Задачи ИТМО

**Просто задачи**

Доказать, что множество рациональных чисел – счетное

Доказать, что существуют трансцендентные числа

**Доказать, что существуют нормальные числа**

**Привести пример нормального числа**

Сколько существует двухэлементных подмножеств множества из N элементов

Сколько существует трехэлементных подмножеств множества из N элементов

Сколько существует всего подмножеств множества из N элементов

Сколькими способами можно рассадить N гостей по N местам

**Булевские переменные и функции**

* Сколько существует булевских функций от двух переменных ? От трех ?
* Сколько существует булевских функций трех переменных (x,y,z), Таких, что они равны нулю, если z=0.
* Сколько существует булевских функций f(x,y, z), f, x, ,y,z ϵ {0,1} от 3 переменныx, таких что f=1 при z+ x=1?
* Найти булевские функции от 2 переменных, непредставимые однослойным персептроном
* Построить персептрон, реализующий коньюнкцию
* Построить персептрон, реализующий дизьюнкцию
* Построить персептрон, реализующий отрицание
* Представим ли штрих Шеффера однослойным персептроном ?
* Представима ли стрелка Пирса однослойным персептроном
* Построить персептрон, реализующий стрелку Пирса
* Построить персептрон, реализующий штрих Шеффера

Найти многослойный персептрон минимальной архитектуры, моделирующий XOR

Найти многочлен Жегалкина реализующий дизьюнкцию двух переменных

Найти многочлен Жегалкина реализующий дизьюнкцию трех переменных

(указание – применить правила де Моргана)

**Графы**

**Задание 1**

Составить программу, которая :

1. Генерирует случайную матрицу смежности размером 6 Х 6, составленную из 0 и 1

При этом вероятность единицы должна быть 0,5

Нарисовать соответствующий ориентированный граф. Представить граф в виде списка смежных вершин

1. Найти все клики в этом графе не более чем с 3 вершинами
2. Найти вершину с выходной степенью 2.

**Задание 2**

Составить программу, которая :

1. Генерирует случайную матрицу смежности размером 6 Х 6, составленную из 0 и 1

При этом вероятность единицы должна быть 0,4

Нарисовать соответствующий ориентированный граф. Представить граф в виде списка смежных вершин

1. Найти (программно) вершину наибольшей степени
2. Написать программу, которая ищет все простые циклы длины не более 3.

**Задание 3**

Составить программу, которая :

1. Генерирует случайную матрицу смежности размером 5 Х 5, составленную из 0 и 1

При этом вероятность единицы должна быть 0,5

Нарисовать соответствующий ориентированный граф. Представить граф в виде списка смежных вершин

1. Найти все клики в этом графе не более чем с 4 вершинами
2. Найти (программно) вершину наименьшей степени

**Задание 4**

Составить программу, которая :

1. Генерирует случайную симметричную матрицу смежности размером 7 Х7, составленную из 0 и 1 При этом вероятность единицы должна быть 0,3

Нарисовать соответствующий неориентированный граф. Представить граф в виде списка смежных вершин

1. Написать программу, которая ищет диаметр графа и найти диаметр

Найти все циклы длины не более 4

Задача Насколько компонент сильной связности может распасться ориентированный граф из

N вершин ?

**5 - Задачи на графы**

|  |
| --- |
| **1. На рисунке - схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Ж?** |
| http://kpolyakov.spb.ru/school/test10/5_files/numway4.gif |
| Ответ: |
| **2. На рисунке - схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Ж?** |
| http://kpolyakov.spb.ru/school/test10/5_files/numway7.gif |
| Ответ: |

|  |
| --- |
| **3. Между населёнными пунктами A, B, C, D, E, F построены дороги, протяжённость которых приведена в таблице. (Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет). Определите длину кратчайшего маршрута из А в F.** |
| http://kpolyakov.spb.ru/school/test10/5_files/minaf.gif |
| Ответ: |
| **4. Между населёнными пунктами A, B, C, D, E построены дороги, протяжённость которых приведена в таблице. (Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет). Определите длину кратчайшего маршрута из А в B.** |
| http://kpolyakov.spb.ru/school/test10/5_files/minab3.gif |
| Ответ: |

|  |
| --- |
| **5. На рисунке приведена весовая матрица графа. Определите, сколько рёбер имеет такой граф.** |
| http://kpolyakov.spb.ru/school/test10/5_files/numribs1.gif |
| Ответ: |
| **6. На рисунке приведена весовая матрица графа. Определите, сколько рёбер имеет такой граф.** |
| http://kpolyakov.spb.ru/school/test10/5_files/numribs3.gif |
| Ответ: |

|  |
| --- |
| **7. На рисунке приведена весовая матрица графа. Определите вес ребра, соединяющего вершины C и E.** |
| http://kpolyakov.spb.ru/school/test10/5_files/numribs3.gif |
| Ответ: |
| **8. На рисунке приведена весовая матрица графа, в которой веса обозначают расстояния между соседними пунктами. Определите длину маршрута C-A-E-D-B.** |
| http://kpolyakov.spb.ru/school/test10/5_files/numribs2.gif |
| Ответ: |

|  |
| --- |
| **9. На рисунке приведена весовая матрица графа, в которой веса обозначают расстояния между соседними пунктами. Определите длину маршрута E-D-C-A.** |
| http://kpolyakov.spb.ru/school/test10/5_files/numribs1.gif |
| Ответ: |
| **10. На рисунке приведена весовая матрица графа, в которой веса обозначают расстояния между соседними пунктами. Определите длину маршрута E-B-D-C.** |
| http://kpolyakov.spb.ru/school/test10/5_files/numribs3.gif |

Алгоритмы

Решить систему 10 линейных уравнений в среде Матлаб

Решить систему целого линейного программирования в среде Матлаб

Ваш компьютер решал задачу поиска решения системы 10 линейных уравнений с 10 неизвестными в течение

1 сек. Сколько ему потребуется времени, чтобы решить ту же задачу для

100 линейных уравнений с 100 неизвестными в течение

1 сек.

Ваш компьютер решал задачу поиска кратчайшего пути в графе с 20 вершинами

методом Дейкстры в течение 1 сек. Сколько ему потребуется времени, чтобы решить ту же задачу в графе с 100 вершинами ?

Разменяйте 1 миллион 450 тысяч 200 рублей при помощи наименьшего числа денежных купюр, используя жадный алгоритм.

Приведите пример алгоритмически неразрешимой задачи.