

# Исследование электромагнитных сил

## ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Проводники с электрическими токами, расположенные в магнитном поле, испытывают механические воздействия. Эти механические силы называют электромагнитными или электродинамическими силами. К электромагнитным силам

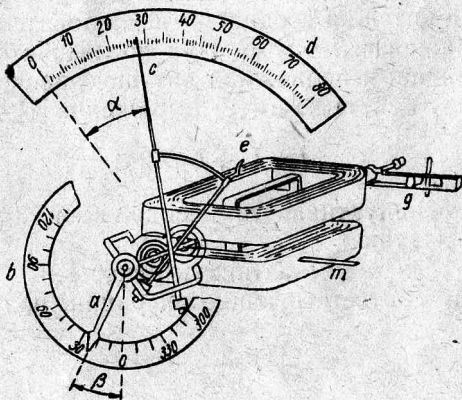


Рис. 46. Модель электродинамического прибора

относят также механические силы, действующие на тела из ферромагнитного материала, расположенные в магнитном поле

Рассматриваемое явление находит широкое применение в технике. Так, например, в ряде систем электроизмерительных приборов, электромагнитных реле, электродвигателях и т. д. используют это свойство взаимодействия проводников с током.

В настоящей работе рассматриваются общие закономерности, связанные с механическими силами, на примере двух коаксиальных катушек и на модели электроизмерительного прибора.

На рис. 46 изображена модель электродинамического амперметра.

Приняв в качестве обобщенной координаты угол  $\alpha$  поворота подвижной части прибора, отсчитываемый от некоторого начального положения, получим в качестве обобщенной силы [1]

$$f = \frac{1}{2} i^2 \frac{\partial L}{\partial \alpha}, \quad (8.1)$$

где  $L$  — индуктивность всей системы,

$i$  — ток в катушках прибора.

В модели электродинамического амперметра неподвижная и подвижная катушки соединены последовательно, и токи  $i_1$  и  $i_2$  в них одинаковы:  $i_1 = i_2 = i$ . При последовательном соединении неподвижной и подвижной катушек эквивалентная индуктивность  $L$  всей системы имеет выражение [1].

$$L = L_1 + L_2 + 2M,$$

где  $L_1$  и  $L_2$  — индуктивности неподвижной и подвижной катушек,

$M$  — их взаимная индуктивность.

Произведя соответствующие операции, получим:

$$f = \frac{1}{2} i^2 \frac{\partial L}{\partial \alpha} = i^2 \frac{\partial M}{\partial \alpha}, \quad (8.2)$$

так как  $L_1$  и  $L_2$  не зависят от  $\alpha$ . Аналогично определяется электромагнитная сила системы двух катушек (рис. 47), расположенных на расстоянии  $x$

$$f = i_1 i_2 \frac{\partial M}{\partial x}.$$

При равенстве токов в катушках и встречном включении их, т. е. при  $i_1 = -i_2 = i$  имеем:

$$f = -i^2 \frac{\partial M}{\partial x} \quad (8.3)$$

В настоящей работе используются катушки с одинаковым числом витков  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$  и равными средними радиусами  $R_1 = R_2 = R$ . В этом случае коэффициент взаимной индукции определяется по формуле:

$$M = \mu_0 \omega^2 \cdot R F(k), \quad (8.4)$$

где  $k^2 = \frac{4R^2}{x^2 + 4R^2}$ .

Функция  $F(k)$  представляется в виде графиков (рис. 48, 49, 50).

