замещения которого представлена на рис. 8.

Ввиду симметричного расположения жил кабеля коэффициенты электростатической индукции одинаковы, и частичные емкости также можно считать одинаковыми, а именно:

$$\beta_{11} = \beta_{22} = \beta_{33}; \quad \beta_{12} = \beta_{23} = \beta_{31}; \\ C_{11} = C_{22} = C_{33}; \quad C_{12} = C_{23} = C_{31}.$$

Если исследуемая система электродов несимметричная, то будут выполняться только соотношения вида

$$\beta_{ij} = \beta_{ji} \text{ и } C_{ij} = C_{ji} \quad (i \neq j). \quad (14)$$

Коэффициенты электростатической индукции и емкостные коэффициенты могут быть определены посредством измерения зарядов электродов, например, баллистическим гальванометром. Однако наиболее просто этот эксперимент осуществить на модели в проводящей среде, где вместо заряда q нужно измерить ток i , а вместо емкости C_{ij} — проводимость g_{ij} . В этом случае вместо уравнения (11) можно записать уравнение

$$i = g_{11}(\varphi_1 - 0) + g_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) + g_{13}(\varphi_1 - \varphi_3), \quad (15)$$

где частичные проводимости g_{ij} связаны с частичными емкостями C_{ij} условием, основанным на методе электростатической аналогии,

$$C_{ij} = \frac{\epsilon \epsilon_0}{\gamma} g_{ij}. \quad (16)$$

Схемы измерения проводимостей g_{11} и g_{12} приведены соответственно на рис. 9, а, б. Порядок подведения соответствующих потенциалов к электродам и включение измерительных приборов в каждом опыте легко устанавливается из уравнения (15). Студентам представляется возможность самостоя-

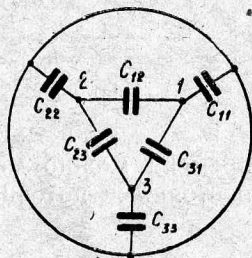


Рис. 8

тельно составить схемы для измерения остальных частичных проводимостей. При этом следует ограничить задачу, используя принцип симметрии электродов.

При моделировании поля трехфазной системы переменного тока необходимо иметь в виду, что картина поля в реальной системе изменяется во времени в соответствии с изменением разности потенциалов между проводами. Однако при низкой частоте, когда можно пренебречь скоростью изменения магнитной индукции во времени

($\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \approx 0$), поле можно считать квазистатическим и, следовательно, потенциальным, удовлетворяющим уравнению Лапласа при заданных мгновенных значениях потенциалов проводов. Поэтому для каждого момента времени можно моделировать поле, задав соответствующие постоянные потенциалы электродов.

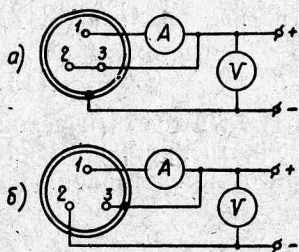


Рис. 9

3. Программа работы

3-1. Исследование поля системы двух электродов

1. По схеме рис. 10 измерить удельную проводимость бумаги γ_{\square} (на квадрат) на образцах одинаковой длины и ширины ($l=b$). Убедиться, что бумага изотропна, т. е. ее проводимость одинакова во всех направлениях. При измерении учесть внутреннее сопротивление амперметра.

2. Установить на листе проводящей бумаги электроды в соответствии с табл. 1 (исследуемая модель и основные характерные размеры указываются преподавателем). Отметить карандашом контуры электродов и с помощью метода амперметра-вольтметра измерить проводимость между электродами. С помощью метода электростатической аналогии рассчитать по проводимости емкость на единицу длины C_0 моделируемой системы и сравнить с теоретическим результатом.

3. Снять картину эквипотенциальных линий (с шагом 20%).

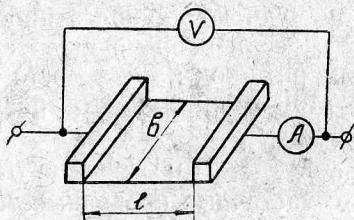


Рис. 10

4. По снятой экспериментально картине эквипотенциалей рассчитать напряженность поля в некоторой точке M , используя приближенное равенство (6); $\Delta\varphi$ принять равным 20% от приложенного напряжения. Сравнить результат с теоретическим расчетом.

5. На листе проводящей бумаги с нанесенными контурами электродов и снятыми экспериментально эквипотенциалами построить одну теоретически рассчитанную эквипотенциаль, используя формулы табл. 1 (для значения $\varphi = 20, 40, 60$ или 80% — по указанию преподавателя). Дополнить картину эквипотенциалей картиной силовых линий.

3-2. Исследование поля системы электродов

Во второй части работы моделируется поле трехфазной системы переменного тока (рис. 11) или системы четырех

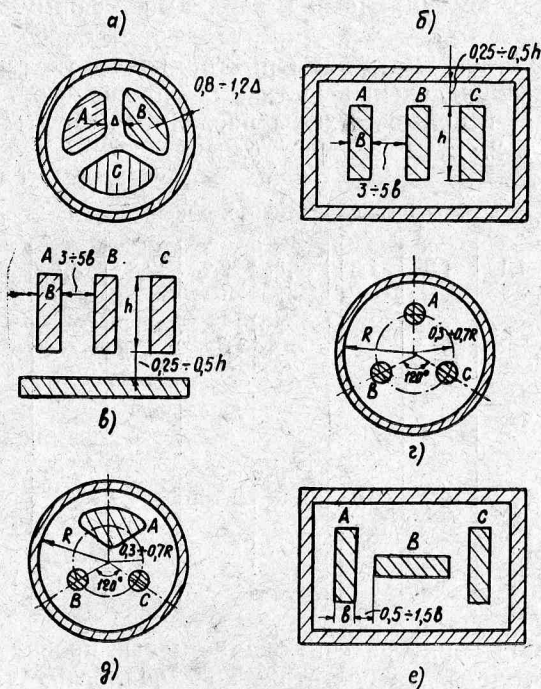


Рис. 11

электродов, расположение которых указывается преподавателем.

6. Рассчитать разность потенциалов U_{AB} , U_{BC} и U_{CA} для момента времени, когда напряжение фазы A , относительно

четвертого, не обозначенного на схеме электрода (нулевого провода), проходит через максимум. При этом следует считать $U_A = 6$ кВ. Нарисовать электрическую схему соединения электродов для снятия картины поля в этот момент времени. При этом считать четвертый электрод системы изолированным.

7. Расположить электроды согласно рис. 11 (а, б, в, г, д или е в соответствии с заданием), собрать схему п. 6 и снять картину поля (линий равного потенциала через 10—20%) для момента времени, когда напряжение фазы А проходит через максимум, моделируя разности потенциалов U_{AB} , U_{BC} и U_{CA} , рассчитанные в п. 6.

8. Нарисовать схемы для измерения частичных проводимостей между электродами и обосновать их уравнениями связи между потенциалами и токами (аналогичными соотношениям между потенциалами и зарядами — формулы (11) и (15)).

9. Методом вольтметра-амперметра измерить токи и напряжения для определения частичных проводимостей трехфазной линии, используя схемы рис. 9. Результаты замеров свести в табл. 2.

Таблица 2

Определение частичных емкостей

Индекс i, k	—	1,1	1,2	1,3	2,1	2,2	2,3	3,1	3,2	3,3
I_i	мА									
U_k	В									
g_{ik}	См									
C_{oik}	Ф/м									

10. По данным п. 9 рассчитать частичные проводимости и, пользуясь методом электростатической аналогии, частичные емкости исследуемой системы. При этом воспользоваться найденной в п. 1 удельной проводимостью бумаги γ_{\square} .

11. Определить на модели потенциал изолированного проводника («земли») в процентах относительно одного из проводов, что можно сделать либо по снятой картине поля, либо опытным путем.

12. Построить силовые линии и эпюру плотности зарядов на поверхности одного из электродов (по указанию преподавателя). Опытные и расчетные данные заносятся в табл. 3.

Таблица 3

Определение поверхностной плотности заряда

Расчетные данные	Номер точки				
	1	2	3	4	и т. д.
$\Delta\varphi$, %	$\Delta\varphi = \text{const}$				
$\Delta\varphi$, В	$\Delta\varphi = \text{const}$				
Δn , м					
E , В/м					
σ , Кл/м ²					

3-3. Исследование искажающего влияния краев модели*

13. Собрать схему модели двухпроводной линии с цилиндрическими проводниками (рис. 12). Поле двухпроводной линии простирается до бесконечности, а поле модели ограничено размерами диска бумаги радиуса ρ .

14. Определить проводимость между электродами при нескольких значениях размера a (рис. 12).

15. Построить график зависимости проводимости от отношения R/a и сравнить его с тем же графиком, построенным теоретически без учета влияния края бумаги. Объяснить причины их несовпадения и установить процент несовпадения результатов.