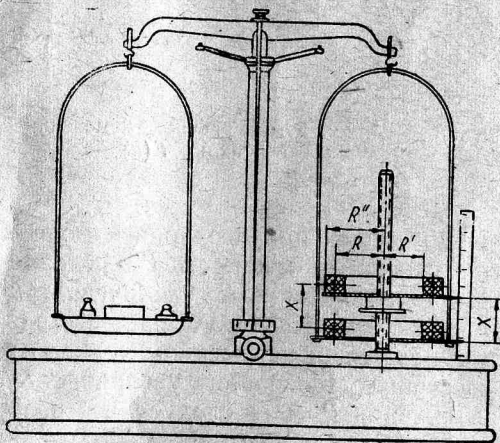


Рис. 47. Установка для исследования электромагнитных сил

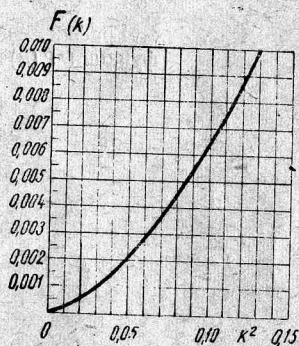


Рис. 48. График изменения функции  $F(k)$

Из этих формул видно, что, увеличивая при осуществлении модели пропорционально все размеры системы действительного прибора, получим возможность исследовать на модели электромагнитные силы больших величин по сравнению

с теми, которые имеют место в действительном приборе. Пусть линейные размеры модели в  $n$  раз превосходят линейные размеры прибора. Тогда индуктивности  $L$  и  $M$  модели будут в  $n$  раз больше соответствующих индуктивностей прибора. Это следует, например, из формулы размерности для индуктивности или из выражения (8.4).

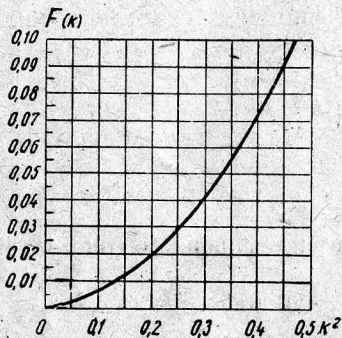


Рис. 49. График изменения функции  $F(k)$

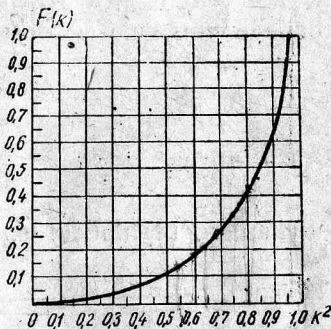


Рис. 50. График изменения функции  $F(k)$

Поверхность охлаждения катушек при переходе к модели возрастает в  $n^2$  раз. Соответственно и мощность  $P$ , выделяемая током в обмотках катушек, может быть увеличена в  $n^2$  раз. Электрическое сопротивление  $r$  обмоток убывает в  $n$  раз, так как длина проволоки обмотки при неизменном числе витков возрастает в  $n$  раз, а сечение проволоки увеличивается в  $n^2$  раз. На основании выражения  $P = i^2 \cdot r$  следует, что величина  $i$  при сохранении теплового режима может быть увеличена в  $n^3$  раз. Если создать улучшенное искусственное охлаждение катушек, то величина  $i^2$  может быть увеличена в еще большее число раз.

Таким образом, в модели могут быть получены пары сил, превосходящие в  $n^4$  или более раз моменты в действительном приборе. Так, например, при  $n = 5$  в модели можно получить моменты пары сил по меньшей мере в 625 раз больше, чем в действительном приборе. Это обстоятельство и дает возмож-

ность весьма удобно изучать характер изменения электромагнитных сил в зависимости от угла  $\alpha$  в настоящей работе.

### Программа исследования

1. Экспериментальным путем установить зависимость электромагнитной силы от расстояния между двумя катушками с током.
2. Вычислить электромагнитные силы взаимодействия круглых катушек. Сравнить полученные результаты с данными, найденными экспериментально.
3. Посредством эксперимента найти зависимость электромагнитной силы от угла поворота подвижной катушки относительно неподвижной в приборе электродинамической системы.

### Пояснения к выполнению работы

Для исследования механических взаимодействий контуров с электрическими токами используется установка, состоящая из коромысловых весов, к одному плечу которых подвешена одна из исследуемых катушек, к другому плечу — чашка для гирь. Вторая катушка, остающаяся неподвижной при каждом изменении, может перемещаться в вертикальном направлении с помощью специального винтового устройства, в результате чего оказывается возможным изменять расстояние  $x$  между катушками. Отсчет расстояния  $x$  производится с помощью неподвижной шкалы, около которой перемещаются указатели. Катушки выполнены одинаковыми, с равным числом витков  $\omega$  и равными средними радиусами окружностей  $R$ .