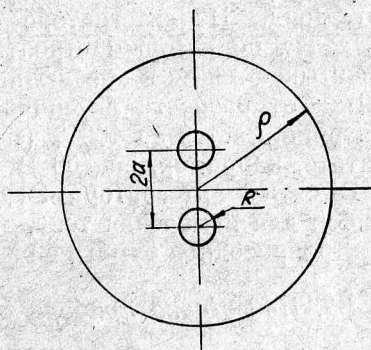


Рис. 12

* Третья часть выполняется по желанию наиболее подготовленными студентами и носит исследовательский характер.

4. Порядок проведения работы

4-1. Описание установки

Эксперимент производят на интеграторе ЭГДА, принцип действия которого основан на мостовом методе измерения разности потенциалов (рис. 13). Измерительное устройство интегратора состоит из градуировочного потенциометра, составляющего два плеча моста (r_3 и r_4), и гальванометра-индикатора равновесия моста.

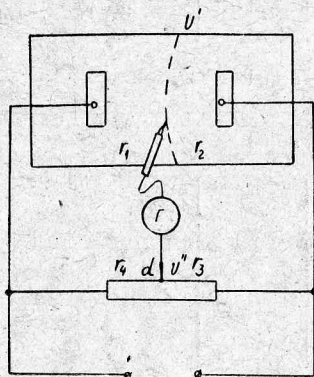


Рис. 13

Два других плеча моста составляют распределенные сопротивления, которые образуются между точкой положения зонда и электродами, приложенными к проводящей бумаге (r_1 и r_2). Из условия равновесия моста ($U' = U''$ или $r_1 r_3 = r_4 r_2$) следует, что мост будет находиться в равновесии в том случае, если зонд будет скользить по линии равного потенциала. Таким образом, любое положение движка (точка d) определит некоторую линию равного потенциала, и, наоборот, снимая

отсчет с градуировочного сопротивления, можно найти значение потенциала любой точки модели, в которой установлен зонд. В интеграторе значения потенциалов точек $\varphi = \text{const}$, по которым строятся эквипотенциальные линии, отсчитываются не в абсолютных единицах (вольтах), а в процентах от разности потенциалов между электродами, которая принимается за 100% (можно эту разность потенциалов считать, например, за 100 В или за 100 кВ).

В схему интегратора ЭГДА включен также авометр — прибор для измерения тока, напряжения и сопротивления электропроводной бумаги с различными пределами измерения.

4-2. Подготовка прибора ЭГДА к работе и измерение

Подготовка к работе и настройка интегратора производится следующим образом:

1. Перевести все тумблеры на панели блока ПУ в положение «Выключено».
2. Собрать измерительную цепь, подключив к электродам модели соединительные провода от клемм 0—100% блока ПУ.

3. Поставить рукоятку переключателя «Масштаб шкалы ИУ» в положение «Выкл».

4. Вставить штепсель измерительной иглы в гнездо «Игла» на блоке ИУ.

5. Включить на измерительном устройстве (ИУ) логарифмический шунт, для чего тумблер «Лог. шунт» поставить в положение «Вкл.».

Включить нуль-индикатор (тумблер «Гальванометр» поставить в положение «Низкая чувствительность»). Шкалы декады и реохорда блока ИУ поставить в положение «0».

Внимание! Ручку переключателя декад ∇ 0% 10 можно вращать вкруговую, а ручку реохорда ∇ 0,1% — только в пределах градуировки шкалы.

6. Подключить блок ПУ к сети и тумблер «сеть» перевести в положение «Вкл.».

7. Слегка касаясь измерительной иглой к электроду с потенциалом «0»%, установить с помощью ручки «Регулятор 0%» стрелку нуль-индикатора блока ИУ на «0». Переключить тумблер «Гальванометр» ИУ в положение «Высокая чувствительность» и установить с помощью ручки «Регулятор 0%» стрелку нуль-индикатора на «0».

8. Проверить потенциал 100% на соответствующем электроде модели в последовательности п. 7.

9. После реализации и проверки граничных условий перейти к нахождению эквипотенциальных точек внутри моделируемой области с помощью зонда.

Измерительная игла (зонд) представляет собой проводящий стержень, заостренный на конце. Контакт получается вследствие легкого нажатия наконечника зонда на проводящую бумагу. Место нажима отмечается карандашом, что позволяет наносить эквипотенциали на ту же бумагу. Это делает эксперимент достаточно простым и удобным.

Исследуемая эквипотенциаль (в %) задается установкой переключателя декад и ручкой реохора.

10. После производства измерений интегратор отключается от сети.

4-3. Пояснения к выполнению работы

1. При выполнении пп. 1 и 2 программы работ следует иметь в виду, что методом вольтметра-амперметра (или омметра) измеряется практически сопротивление между двумя противоположными сторонами квадрата. Из теории подобия следует, что это сопротивление одинаково для квадрата лю-

бых размеров. Оно называется удельным приведенным сопротивлением или «сопротивлением на квадрат» — R_{\square} . Удельная проводимость бумаги γ в этом случае определяется отношением $\gamma = \frac{1}{R_{\square} \Delta}$, где Δ — толщина бумаги, и имеет размерность $\frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{м}}$. Однако для моделирования не обязательно знать толщину Δ , а ограничиться величиной $\gamma_{\square} = \gamma \Delta = 1/R_{\square}$ — «проводимостью на квадрат». Действительно, например, при переходе от проводимости на единицу длины g_0 к емкости на единицу длины C_0 по формуле $C_0 = \frac{\epsilon \epsilon_0}{\gamma} g_0$ можно воспользоваться эквивалентным соотношением $C_0 = \frac{\epsilon \epsilon_0}{\gamma_{\square}} g_0 \Delta$, где произведение $g_0 \Delta$, имеющее, как и $\gamma_{\square} \Delta$ размерность $1/\text{Ом}$, также определяется для данной системы электродов методом вольтметра—амперметра по формуле $g_0 \Delta = I/U$, так что результирующая величина C_0 имеет размерность Ф/м.

2. При выполнении п. 3 и в дальнейшем следует придерживаться следующего порядка снятия эквипотенциалей. Вначале с помощью реохорда устанавливается нужное значение потенциальной линии в %, затем с помощью щупа определяется положение эквипотенциали по нескольким (4—6) точкам, которые по мере необходимости уточняются дополнительными точками.

3. При выполнении п. 5 следует ориентироваться на раздел 2-1, где было показано, что силовые линии поля представляют собой окружности, проходящие через электрические оси проводов. Следует строить картину силовых линий таким образом, чтобы угол, под которым виден отрезок, соединяющий электрические оси проводов, из точек, лежащих на силовой линии, при переходе от одной линии к соседней увеличивался на одну и ту же величину.

Практически это осуществляется следующим образом. Проводится прямая из электрического центра под произвольным углом α до пересечения со средней (нулевой) линией равного потенциала. Угол α делится на равные части $\Delta\alpha$, число которых равно выбираемому числу силовых трубок. Через точки деления дуги α проводятся из электрического центра лучи, которые пересекут линию нулевого потенциала в точках, лежащих на искомым силовых линиях, что позволяет построить окружности по трем точкам — электрическим центрам и найденным точкам на средней линии равного потенциала.

4. При выполнении п. 8 программы предварительно составить уравнения, аналогичные уравнениям (11) и (12) для

всех электродов системы, а затем составить измерительные схемы в соответствии с рис. 9. При выполнении п. 10 использовать пояснения к п. 1.

5. Построение силовых линий в п. 12 должно производиться карандашом на картине поля электродов в соответствии с указаниями 2-2.

При построении эпюры плотности зарядов на поверхности какого-либо электрода следует предварительно определить приближенно, в каждом криволинейном квадрате, примыкающем к электроду, величину напряженности поля по формуле (6). При этом считать, как и в п. 1, напряжение фазы A $U_A = 6$ кВ. Далее, пользуясь известным граничным условием, определить поверхностную плотность заряда σ

$$\sigma = \epsilon \epsilon_0 E, \quad (17)$$

считая $\epsilon \approx 5$. Эпюру плотностей заряда в некотором (произвольном) масштабе изобразить на миллиметровой бумаге в виде графика с указанием начала отсчета.

5. Содержание отчета

1. Краткое содержание работы.
2. Схемы соединений.
3. Расчетные формулы.
4. Таблицы наблюдений и вычислений E , σ , C_{ij} и C .
5. Экспериментально снятая картина поля двухпроводной линии, совмещенная с картиной силовых линий и расчетной (одной) эквипотенциальной линией.
6. Картина поля системы четырех электродов, найденная опытным путем (с эквипотенциальными и силовыми линиями).
7. График изменения плотности заряда q на поверхности электрода.
8. Выводы по работе.