Электромагнитная сила взаимодействия  $f$  возрастает с уменьшением расстояния  $x$ , а при увеличении  $x$  — убывает. Вследствие этого, для получения при любом значении  $x$  устойчивого равновесия, неподвижная катушка расположена выше катушки, подвешенной к коромыслу весов, и измеряется сила отталкивания катушек, когда токи  $i_1$  и  $i_2$  в катушках имеют противоположные направления  $i_1 = -i_2 = i$ . Катушки включают последовательно, так что токи в них по величине одинаковы.

Опыт производят при неизменном значении силы тока  $i$  в катушках и при различных значениях расстояния  $x$  между катушками. Для получения хороших результатов необходимо тщательно поддерживать постоянство тока и сделать достаточное количество измерений при различных значениях  $x$ . Исследования проводят для двух заданных значений тока в катушках.

Полученные опытным путем зависимости  $f = F(x)$  для разных значений токов в катушках необходимо представить в виде кривых и убедиться в том, что электромагнитная сила  $f$  пропорциональна квадрату тока  $i$  в катушках.

Для выполнения п. 2 программы работ необходимо воспользоваться выражением [1]:

$$f = i_1 i_2 \frac{\partial M}{\partial x},$$

где  $M$  — взаимная индуктивность катушек.

Для рассматриваемого случая  $i_1 = -i_2 = i$  и, следовательно,

$$f = -i^2 \frac{\partial M}{\partial x}.$$

Взаимная индуктивность двух коаксиальных катушек с радиусами  $R_1$  и  $R_2$  определяется выражением

$$M = \mu_0 \omega_1 \omega_2 \sqrt{R_1 R_2} \cdot f(k),$$

причем

$$k^2 = \frac{4R_1 R_2}{x^2 + (R_1 + R_2)^2}.$$

Функция  $f(k)$  выражается кривыми, приведенными на рис. 48, 49, 50. В зависимости от значения  $k^2$  следует пользоваться той или иной кривой для получения большей точности.

В исследуемом случае  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$  и  $R_1 = R_2 = R$ . Следовательно,

$$M = \mu_0 \omega^2 R f(k), \quad (8.5)$$

причем

$$k^2 = \frac{4R^2}{x^2 + 4R^2}.$$

С помощью формул (8.3) и (8.5) производится расчет электромагнитной силы для различных значений  $x$  и строятся графики  $f = F(x)$  на основании расчетных данных. Кривую, изображающую изменение производной  $\frac{\partial M}{\partial x} = \varphi(x)$ , можно получить путем графического дифференцирования кривой  $M = \psi(x)$ , которую предварительно строят, пользуясь формулами (8.5).

Строятся расчетные и экспериментальные кривые.

Для выполнения п. 3 программы работы используется модель электродинамического амперметра (см. рис. 46).

На осях подвижных частей модели закреплены спиральные пружины. Внешние концы пружин прикреплены к поворотным рычагам  $a$ . Положения этих рычагов могут быть отмечены при помощи шкал  $b$ , имеющих градусные деления. На осях подвижных частей закреплены также стрелки  $c$ , концы которых перемещаются вдоль неподвижных шкал  $d$ . С осями и стрелками скреплены еще рычаги  $e$ , имеющие зазечки, на которые могут быть подвешены грузики для градуировки пружин. Подвижные части модели имеют тормозные устройства  $g$  для возможности закрепления их в любых положениях.

В качестве начального положения подвижной части прибора принимают такое, при котором стрелка  $c$  указывает на нуль на шкале  $d$ . При отсутствии тока в приборе устанавливают рычаг  $a$  в такое положение, чтобы стрелка  $c$  указывала на нуль. Это положение рычага  $a$  принимают за начальное. Шкала  $b$  может вращаться около оси прибора. Ее устанавливают так, чтобы рычаг  $a$  в своем начальном положении указывал на ней нуль. От указанных начальных положений отсчитывают по шкале  $d$  угол поворота подвижной части прибора и по шкале  $b$  — угол  $\beta$  поворота рычага  $a$ . Если условиться положительные углы  $\alpha$  и  $\beta$  отсчитывать в одном направлении, например по часовой стрелке, то угол  $\Theta$  закручивания пружин будет равен

$$\Theta = \alpha - \beta.$$

Противодействующий момент  $f$  пружин пропорционален углу  $\Theta$

$$f = \rho \Theta.$$

Для определения постоянной  $\rho$  необходимо проградуировать пружины. С этой целью подвешивают на засечку рычага  $l$  грузик и при отсутствии тока в катушках изменяют угол  $\beta$  поворота рычага  $a$  до тех пор, пока рычаг  $e$  не займет горизонтальное положение. Для контроля правильности этого положения имеется неподвижный указатель  $m$ , против которого в этом случае должен расположиться конец рычага  $e$ . Определив при этом углы  $\alpha_0$  и  $\beta_0$ , находим:

$$f_0 = \rho \cdot \theta_0 = \rho(\alpha_0 - \beta_0) = Gl,$$

где  $G$  — вес грузика,

$l$  — длина плеча  $e$  от оси до засечки.

Из этого равенства определяется значение  $\rho$ .

В отличие от п. 1 в данном случае не представляется возможным получить достаточно точные зависимости  $L = F_1(\alpha)$  и  $M = F_2(\alpha)$  расчетным путем, поэтому необходимо найти эти зависимости путем измерений. С этой целью подвижную часть модели затормаживают в разных ее положениях и производят измерение эквивалентной индуктивности  $L$  или взаимной индуктивности  $M$  в этих положениях. Измерения проводятся на переменном токе, используя компенсационную или мостовую схему.

Получив зависимости  $L = F_1(\alpha)$  и  $M = F_2(\alpha)$ , растормаживают подвижную часть и производят измерение электромагнитных сил  $f$  в разных ее положениях. При этом ток  $i$  поддерживается неизменным. Для получения различных значений угла  $\alpha$  изменяют соответствующим образом угол  $\beta$ . Искомая электромагнитная сила в положении равновесия прибора равна противодействующему моменту пружин. Следовательно, она может быть определена из выражения

$$f = \rho \cdot \theta = \rho(\alpha - \beta).$$

Результаты измерений дают возможность найти зависимость электромагнитной силы  $f$  от угла  $\alpha$  при  $i = \text{const}$ . Кривые  $f = F_3(\alpha)$  получают для двух значений тока  $i$ .

По данным эксперимента строятся кривые  $f = F_3(\alpha)$ . Построив также найденные из опыта кривые  $L = F_1(\alpha)$  или



$M = F_2(\alpha)$ , производят их графическое дифференцирование и находят зависимости:

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha} = F_4(\alpha),$$

соответственно

$$\frac{\partial M}{\partial \alpha} = \frac{1}{2} F_4(\alpha).$$

Располагая этими зависимостями, определяют электромагнитную силу  $f$  по формуле (8.2). По вычисленным таким путем значениям силы  $f$  для ряда значений угла  $\alpha$  строят кривые  $f = F_3(\alpha)$  на той же диаграмме, на которой построены соответствующие кривые, полученные путем непосредственного измерения электромагнитной силы.

### Контрольные вопросы

1. Как изменяется сила взаимодействия двух катушек с изменением расстояния между катушками и изменением тока в них?
2. Указать связь между силой взаимодействия катушек и величинами  $L$  и  $M$ .
3. Указать преимущества используемого в настоящей работе метода моделирования электроизмерительных приборов отметить основные положения моделирования, относящиеся рассматриваемому случаю.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Нейман Л. Р., Калантаров П. Л. Теоретические основы электротехники. Госэнергоиздат, 1959, 4.1, § 74; 4.11, § 38.